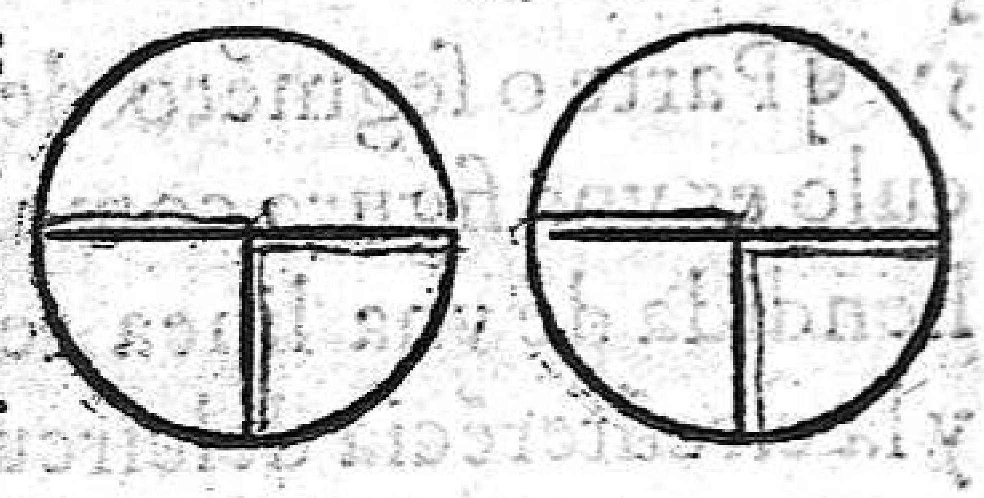
LIBRO TERCERO DE LOS ELEMENTOS GEOmetricos de Euclides Megarenſe Philoſopho.

Definiciones.

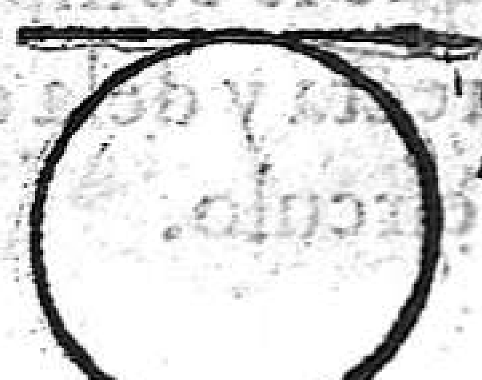
Circulos yguales,



1. ¶Yguales circulos ſon cuyos diametros ſon yguales, o cuyos ſemidiametros ſon yguales.

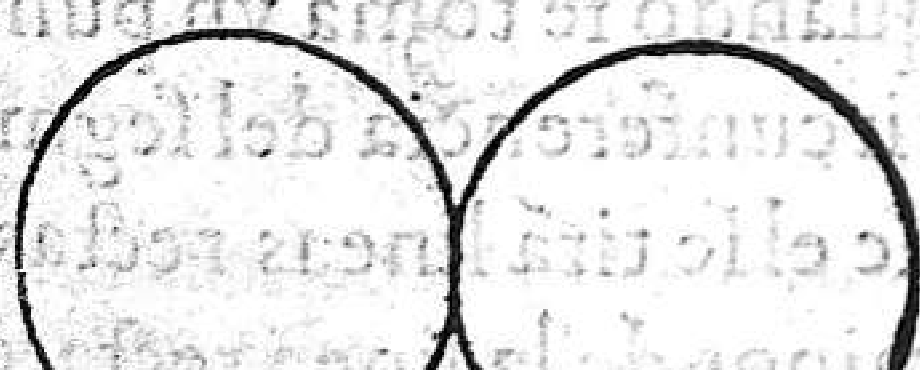
tangente la qº se dice asi pr qe encontrando con su periferia no la corta.

Linea q̃ toca al circulo,



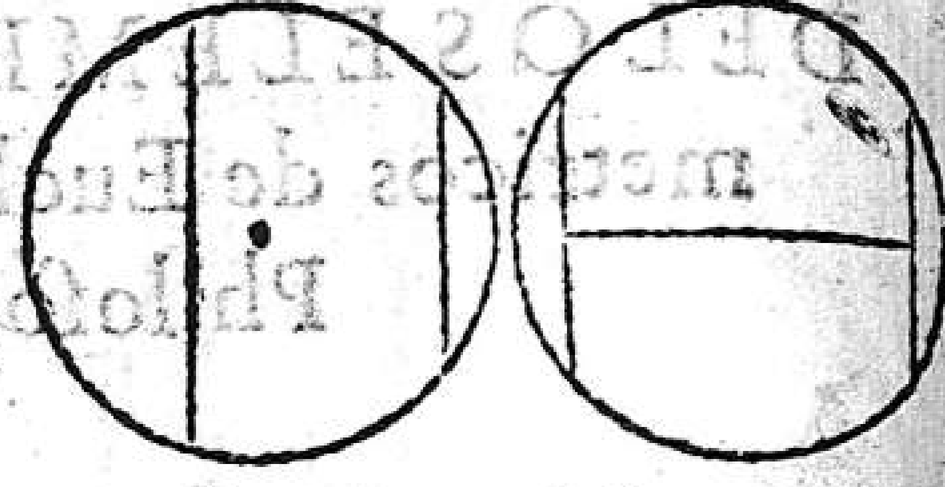
2. ¶La linea recta ſe dize tocar al circulo que tocandole eſtendida no corta el circulo.

Circulos que ſe tocan,



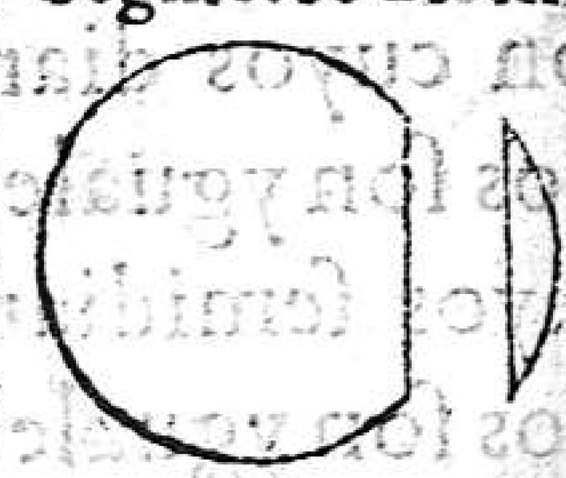
3. ¶Los circulos ſe dizẽ tocar ſe entre ſi, que tocando ſe entre ſi no ſe cortan.

Circulos yguales.



4. ¶Las lineas rectas ſe dizen ygualmente diſtar del cẽtro en el circulo, quãdo ſon yguales las perpẽdiculares, que tiradas del centro caen ſobre ellas. Y dizeſe diſtar mas la ẽ quien cae mayor perpendicular.

Segmẽtos de circulo.

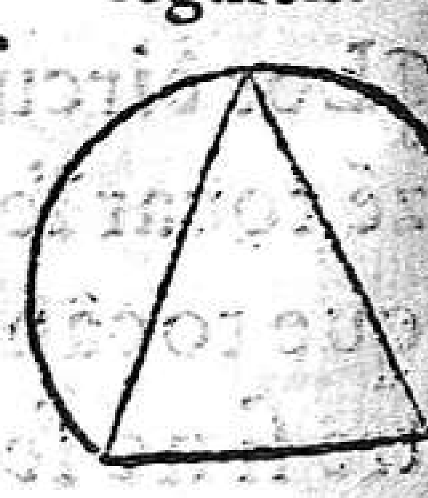


5. ¶Parte o ſegmẽto de circulo es vna figura comprehendida de vna linea recta y la circũferẽcia delcirculo.

Angulo de ſegmento.

