Prof. Dr. H. Brenner **Osnabrück WS 2011/2012**

Mathematik für Anwender I

Arbeitsblatt 5

Aufwärmaufgaben

Aufgabe 5.1. In einer Familie leben M, P, S und T. Dabei ist M dreimal so alt wie S und T zusammen, M ist älter als P und S ist älter als T, wobei der Altersunterschied von S zu T doppelt so groß wie der von M zu P ist. Ferner ist P siebenmal so alt wie T und die Summe aller Familienmitglieder ist so alt wie die Großmutter väterlicherseits, nämlich 83.

a) Stelle ein lineares Gleichungssystem auf, dass die beschriebenen Verhältnisse ausdrückt.

b) Löse dieses Gleichungssystem.

Aufgabe 5.2. Kevin zahlt für einen Winterblumenstrauß mit 3 Schneeglöckchen und 4 Mistelzweigen $2,50$ € und Jennifer zahlt für einen Strauß aus 5 Schneeglöckchen und 2 Mistelzweigen $2,30$ €. Wieviel kostet ein Strauß mit einem Schneeglöckchen und 11 Mistelzweigen.

Aufgabe 5.3. Wir betrachten eine Uhr mit Stunden- und Minutenzeiger. Es ist jetzt 6 Uhr, so dass die beiden Zeiger direkt gegenüber stehen. Um wieviel Uhr stehen die beiden Zeiger zum nächsten Mal direkt gegenüber?

Aufgabe 5.4. Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2$$

mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(-1) = 2,\ f(1) = 0,\ f(3) = 5\,.$$

Aufgabe 5.5. Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2 + dX^3$$

mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(0) = 1,\ f(1) = 2,\ f(2) = 0,\ f(-1) = 1\,.$$

Aufgabe 5.6. Erstelle eine Geradengleichung für die Gerade im $\mathbb{R}^2$, die durch die beiden Punkte $(2,3)$ und $(5,-7)$ läuft.

Vor der nächsten Aufgabe erinnern wir an den Begriff der Sekante.

Zu einer auf einer Teilmenge $T \subseteq \mathbb{R}$ definierten Funktion

$$f : T \longrightarrow \mathbb{R}$$

und zwei verschiedenen Punkten $a, b \in T$ heißt die Gerade durch $(a, f(a))$ und $(b, f(b))$ die *Sekante* von f an a und b.

Aufgabe 5.7. Bestimme eine Geradengleichung der Sekante der Funktion

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\, x \longmapsto -x^3 + x^2 + 2,$$

zu den Stellen 3 und 4.

Aufgabe 5.8. Bestimme eine Ebenengleichung für die Ebene im $\mathbb{R}^3$, auf der die drei Punkte

$$(1,0,0), (0,1,2) \text{ und } (2,3,4)$$

liegen.

Aufgabe 5.9. Finde zu einer komplexen Zahl $z = a + bi \neq 0$ die inverse komplexe Zahl mit Hilfe eines reellen linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen und zwei Gleichungen.

Aufgabe 5.10. Löse über den komplexen Zahlen das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{cccccc} ix & +y & +(2-i)z & = & 2 \\ & 7y & +2iz & = & -1+3i \\ & & (2-5i)z & = & 1\,. \end{array}$$

Aufgabe 5.11. Es sei K der in Beispiel 2.3 eingeführte Körper mit zwei Elementen. Löse in K das inhomogene Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccc} x & +y & & = & 1 \\ & y & +z & = & 0 \\ x & +y & +z & = & 0\,. \end{array}$$

Aufgabe 5.12. Zeige durch ein Beispiel, dass das durch die drei Gleichungen I,II,III gegebene lineare Gleichungssystem nicht zu dem durch die drei Gleichungen I-II, I-III, II-III gegebenen linearen Gleichungssystem äquivalent sein muss.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 5.13. (4 Punkte)

Löse das inhomogene Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} x+2y+3z+4w & = & 1 \\ 2x+3y+4z+5w & = & 7 \\ x \quad + z \qquad & = & 9 \\ x+5y+5z+w & = & 0\,. \end{array}$$

AUFGABE 5.14. (3 Punkte)

Betrachte im $\mathbb{R}^3$ die beiden Ebenen

$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 |\, 3x+4y+5z = 2\}$ und $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 |\, 2x-y+3z = -1\}$.

Bestimme die Schnittgerade $E \cap F$.

AUFGABE 5.15. (3 Punkte)

Bestimme eine Ebenengleichung für die Ebene im $\mathbb{R}^3$, auf der die drei Punkte

$$(1,0,2), (4,-3,2) \text{ und } (2,1,-1)$$

liegen.

AUFGABE 5.16. (3 Punkte)

Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2$$

mit $a, b, c \in \mathbb{C}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(i) = 1,\ f(1) = 1+i,\ f(1-2i) = -i\,.$$

AUFGABE 5.17. (4 Punkte)

Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrcr} 2x & -ay & & = & -2 \\ ax & & +3z & = & 3 \\ -\frac{1}{3}x & +y & +z & = & 2 \end{array}$$

über den reellen Zahlen in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$. Für welche a besitzt das Gleichungssystem keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen?