

## Körper- und Galoistheorie

### Arbeitsblatt 26

#### Aufwärmaufgaben

AUFGABE 26.1. Was ist eigentlich ein „Winkel“?

AUFGABE 26.2. Zeige, dass man jeden vorgegebenen Winkel mittels Zirkel und Lineal halbieren kann.

AUFGABE 26.3. Es sei ein Kreis  $K$  und ein Punkt  $P \in K$  gegeben. Konstruiere die Tangente an den Kreis durch  $P$ .

AUFGABE 26.4. Zeige, dass es auf dem Einheitskreis unendlich viele konstruierbare Punkte gibt.

AUFGABE 26.5. Bestimme für alle  $n \leq 30$ , ob das regelmäßige  $n$ -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist oder nicht.

AUFGABE 26.6. Zeige mit Hilfe des verschobenen Eisensteinkriteriums, dass das Polynom  $X^3 - 3X - 1$  irreduzibel in  $\mathbb{Q}[X]$  ist.

AUFGABE 26.7. Zeige, dass das Polynom  $X^3 + 2X^2 - 5$  in  $\mathbb{Q}[X]$  irreduzibel ist.

#### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 26.8. (4 Punkte)

Es sei ein Kreis  $K$  und ein Punkt  $P$  außerhalb des Kreises gegeben. Konstruiere eine der Tangenten an den Kreis, die durch  $P$  läuft.

2

AUFGABE 26.9. (2 Punkte)

Beweise die Formel

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

aus den Additionstheoremen für die trigonometrischen Funktionen.

AUFGABE 26.10. (2 Punkte)

Beweise die Formel

$$X^u + 1 = (X + 1)(X^{u-1} - X^{u-2} + X^{u-3} - \dots + X^2 - X + 1)$$

für  $u$  ungerade.

AUFGABE 26.11. (4 Punkte)

Bestimme die Koordinaten der fünften Einheitswurzeln in  $\mathbb{C}$ .

AUFGABE 26.12. (4 Punkte)

Zeige, dass es nicht für jede konstruierbare Zahl  $z \in \mathbb{C}$  einen Kreisteilungskörper  $K_n$  gibt mit  $z \in K_n$ .