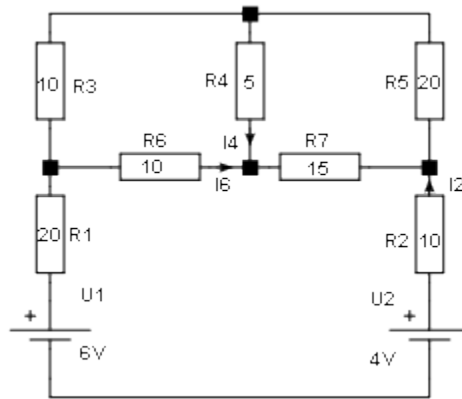
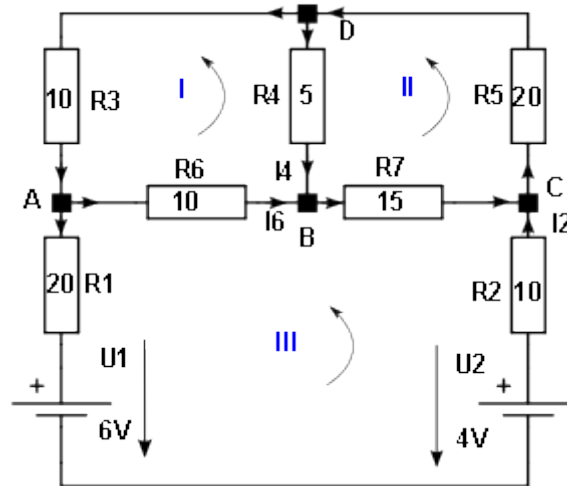


## Aufgabe Maschengleichung



Aufgabe :Berechne die Ströme I2, I4 und I6

Maschenströme einzeichnen und Zählrichtung festlegen.



Aufstellen der Maschengleichungen:

- $I_a \cdot R_6 - I_c \cdot R_6 + I_a \cdot R_4 - I_b \cdot R_4 + I_a \cdot R_3 = 0$
- $R_7 \cdot I_b - I_c \cdot R_7 + I_b \cdot R_5 + I_b \cdot R_4 - I_a \cdot R_4 = 0$
- $-U_2 + R_2 \cdot I_c + R_7 \cdot I_c - R_7 \cdot I_b + R_6 \cdot I_c - R_6 \cdot I_a + R_1 \cdot I_c + U_1 = 0$

Wir formen die Maschengleichung so um, dass wir I<sub>a</sub> bekommen.

$$a: I_a \cdot (R_6 + R_4 + R_3) = I_b \cdot R_4 + I_c \cdot R_6 \quad , \quad I_a = \frac{I_b \cdot R_4 + I_c \cdot R_6}{R_6 + R_4 + R_3}$$

Da beim manuellen lösen von Gleichungen die Fehlerhäufigkeit mit der Länge der Gleichungen steigt versuchen wir die Gleichungen kurz zu halten. Hier durch einsetzen von Werten.

$$U_1 := 6V \quad , \quad U_2 := 4V \quad , \quad R_1 := 20\Omega \quad , \quad R_2 := 10\Omega \quad , \quad R_3 := 10\Omega \quad , \quad R_4 := 5\Omega \\ R_5 := 20\Omega \quad , \quad R_6 := 10\Omega \quad , \quad R_7 := 15\Omega$$

$$\text{Wir können } I_a = \frac{I_b \cdot R_4 + I_c \cdot R_6}{R_6 + R_4 + R_3} \text{ auch ausdrücken als } I_a = I_b \cdot \frac{R_4}{R_6 + R_4 + R_3} + I_c \cdot \frac{R_6}{R_6 + R_4 + R_3}$$

$$x1 := \frac{R4}{R6 + R4 + R3} = 0.2000 \quad , \quad x2 := \frac{R6}{R6 + R4 + R3} = 0.4000 \quad , \quad Ia = Ib \cdot x1 + Ic \cdot x2$$

Nun setzen wir in Gleichung b ein um Ia zu eliminieren.

$$b: \quad R7 \cdot Ib - Ic \cdot R7 + Ib \cdot R5 + Ib \cdot R4 - R4 \cdot (Ib \cdot x1 + Ic \cdot x2) = 0$$

$$R7 \cdot Ib - Ic \cdot R7 + Ib \cdot R5 + Ib \cdot R4 - R4 \cdot Ib \cdot x1 - R4 \cdot Ic \cdot x2 = 0$$

Nun formen wir so um, dass wir Ib bekommen.

$$R7 \cdot Ib + Ib \cdot R5 + Ib \cdot R4 - R4 \cdot Ib \cdot x1 = Ic \cdot R7 + R4 \cdot Ic \cdot x2$$

$$Ib \cdot (R7 + R5 + R4 - R4 \cdot x1) = Ic \cdot R7 + R4 \cdot Ic \cdot x2$$

$$Ib = \frac{Ic \cdot R7 + R4 \cdot Ic \cdot x2}{(R7 + R5 + R4 - R4 \cdot x1)} \quad , \quad Ib = Ic \cdot \frac{R7 + R4 \cdot x2}{R7 + R5 + R4 - R4 \cdot x1}$$

Wir vereinfachen wieder:

$$x3 := \frac{R7 + R4 \cdot x2}{R7 + R5 + R4 - R4 \cdot x1} = 0.4359 \quad , \quad Ib := Ic \cdot x3$$

Nun ersetzen wir in die Maschengleichung c Ia und Ib.

$$-U2 + R2 \cdot Ic + R7 \cdot Ic - R7 \cdot Ib + R6 \cdot Ic - R6 \cdot Ia + R1 \cdot Ic + U1 = 0$$

$$-U2 + R2 \cdot Ic + R7 \cdot Ic - R7 \cdot Ic \cdot x3 + R6 \cdot Ic - R6 \cdot Ia + R1 \cdot Ic + U1 = 0$$

$$\text{In } Ia = Ib \cdot x1 + Ic \cdot x2 \quad \text{Ib ersetzen: } Ia = Ic \cdot x3 \cdot x1 + Ic \cdot x2$$

$$-U2 + R2 \cdot Ic + R7 \cdot Ic - R7 \cdot Ic \cdot x3 + R6 \cdot Ic - R6 \cdot (Ic \cdot x3 \cdot x1 + Ic \cdot x2) + R1 \cdot Ic + U1 = 0$$

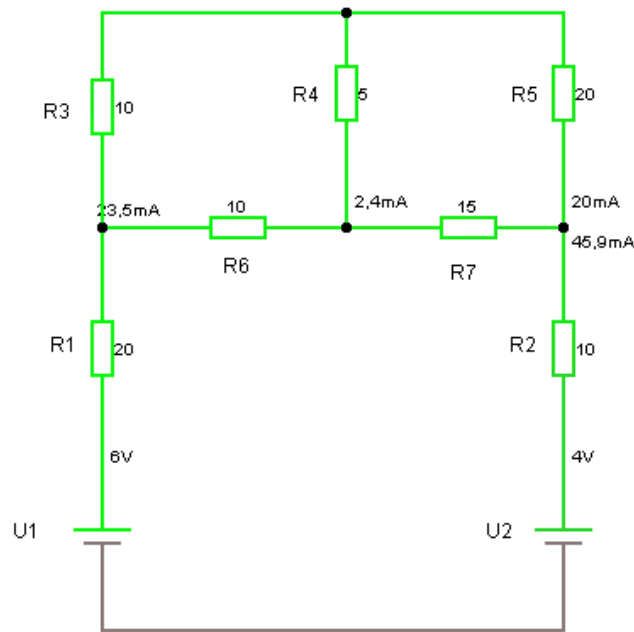
Da jetzt nur mehr Ic übrig ist können wir Ic berechnen.

$$R2 \cdot Ic + R7 \cdot Ic - R7 \cdot Ic \cdot x3 + R6 \cdot Ic - R6 \cdot Ic \cdot x3 \cdot x1 - R6 \cdot Ic \cdot x2 + R1 \cdot Ic = U2 - U1$$

$$Ic \cdot (R2 + R7 - R7 \cdot x3 + R6 - R6 \cdot x3 \cdot x1 - R6 \cdot x2 + R1) = U2 - U1$$

$$Ic := \frac{U2 - U1}{R2 + R7 - R7 \cdot x3 + R6 - R6 \cdot x3 \cdot x1 - R6 \cdot x2 + R1} = -0.04588 \text{ A}$$

$$\text{einsetzen in } Ib := Ic \cdot x3 = -20.00 \text{ mA} \quad \text{und in } Ia := Ib \cdot x1 + Ic \cdot x2 = -22.35 \text{ mA}$$



Überprüfe die Ergebnisse durch eine Simulation:

<http://www.falstad.com/circuit/>

```

$ 1 5.0E-6 10.20027730826997 50 5.0 50
r 224 48 224 160 0 10.0
r 224 192 224 304 0 20.0
r 256 176 352 176 0 10.0
r 384 176 496 176 0 15.0
r 368 144 368 48 0 5.0
r 496 144 496 48 0 20.0
r 496 192 496 304 0 10.0
v 224 400 224 320 0 0 40.0 6.0 0.0 0.0 0.5
v 496 400 496 320 0 0 40.0 4.0 0.0 0.0 0.5
w 224 400 224 416 0
w 224 416 496 416 0
w 496 416 496 400 0
w 496 320 496 304 2
w 224 320 224 304 2
w 256 176 224 176 1
w 224 192 224 176 0
w 224 160 224 176 0
w 368 144 368 176 1
w 368 176 384 176 0
w 368 176 352 176 0
w 224 48 368 48 0
w 368 48 496 48 0
w 496 144 496 176 1
w 496 192 496 176 1
x 465 251 481 254 0 12 R2
x 337 102 353 105 0 12 R4
x 190 112 206 115 0 12 R3
x 466 102 482 105 0 12 R5
x 296 204 312 207 0 12 R6
x 430 208 446 211 0 12 R7
x 194 251 210 254 0 12 R1
x 172 362 188 365 0 12 U1
x 451 362 467 365 0 12 U2

```