

Einführung in die mathematische Logik

Arbeitsblatt 9

AUFGABE 9.1. Sei $b \in \mathbb{N}_+$. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das bei der Eingabe von (r_1, \dots, r_k) in den ersten k Registern die Zahl $\sum_{i=1}^k r_i b^i$ berechnet, ausdrückt und anhält.

AUFGABE 9.2. Sei $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das bei Eingabe von z im ersten Register die b -adische Ziffernentwicklung $z = \sum_{i=0}^k s_i b^i$ (mit $0 \leq r_i \leq b - 1$) berechnet, nach und nach die Ziffern s_i (beginnend mit $i = 0$) ausdrückt und schließlich anhält.

AUFGABE 9.3. Sei $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$. Entwerfe ein Programm für eine Registermaschine, das zur Eingabe von z im ersten Register die b -adische Ziffernentwicklung $z = \sum_{i=1}^k s_i b^i$ (mit $0 \leq r_i \leq b - 1$) berechnet, nach und nach die Exponenten i und die zugehörigen Ziffern s_i (beginnend mit k und b_k) ausdrückt und schließlich anhält.

Wir nennen ein Registerprogramm *Zustands-periodisch*, wenn zwei identische Zustände (d.h. identische Inhalte in allen Registern und identische Befehlszeilennummer) zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Programmablauf eingenommen werden (bei leerer Anfangsbelegung).

AUFGABE 9.4. Man gebe ein Beispiel für ein Zustands-periodisches Programm.

AUFGABE 9.5. Zeige, dass ein nicht anhaltendes, Register-beschränktes Programm (d.h. es gibt eine Schranke $S \in \mathbb{N}$, die die Registerinhalte zu keinem Zeitpunkt des Programmablaufes überschreiten) Zustands-periodisch ist.

AUFGABE 9.6. Man gebe ein Beispiel für ein nicht anhaltendes Registerprogramm, das keine Periodizität im Ablauf der Befehlsnummern besitzt.