

Mathematik für Anwender I**Arbeitsblatt 5****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 5.1. In einer Familie leben M, P, S und T . Dabei ist M dreimal so alt wie S und T zusammen, M ist älter als P und S ist älter als T , wobei der Altersunterschied von S zu T doppelt so groß wie der von M zu P ist. Ferner ist P siebenmal so alt wie T und die Summe aller Familienmitglieder ist so alt wie die Großmutter väterlicherseits, nämlich 83.

- a) Stelle ein lineares Gleichungssystem auf, dass die beschriebenen Verhältnisse ausdrückt.
- b) Löse dieses Gleichungssystem.

AUFGABE 5.2. Kevin zahlt für einen Winterblumenstrauß mit 3 Schneeglöckchen und 4 Mistelzweigen 2,50 € und Jennifer zahlt für einen Strauß aus 5 Schneeglöckchen und 2 Mistelzweigen 2,30 €. Wieviel kostet ein Strauß mit einem Schneeglöckchen und 11 Mistelzweigen.

AUFGABE 5.3. Wir betrachten eine Uhr mit Stunden- und Minutenzeiger. Es ist jetzt 6 Uhr, so dass die beiden Zeiger direkt gegenüber stehen. Um wieviel Uhr stehen die beiden Zeiger zum nächsten Mal direkt gegenüber?

AUFGABE 5.4. Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2$$

mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(-1) = 2, f(1) = 0, f(3) = 5.$$

AUFGABE 5.5. Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2 + dX^3$$

mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 0, f(-1) = 1.$$

AUFGABE 5.6. Erstelle eine Geradengleichung für die Gerade im \mathbb{R}^2 , die durch die beiden Punkte $(2, 3)$ und $(5, -7)$ läuft.

Vor der nächsten Aufgabe erinnern wir an den Begriff der Sekante.

Zu einer auf einer Teilmenge $T \subseteq \mathbb{R}$ definierten Funktion

$$f : T \longrightarrow \mathbb{R}$$

und zwei verschiedenen Punkten $a, b \in T$ heißt die Gerade durch $(a, f(a))$ und $(b, f(b))$ die *Sekante* von f an a und b .

AUFGABE 5.7. Bestimme eine Geradengleichung der Sekante der Funktion

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto -x^3 + x^2 + 2,$$

zu den Stellen 3 und 4.

AUFGABE 5.8. Bestimme eine Ebenengleichung für die Ebene im \mathbb{R}^3 , auf der die drei Punkte

$$(1, 0, 0), (0, 1, 2) \text{ und } (2, 3, 4)$$

liegen.

AUFGABE 5.9. Finde zu einer komplexen Zahl $z = a + bi \neq 0$ die inverse komplexe Zahl mit Hilfe eines reellen linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen und zwei Gleichungen.

AUFGABE 5.10. Löse über den komplexen Zahlen das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} ix & +y & +(2-i)z = 2 \\ 7y & & +2iz = -1+3i \\ & & (2-5i)z = 1. \end{array}$$

AUFGABE 5.11. Es sei K der in Beispiel 2.3 eingeführte Körper mit zwei Elementen. Löse in K das inhomogene Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} x & +y & = 1 \\ & y & +z = 0 \\ x & +y & +z = 0. \end{array}$$

AUFGABE 5.12. Zeige durch ein Beispiel, dass das durch die drei Gleichungen I,II,III gegebene lineare Gleichungssystem nicht zu dem durch die drei Gleichungen I-II, I-III, II-III gegebenen linearen Gleichungssystem äquivalent sein muss.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 5.13. (4 Punkte)

Löse das inhomogene Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z + 4w &= 1 \\ 2x + 3y + 4z + 5w &= 7 \\ x + z &= 9 \\ x + 5y + 5z + w &= 0. \end{aligned}$$

AUFGABE 5.14. (3 Punkte)

Betrachte im \mathbb{R}^3 die beiden Ebenen

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x + 4y + 5z = 2\} \text{ und } F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 3z = -1\}.$$

Bestimme die Schnittgerade $E \cap F$.

AUFGABE 5.15. (3 Punkte)

Bestimme eine Ebenengleichung für die Ebene im \mathbb{R}^3 , auf der die drei Punkte

$$(1, 0, 2), (4, -3, 2) \text{ und } (2, 1, -1)$$

liegen.

AUFGABE 5.16. (3 Punkte)

Man finde ein Polynom

$$f = a + bX + cX^2$$

mit $a, b, c \in \mathbb{C}$ derart, dass die folgenden Bedingungen erfüllt werden.

$$f(i) = 1, f(1) = 1 + i, f(1 - 2i) = -i.$$

AUFGABE 5.17. (4 Punkte)

Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x - ay &= -2 \\ ax + 3z &= 3 \\ -\frac{1}{3}x + y + z &= 2. \end{aligned}$$

über den reellen Zahlen in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$. Für welche a besitzt das Gleichungssystem keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen?