Introduction à la logique mathématique
Niveau 10

Chapitre 2

IMPLIQUE : Hypothèses - Conclusions

Étudier la valeur de vérité de « Si ... alors ... »

- **Si** un triangle ABC est rectangle en A, **alors** $BC^2=AB^2+AC^2$
- **Si** $x = 1$ **alors** $2x = 1$

IMPLIQUE : Hypothèses - Conclusions

Étudier la valeur de vérité de « Si ... alors ... »

- **Si** un triangle ABC est rectangle en A, **alors** $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- **Si** $x = 1$ **alors** $2x = 1$

IMPLIQUE : Hypothèses - Conclusions

Étudier la valeur de vérité de « Si ... alors ... »

- **Si** un triangle ABC est rectangle en A, **alors** $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2$
- **Si** $x = 1$ **alors** $2x = 1$

IMPLIQUE : Définition

Soient **deux** propositions A et B.

« A **IMPLIQUE** B », noté $A \Rightarrow B$

$A \Rightarrow B$ a la même valeur de vérité que $(\neg A) \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

IMPLIQUE : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **IMPLIQUE** B », noté $A \Rightarrow B$

$A \Rightarrow B$ a la même valeur de vérité que $(\neg A) \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

IMPLIQUE : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **IMPLIQUE** B **»**, noté $A \Rightarrow B$

$A \Rightarrow B$ a la même valeur de vérité que $(\neg A) \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

IMPLIQUE : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **IMPLIQUE** B **»**, noté $A \Rightarrow B$

$$A \Rightarrow B \text{ a la même valeur de vérité que } (\neg A) \vee B$$

A	B	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « … si et seulement si … »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$… ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Double implication

Étudier la valeur de vérité de « ... si et seulement si ... »

$x = 0$ **si et seulement si** $x^2 = 0$

- Si $x = 0$, alors $x^2 = 0$.
- Si $x^2 = 0$, alors $x = 0$.

$\rightarrow$ Cette équivalence est vraie.

$x = 1$ **si et seulement si** $x^2 = 1$

- Si $x = 1$, alors $x^2 = 1$.
- Si $x^2 = 1$, alors $x = 1$... ou $x = -1$!

$\rightarrow$ Cette équivalence est fausse.

ÉQUIVAUT À : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **ÉQUIVAUT À** B », noté $A \Leftrightarrow B$

$A \Leftrightarrow B$ a la même valeur de vérité que $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

A	B	$A \Leftrightarrow B$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

ÉQUIVAUT À : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **ÉQUIVAUT À** B **»**, noté $A \Leftrightarrow B$

$A \Leftrightarrow B$ a la même valeur de vérité que $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

A	B	$A \Leftrightarrow B$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

ÉQUIVAUT À : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **ÉQUIVAUT À** B **»**, noté $A \Leftrightarrow B$

$$A \Leftrightarrow B \text{ a la même valeur de vérité que } (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

A	B	$A \Leftrightarrow B$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

ÉQUIVAUT À : Définition

Soient **deux** propositions A et B.
« A **ÉQUIVAUT À** B **»**, noté $A \Leftrightarrow B$

$$A \Leftrightarrow B \text{ a la même valeur de vérité que } (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

A	B	$A \Leftrightarrow B$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V