6. ¶Angulo del ſegmento es el que ſe comprehẽde de la linea recta y dela circunferencia del circulo.

Angulo enel ſegmento



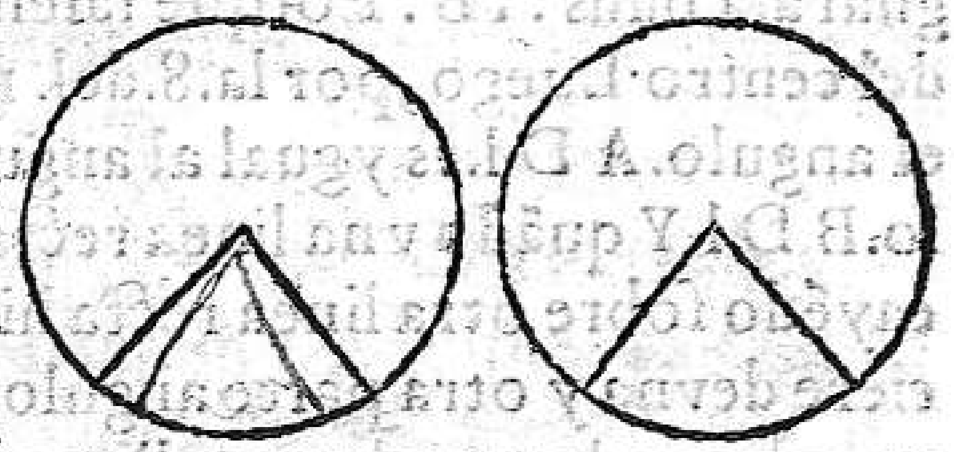
7. ¶El angulo eſta en el ſegmẽto quando ſe toma vn puncto en la circunferencia del ſegmẽto, y deſde el ſe tirã lineas rectas alos terminos de la linea recta. q̃ es baſis del ſegmento, es el angulo elq̃ es cõtenido debaxo de las lineas rectas tiradas.

Pero

8. ¶Pero quando las lineas rectas que cõprehenden el angulo toman alguna circunferencia en aquella ſe dize eſtar el angulo.

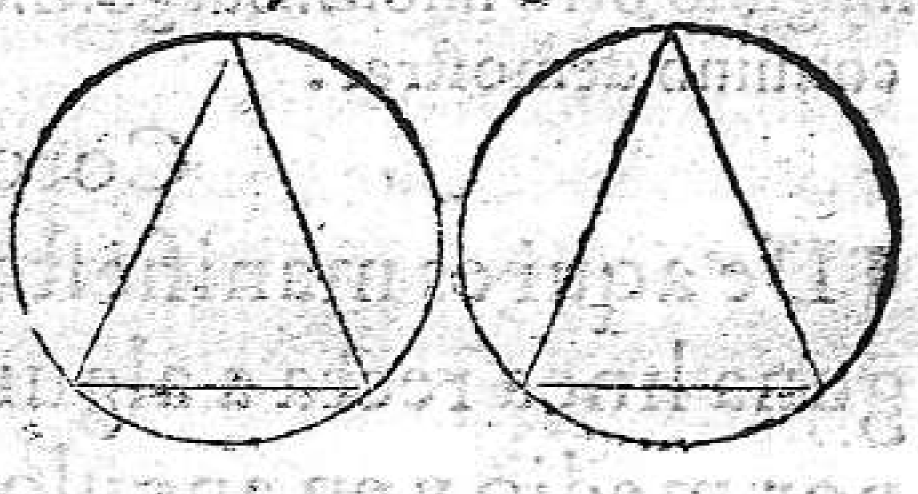
9. Sector đ circulo es quando el angulo eſtuuiere ſobre elcẽtro del circulo) la figura comprehẽdida debaxo delas lineas rectas q̃ cõprehenden el angulo, y de la circũferẽcia tomada debaxo dellas.

Sector.



10. Semejãtes ſegmẽtos de circulo ſon los que reciben yguales angulos: o aq̃llos cuyos angulos entre ſi ſon yguales.

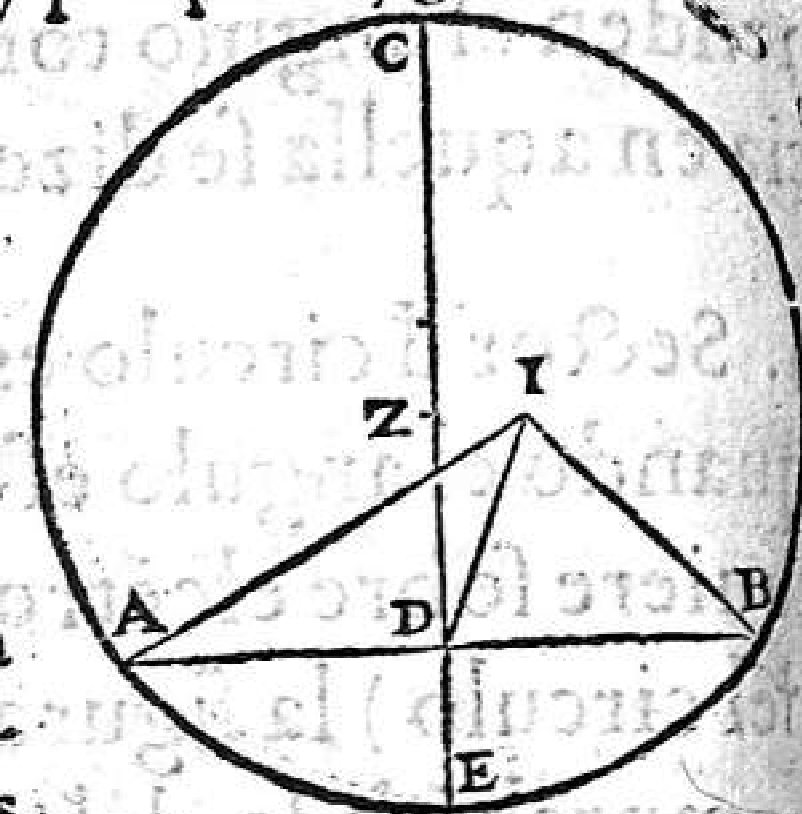
Semejantes ſegmentos.



Poblema. 1. Propoſicion. 1.

¶Hallar el centro de vn circulo dado.

Sea el circulo dado. A B C. conuiene hallar el centro del circulo. A B C. Tireſe eñl vna linea recta como quiera, y ſea. A B, y (por la. 10. del. 1. corteſepormedio enel pũcto. D. (y por la. 11. del miſmo) ſaqueſe. D C. deſde elpuncto. D. en angulos rectos con la, A B. (y por la. 2. peticion) eſtiẽdaſe aſta en. E, y corteſe (por la 10. del. 1). C E. por medio en. Z. digo q̃. Z. es cẽ tro del circulo. A B C. porque ſi no. ſi es poſſible ſea. I. (y por la. 1, peticion) tirenſe. I A. I D. I B. y porque es ygual. A D. a la D B. y comun. D I. Luego las dos A D. D I. ſon yguales a las dos. I D D B. la vna a la otra, y por la. 15. definicion del. 1, la baſis. I A, es ygual ala baſis. I B. Porque ſalen del centro. Luego, por la. 8. del. 1. el angulo. A D I. es ygual al angulo. B D I. Y quãdo vna linea recta cayẽdo ſobre otra linea recta hiciere de vna y otra parte angulos



yguales cada vno de aquellos angulos ſera recto (por la. 10, definicion del, 1. luego el angulo. B D I. es recto; y el angulo Z D B, es recto. Luego el augulo. Z D B. es ygual al angulo. B D I. el mayor al menor, que es impoſſible. luego. I. no es centro del circulo. A B C. dela miſma manera demoſtraremos q̃ ninguno otro ſino. Z. Luego. Z. es centro del circulo. A B C, q̃ conuino demoſtrar.

Coroiario

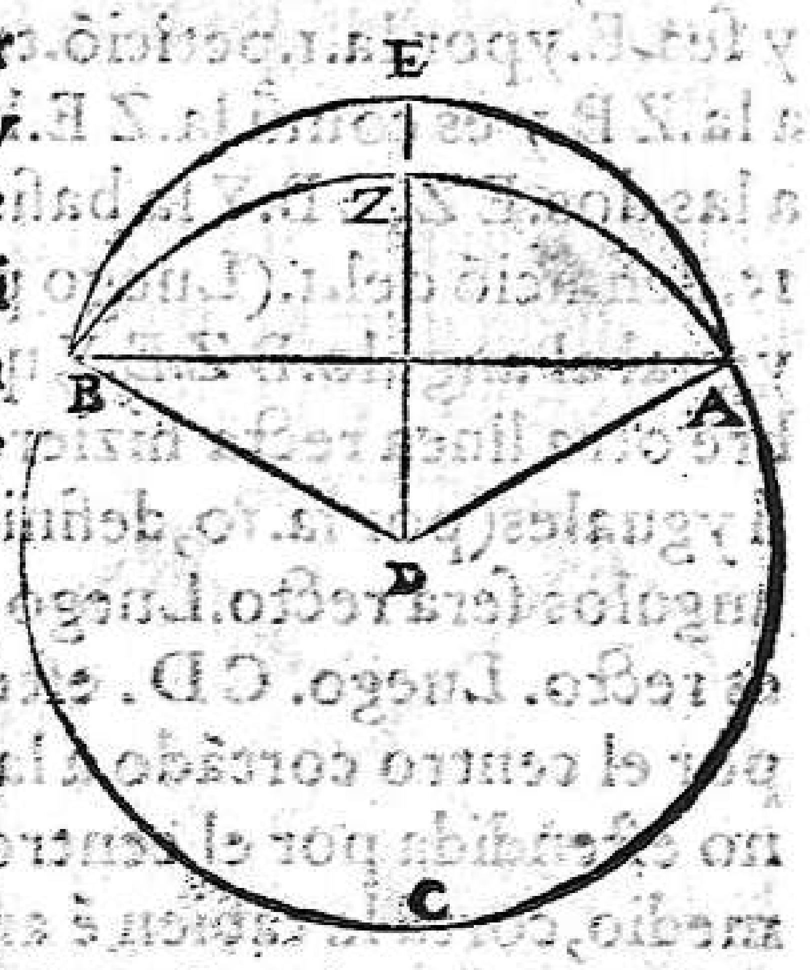
¶ De aqui es manifieſto que ſi en el circulo alguna linea recta a alguna linea recta la corta por medio y en angulos rectos, enla que corra eſta el centro del circulo.

Theorema. 1, Propoſicion. 2.

¶ Si en la circunferencia de vn circulo fueren tomados dos pũctos como quiera, la linea recta que junta aquellos dos punctos, cae dentro del circulo.

Sea

Sea el circulo. A B C. y en su circunferēcia sean como quiera dos punctos. A B. digo que la linea recta tirada desde. A. asta. B. cae dētro del mismo circulo. A B C. Porque sino, si es possible cayа fuera, como. A E B. y tomese el centro del circulo y sea (por la precedente) D, y por la, 1, peticion) tirense, D A, D B, y estiēdase, D Z, asta en, E, Pues porque es ygual, D A (por la, 15, difinició del, 1, a la. D B, sera ygual el angulo, D A E, al āgulo, D B E. y porque el lado, A E B, del triāgulo, D A E, se estiende, (luego por la, 16, del, 1.) el angulo. D E B, es mayor q̄ el angulo, D A E, Y es ygual el angulo, D A E, al angulo, D B E, Luego mayor es el angulo, D E B, q̄ el angulo. D B E, y a mayor angulo mayor lado le esta opuesto (por la. 18, del, 1, Luego mayor es, D B, q̄ no D E, y por la, 15, definicion) es ygual, D B a la D Z, Luego mayor es. D Z, q̄ no D E, la menor q̄ la mayor que es impossible. Luego estedida vna linea recta desde, A, asta. B, no cae fuera dl circulo, Dela misma manera demostraremos, que ni en la misma circunferencia, luego caera dentro. Luego si en la circunferēcia de vn circulo y lo de mas que se sigue como enel theorema, loqual conuino demostrar,



Theorema, 2, Proposicion. 3.

¶ Si enel circulo vna linea recta tirada por el cētro, cortare por medio a otra linea recta no tirada por el centro, cortar la a en angulos rectos, y si la cortare en angulos rectos, tambiē la cortara por medio.

¶Sea el circulo. A B C. y enel vna linea recta tirada por el cētro. C D. corte por medio a la linea. A B. no tirada por el centro, enel pūcto, Z. Digo q̃ tambiē la corta en angulos rectos: Ofrezcase o tomese el cētro del circulo. A B C. por la. 1. del. 3. y sea. E. y por la. 1. peticiō. tirēse. E A. E B. y porq̃. A Z. es ygual a la. Z B. y es comū la. Z E. luego las dos, E Z, Z A son yguales a las dos. E Z, Z B. Y la basis. E A es ygual a la basis, B E (por la 15. definiciō del. 1. (Luego por la. 8. del. 1.) el angulo. A Z E. es ygual al angulo. B Z E. Y quādo vna linea recta cayendo sobre otra linea recta hiziere angulos d̄ vna y otra parte entre si yguales (por la. 10, definiciō del. 1.) cada vno delos mismos angulos sera recto. Luego cada vno de los dos. A Z E. B Z E. es recto. Luego. C D. estendida por el centro cortādo a la. A B. no estendida por el centro, por medio, corta la tābien ē angulos rectos. Pero corte la. C D. a la A B. en angulos rectos. Digo q̃ tambien la corta por medio, esto es, que. A Z es ygual a la, Z B. porq̃ dispuestas las mismas cosas y fabricadas dela misma manera porque es ygual. E A, ala, E B (por la. 15. d̄l. 1.) sera ygual el angulo E A Z, al alguno. E B Z. Y el angulo. A Z E recto es ygual (por la. 4, peticion, al angulo recto. B Z E. Luego son dos triangulos. E A Z, E B Z, que tienē los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado que es. E Z, es a saber que siendo comun (por la. 26. del. 1) se oppone en ellos a vno de los yguales angulos. Luego tambien los de mas lados tendran yguales a los de mas lados. Luego ygual es. A Z. a la. Z B Luego si vna linea recta, y lo de mas que se sigue como en el theorema, lo qual conuiuo demostrarse.

Theorema. 3. Proposicion. 4.

¶Si en el circulo dos lineas rectas se cortaren entre si no tiradas por el centro, no se cortaran por medio.

❧Sea el circulo. A B C D. y en el dos lineas rectas. A C. B D. cortense en, E, no estendidas por el cētro. Digo q̃ no se cortā por medio. Porq̃ si es possible cortense entre si por medio de tal manera q̃, A E, sea ygual a la E C, y la. B E. a la. E D. Tomese el cētro del circulo. A B C D, y sea por la. 1. del. 3. Z, y por la. 1. peticion, tirese, Z E. Pues porq̃ vna linea recta, Z E, tirada por el cētro, corta por medio a la linea, A C, no tirada por el centro, corta la tābiē en angulos rectos, por la. 3. del. 3. Luego el angulo, Z E A, es recto. Yten

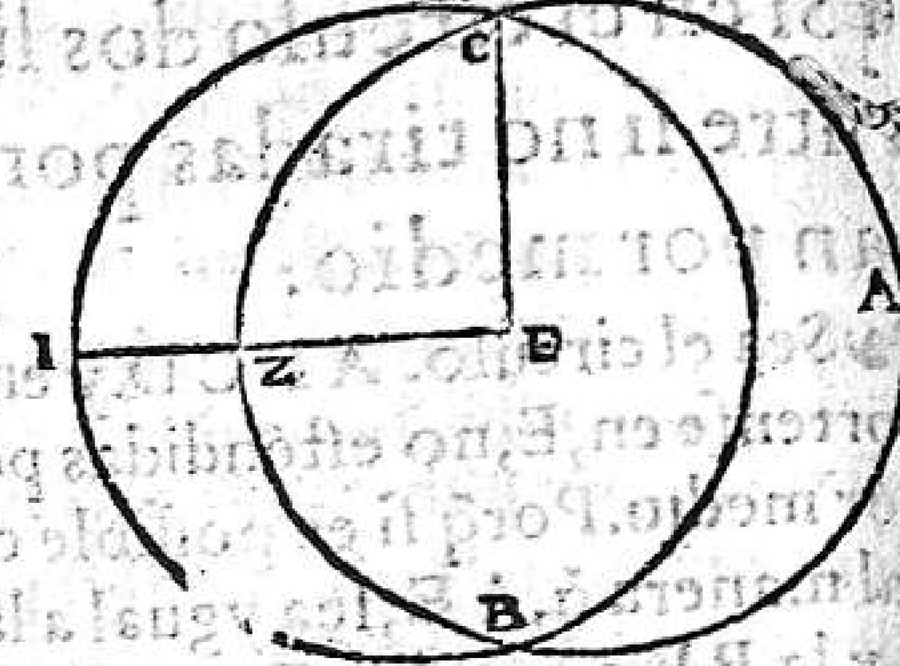
porq̃ vna linea recta, Z E, corta tambien por medio a la linea B D. no tirada por el centro tambien (por la. 3. del. 3) la corta en angulos rectos. Luego el angulo. Z E B, tābien es recto y probose que el angulo, Z E A, es recto, luego el angulo. Z E A, por la. 4. peticiō, es ygual al angulo, Z E B, el menor al mayor que es impossible. Luego las lineas rectas, A C, B D. ē ninguna manera se cortan por medio. Luego si en vn circulo, y lo que mas se sigue que conuino demostrarse.

Theorema. 4. Proposicion. 5.

¶Si dos circulos ētre si se cortarē, no sera vno mesmo el centro dellos.

❧Cortēse los dos circulos, A B C, C B I, entre si ē los pūctos C, B, digo q̃ su cētro no es vno mesmo. Porq̃ si es possible sea E, y por la, 1, peticiō, tirese, E C. y tirese tābiē, E Z I, como quiera, y porq̃ el pūcto, E, es cētro del circulo, A B C, sera ygual

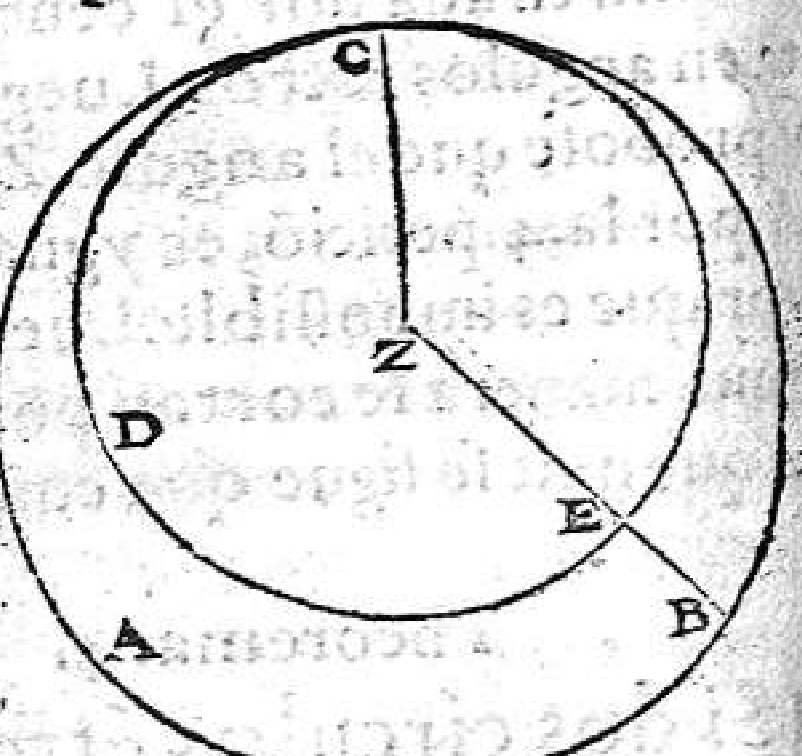
E C, a la, E Z, por la, 15, definició del, 1,) Ytẽ porq̃ el puncto E. es cẽtro del circulo, C B I, es ygual por la misma dificnició, E C, a la, E I, y esta demostrado q̃, E Z, es ygual a la, E C luego tãbien, E Z, es ygual ala E I, la menor a la mayor q̃ es impossible. Luego el pũcto, E. no es cẽtro de los circulos, A B C, C B I, Luego si dos circulos y lo demas que se sigue, lo qual conuenia demostrar,



Theorema. 5. proposició. 6.

Si entre si se tocaren dos circulos por de dentro, el centro de ellos no sera vno mesmo.

Toquen se por de dentro los dos circulos, A B C, C D E. enel puncto, C, digo q̃ el centro dellos no es vno mismo, Por q̃ si es possible sea, Z, y por la, 1, petitiõ, tirese, Z C, y tambien tirese como quiera, Z B, Pues porq̃ el puncto. Z. es cẽtro del circulo, A B C, es ygual, Z C, (por la, 15,) definició del. 1, a la, Z B, Ytẽ porq̃ el puncto Z, es centro del circulo, C D E, es ygual, Z C, a la, Z E por la misma definició: y esta sabido q̃, Z C es ygual a la, Z B, luego Z E, es ygual a la, Z B, la menor a la mayor, lo qual es impossible, Luego el pũcto, Z, no es cẽtro de los circulos, A B C, C D E, luego si entre si se tocaren dos circulos: y lo q̃ mas se sigue: como ẽ el theorema que se hauia de demostrar.

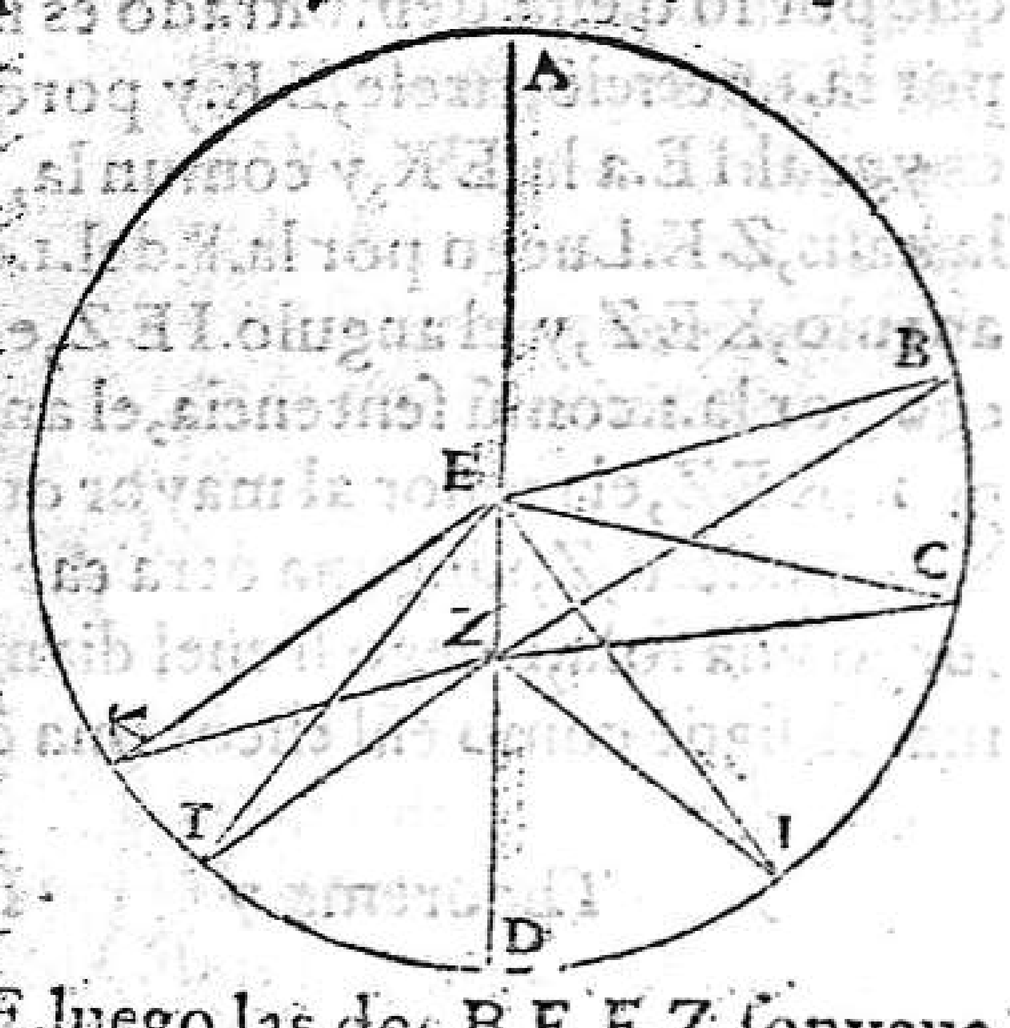


Theorema. 6. proposicion, 7,

Si enel diametro de vn circulo se tomare algun pũcto q̃ en ningũa manera sea el centro del

del circulo: y desde aql pũcto al circulo salie-
rẽ algunas lineas rectas: la mayor sera en la q̃
esta el cẽtro: pero la mas pequeña la q̃ resta, y
delas otras siẽpre la mas cercana a aqlla que
passa por el centro, es mayor que la mas apar
tada, mas solamente caen dos yguales lineas
rectas desde el mismo puncto asta el circulo.
a ambas partes dela menor.

Sea el circulo. A B C D, y su diametro sea. A D. y en el mis mo. A D. tome se vn pũcto y sea. Z. el qual no sea el cẽtro del circulo: y sea (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. E. y desde Z. asta el circulo. A B C D, cayã algunas lineas rectas. Z B. Z C Z I. Digo q̃ la. Z A. es la mayor: y la. Z D. es la menor: pero de las otras la, Z B. es mayor que la. Z C. y la. Z C. mayor q̃ la. Z I



Tire se. B E. C E. I E, por la. 1. peticiõ. Y porq̃ (por la. 20. del. 1.) de todo triãgulo los dos lados son mayores q̃ el q̃ resta, luego. EB. EZ. sõ mayores q̃ el restãte. Z B. y la A E. es ygual a la. B E. por la 15. difiniciõ del. 1. Luego. BE E Z. son yguales a la. A Z. luego mayor es. A Z, que B Z De mas desto porq̃. B E es ygual a la. C E. por la. 15. difiniciõ del. 1. y es comũ la. Z E. luego las dos B E, E Z. son yguales a las dos. C E. E Z. y el angulo. B E Z. es mayor q̃ el angulo C E Z. luego la basis. B Z (por la. 24. del. 1.) es mayor q̃ la basis C Z. y por esto. C Z. es mayor q̃. Z I. Ytẽ porq̃. I Z. Z E. por la. 20. del. 1.) son mayores q̃, E I. y (por la. 15. definiciõ del, 1.) es

ygual

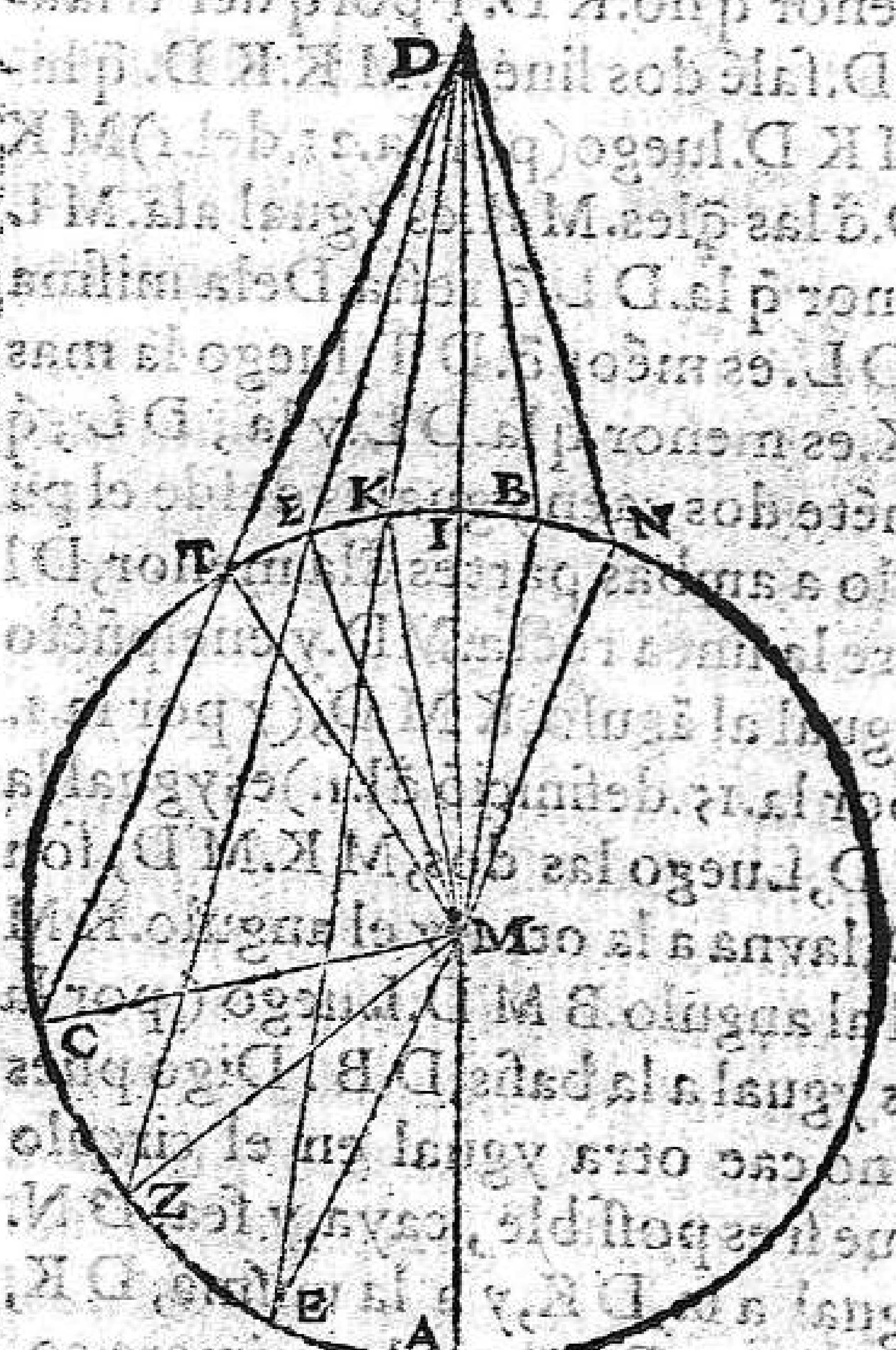
ygual.E I,a la.E D.Luego,I Z,Z E son mayores q̃.E D.Quite se la comũ,E Z,luego la q̃ resta.I Z,es mayor que la restante Z D.Luego la mayor de todas es,Z A,y la menor . Z D. y es mayor,Z B. que,Z C y la.Z C,que la.Z I.Digo tambien q̃ desde el puncto,Z,solamente dos lineas rectas yguales caen en el circulo,A B C D,a ambas partes dela menor.Haga se(por la.23.del.1.)sobre la linea recta,E Z,y enel puncto.E. dado ẽ ella el angulo,Z E T.ygual al ãgulo.I E Z (y por la.1.peticiõ, tirese.Z T.Pues porq̃ es ygual.I E,a la,E T,por la.15.definiciõ del.1.y la.E Z.es comun,luego las dos,I E,E Z, son yguales a las dos.T E,E Z.Y por la,23.del.1,el angulo,I E Z.es ygual al angulo.T E Z.Luego por la.4.del.1,la basis.Z I.es ygual a la basis,T Z.Digo tambien q̃ a la linea, Z I. ninguna otra le cae ygual enel circulo desde el puncto,Z.porque si es possible caya.Z K.Y porque.Z K,es ygual a la,Z I,y la.Z T,es ygual ala Z I. Luego.Z K.es ygual a la,Z T,luego la que esta mas propinqua a la que passa por el cẽtro es ygual a la mas apartada que por lo q̃ esta demostrado es impossible. O desta manera por la.1.peticiõ,tirese,E K.y porq̃ (por la.15.definiciõ del.1.) es ygual.I E.a la,E K,y comun la,Z E,y la basis.I Z,es ygual a la basis,Z K.Luego por la.8.del.1.el angulo,I E Z, es ygual al angulo,K E Z,y el angulo.I E Z,es ygual al angulo,T E Z,Luego por la.1.comũ sentencia,el angulo.T E Z.es ygual al angulo,K E Z,el menor al mayor que es impossible. Luego desde el puncto,Z,ninguna otra cae enel circulo ygual a la. I Z. luego vna sola.Luego si enel diametro de vn circulo,y lo que mas se sigue como enl theorema q̃ es lo q̃ se auia ẽ demostrar

Theorema.7 Proposicion. 8.

¶ Si fuera de vn circulo se toma algũ pũcto y desde aq̃l pũto al circulo se tirã algũas lineas rectas de las quales la vna se estiẽda por el cẽ

tro

tro, y las demas como quiera, de las lineas rectas q̃ caen en la circunferencia conuexa es la mayor la q̃ se tiro por el cẽtro: y đ las otras siẽpre la mas propinqua a la q̃ passa por el cẽtro es mayor q̃ la mas remota. Pero de las lineas rectas q̃ caen ẽ la circũferẽcia curua es la menor la q̃ esta entre el pũcto y el diametro: y la mas propinqua a la menor siẽpre es menor que la mas apartada y solamẽte dos lineas rectas caẽ yguales eñl circulo a ãbas partes đ la menor,



❧ Sea el circulo. A B C. Y fuera del mismo. A BC. Tomese el punncto. D. y desde el tirense algunas lineas rectas al mismo cirulo, y seã D A. D E. D Z. D C. y tirese. D A. por el cẽtro. Digo q̃ de las lineas rectas, q̃ caẽ en la circũferẽcia del circulo. A E Z C. Es la mayor la q̃ passa por el centro, q̃ es. D A. y la menor la q̃ esta entre el punncto. D. y el diametro. A I. Pero mayor es D E. q̃ no D Z, y la D Z. q̃ no la. D C. pero đ las lineas rectas q̃ caen en la circũferẽcia curua. T L K I. siẽpre la mas llegada a la menor D I. es menor q̃ no la mas apar apartada, esto es la. D K. q̃ no la. D L. y la. D L. q̃ no la D T. Tomese (por la. 1. del. 3) el centro del circulo. A B C. y sea. M. y por la. 1. peticion) tiren se. M E. M Z. M C. M T, M L. M K. (y porq̃ por la. 15. difini. d̃l. 1.) es ygual la. A M. a la. E M, põga se comun. M D. Luego A D. es ygual a la dos. E M. M D. Pero la. E M. y la. M D, son mayores q̃ la. E D (por la. 20. del. 1) Luego tābiē. A D. es mayor q̃ la. E D. Ytẽ porq̃ (por la. 15. difinició del. 1.) la. M E. es ygual a la. M Z. põga se. M D. comũ, luego la E M. y la. M D. son yguales a la. Z M. y a la. M D. y el ãgulo, E M D. es mayor q̃ el angulo. Z M D. Luego por la. 24, del, 1). la basis. E D. es mayor q̃ la basis. Z D. Dela misma suerte demostraremos q̃. Z D. es mayor q̃. C D. luego la mayor es. D A. y mayor. D E. q̃ no. D Z. y la. D Z. q̃ no la. D C. Y (porq̃ por la 20. del, 1) M K. y la, K D. son mayores q̃. M D. (y por la. 15. definició del. 1,) es ygual. M I. a la. M K. luego la. K D. es mayor q̃ la. D I. Por lo qual. I D. es menor q̃ no. K D. Y porq̃ del triangulo. M D L. del vn lado. M D. salẽ dos lineas. M K. K D. q̃ hizierõ dentro el triangulo. M K D. luego (por la. 21. del. 1) M K K D. sõ menores q̃. M L. L, D. d̃ las q̃les. M K. es ygual ala. M L Luego la, K D, q̃ resta es menor q̃ la. D L. q̃ resta. Dela misma manera demostraremos q̃. D L. es mẽor q̃. D T, luego la mas pequeña es. D I. Pero la. D K. es menor q̃ la. D L. y la, D L, q̃ la. D T. Digo tābien q̃ solamẽte dos caen yguales desde el pũcto. D, sobre el mismo circulo a ambas partes d̃la menor, D I Hagase (por la. 23. del. 1) sobre la linea recta. M D. y enel pũcto M. suyo el angulo, D M B. ygual al ãgulo, K M D, (y por la. 1. peticiõ) tirese. D B. y por q̃ (por la. 15. definiciõ d̃l. 1.) es ygual la M B. a la M K, y comũ la. M D, Luego las dos, M K. M D, son yguales a las dos. B M, M D, la vna a la otra, y el angulo. K M D (por la. 23. del. 1.) es ygual al angulo. B M D. Luego (por la 4. del. 1,) la basis, D K, es ygual a la basis, D B. Digo pues que a la linea recta, D K, no cae otra ygual en el circulo desde el puncto, D, Porque si es possible, caya, y sea. D N. Pues por que la, D N, es ygual a la, D K, y a la misma, D K, le es ygual D B, Luego tambien, D B, por la primera comun sentẽcia) es ygual a la. D N, Luego la maspropinqua ala

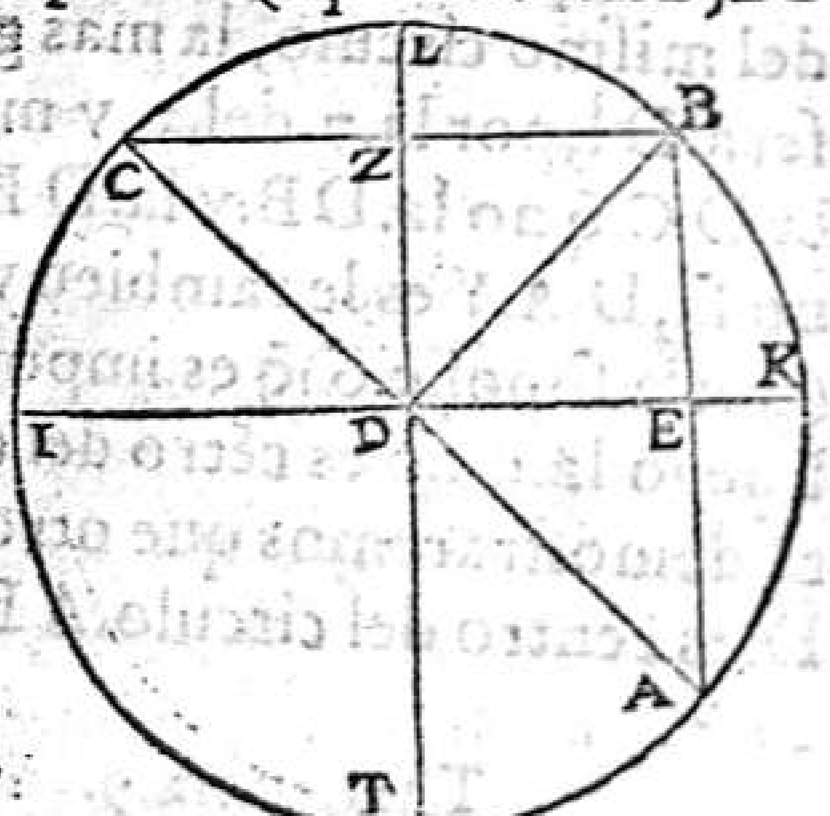
menor

menor.D I.es ygual a la mas apartada,lo qual ya esta demo strado por impossible.O tābiē desta manera(Tirese por la.1. petició)M N.y porq̄(por la.15.difinició)es ygual la.K.M.a la M N.y comun la.M.D.y la basis.D K.es ygual a la basis,D N por la supposicion,luego por la,8,del.1,el angulo.K M D. es ygual al angulo.D M N.y el angulo.K M D,es ygual al angu lo.B M D.Luego el angulo.B MD.es ygual al angulo.N M D es a saber el menor al mayor,que es impossible,Luego desd e el puncto.D.enel circulo.A B C.no caen mas de dos lineas re ctas yguales a ambas partes dela menor. D I. Luego si fuera de vn circulo se toma vn pūcto.Y lo de mas como en el theo rema,lo qual conuino demostrar.

Theorema. 8. Proposicion.9.

¶Si enel circulo se toma vn puncto.y desde el puncto al circulo cayeren mas que dos lineas rectas yguales, el puncto tomado es dētro del mismo circulo.

Sea el circulo,A B C.y dentro del este el puncto.D,y des de el mismo.D.enel circulo.A B C.cayan mas q̄ dos lineas re ctas yguales,esto es.D A.D B.D C.digo que el puncto.D.es centro del circulo,A B C.Tirense por la.(1.peticion.AB,BC y cortense por medio en los pun ctos.E Z (por la, 10. del.1.)Con uiene a saber la.A B.en E.y la.B, C en.Z.y tiradas.ED.DZ. por la (1.peticion) estiendan se a vna y otra parte asta los punctos, I K. L T.Pues porque es ygual A E. a la E B.y comun la,E D, Luego los dos lados,A E,E D,son ygua les a los dos lados,B E,E D, Y por la suposicion,la basis,D A,a la basis,D B,es ygual.Luego el angulo,A E D,es ygual al angulo,B E D,(por la,8,del,1)

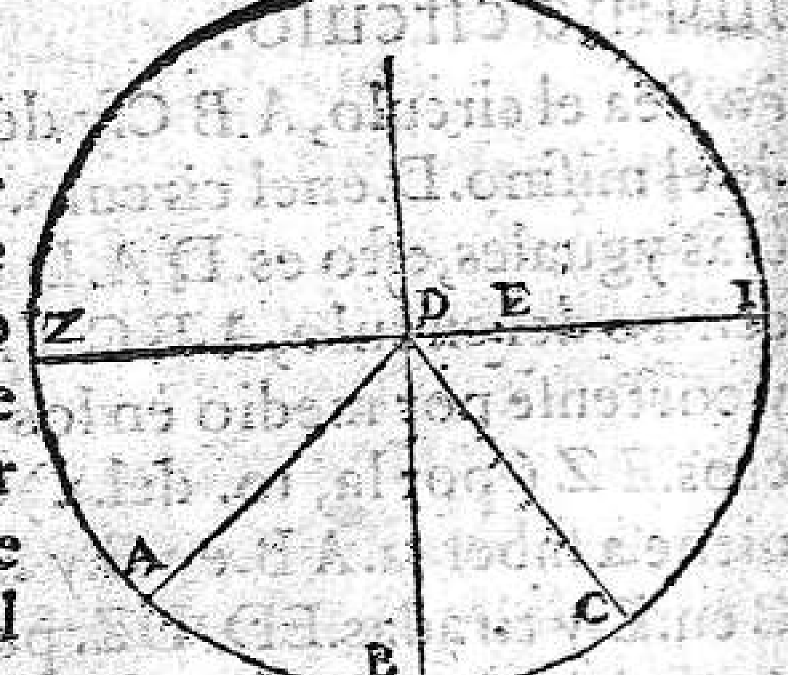


luego

luego cada vno delos angulos. A E D. B E D. es recto. Luego. l K, corta por medio a la, A B. y ē angulos rectos, por la. 3 dl 3) y porq̄ si enel circulo algũa linea recta corta por medio y en angulos rectos a algũa linea recta (por el corolario dla, 1. del. 3.) enla q̄ corta esta el cẽtro delcirculo, luego ẽla. l K (por el mismo corolario, esta el cẽtro del mismo circulo. A B C, Y por lo mismo tãbien enla. T L. esta el cẽtro del circulo, A BC y ningũo otro tienẽ comũ la. l K. y la. T L. sino el pũcto. D. luego el pũcto. D. es cẽtro del circulo. A B C. Luego si dẽtro de vn circulo se toma algũ pũcto, y desde el pũcto en el circulo cayerẽ mas q̄ dos lineas rectas yguales, el puncto tomado es centro del circulo que cõuenia demostrarse

¶ Lo mismo se demuestra de otra manera.

Porq̄ dẽtro del circulo. A B C. Tomese el pũcto. D. y desde el mismo. D. al circulo cayan mas q̄ dos lineas rectas yguales. D A. D B, D C. Digo q̄ el pũcto. D, to mado es cẽtro del circulo. A B C. Porq̄ sino, si es possible sea. E. y tirada. D E. estiendase asta ẽ los pũctos. Z l. Luego la. Z l. es diametro del mismo circulo. A B C. Pues porq̄ en el diametro. Z I. del circulo. A B C. se tomo el pũcto. D. q̄ no es centro del mismo circulo, la mas grãde sera. D I, por la. 7. del. 3, y mayor la. D C. q̄ no la. D B. y la. D B. que no la, D A. Y es le tambien ygual (por la suposiciõ) q̄ es impossible



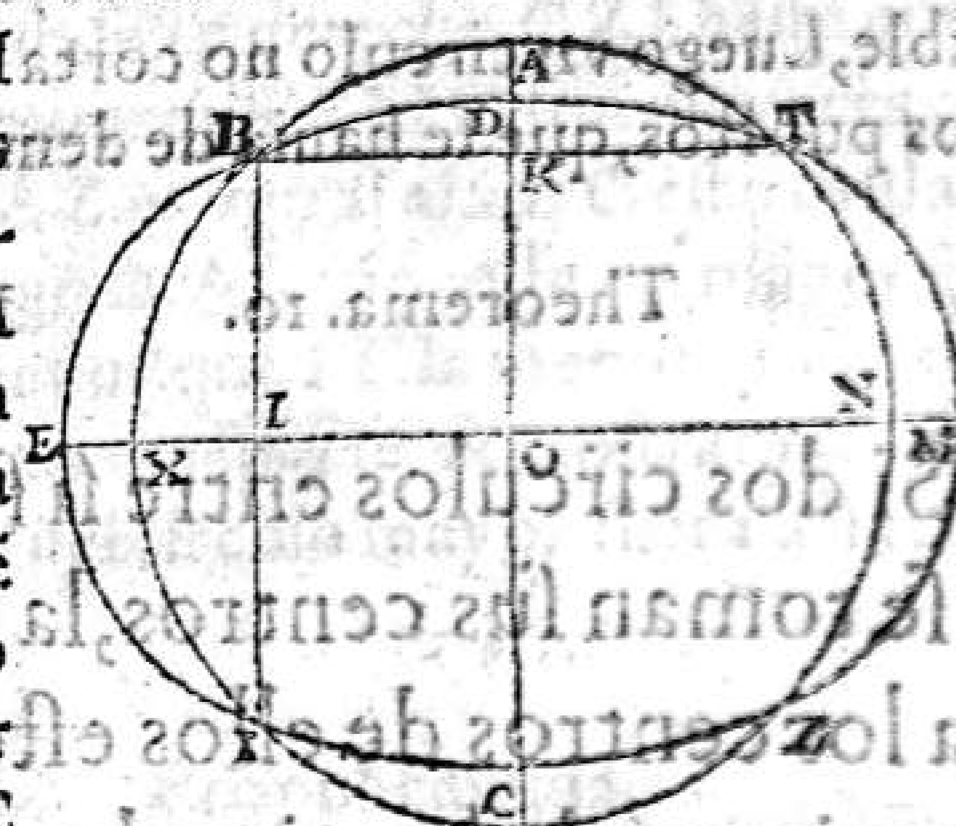
Luego la. E. no es cẽtro del circulo. A B C. de la misma manera demostraremos que otro ninguno sino. D. Luego el pũcto D. es centro del circulo. A B C.

Theorema. 9. Proposicion. 10.

¶ Vn circulo no corta a otro circulo en mas punctos que dos.

Porq̄

Porq̃ si es possible, el circulo. A B C. corte al circulo, D E Z en mas pũctos que dos, esto es, en, B. I. T. Z. y tiradas, B I. B T corten se por medio (por la, 10. del. 1.) en los punctos. K. L, y por la. 11. del. 1.) desde los mismos. K. L. tiradas sobre. B I. B T ẽ angulos rectos. K C. L N M estiendanse asta los pũctos A. X. E. Pues por q̃ en el circulo. A B C, la linea recta. A C, corta por medio y en angulos rectos ala linea recta B T (por la. 3. del. 3.) luego ẽ la misma. A C. esta el cẽtro del circulo. A B C, Ytẽ por q̃ enel mismo circulo, A B C la linea recta. N X. q̃ es la. M E, corta a la linea. B I. por medio y en angulos rectos, por la. 3. del. 3.) luego enla. N X. esta el cẽtro del circulo. A B C, por la misma) y esta demostrado que tãbien enla. A C, y en ningũo otro concurren las lineas rectas A C. N X. entre si sino ẽ. O. luego. O. es cẽtro del circulo. A B C De la misma manera demostraremos q̃ tãbiẽ. O. es el cẽtro dl circulo. D E Z. luego delos dos circulos. A B C. D E Z. q̃ entre si se cortã, es vn mismo el cẽtro, lo qual, por la, 5. del. 3.) es impossible. Luego vn circulo a otro circulo, ẽ mas que dos punctos no le corta, que se hauia de demostrar.



❡ Lo mismo se demuestra de otra manera.

❡ Corte otra vez el circulo A B C, al circulo, D E Z, en mas que dos punctos q̃ es en, B, Z, T. I, (y por la, 1, del 3,) tome se el centro del circulo, A B C, y sea, K, y tire se, K B, K I, K Z, Pues por q̃ dentro del circulo, D E Z, se toma vn puncto, K, y en el mismo circulo caen mas

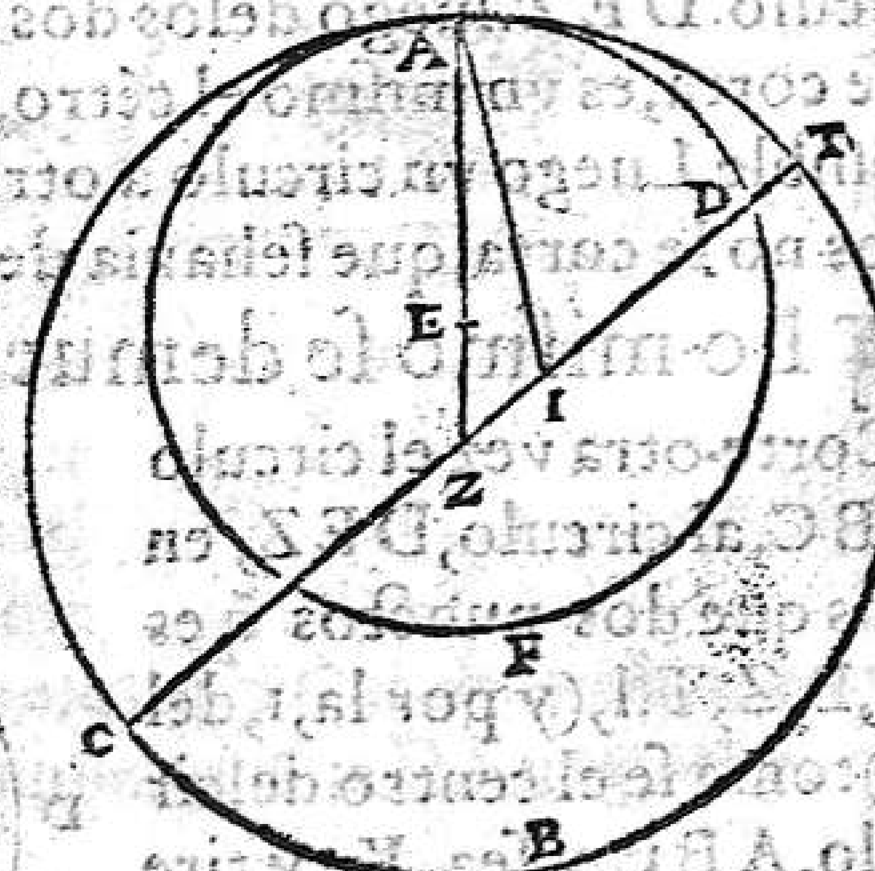
que dos

que dos lineas rectas, K B. K I, K Z, luego (por la. 9, del, 3,) el puncto, K, es centro del circulo, D E Z, y del circulo, A B C, es centro el mismo, K, Luego de los dos circulos que entre si se cortan es vno mismo el cētro, K. q̄ (por la, 5, del, 3) es impossible, Luego vn circulo no corta a otro circulo en mas que ē dos punctos, que se hauia de demostrar,

Theorema. 10. Proposicion. 11.

¶ Si dos circulos entre si se tocaren por dētro y se toman sus centros, la linea recta que abra ça los centros de ellos estendida cae en el toçamiento de los circulos.

Los dos circulos, A B C, A D F. Toquense entre si por dētro enel pūcto, A, y tomese (por la, 1, del, 3,) el centro del circulo, A B C, y sea, Z, y el del circulo, A D E, sea, E, digo que la linea recta tirada desde, Z, asta en. E. y estendida, cae en el pūcto, A. porque sino, si es possible caya como, Z I D T. y tirese. A Z. A I. Pues porque. A I. y la. I Z, por la (20. del, 1) sō mayores que la. Z A. esto es, que la. Z T. quitese la comun. I Z, Luego la, A I, que resta mayores que la, I T. que resta, Y la D I. es ygual a la, I A (por la, 15 definiciō del, 1,) luego, I D, es mayor que, I T, la menor que la mayor, que es impossible,



Luego la linea recta tirada desde, Z, asta el puncto. I. no cae fuera de, A, puncto del tocamiento, luego cae en el mismo tocamiento, Luego si dos circulos entre si se tocarē por dētro y se y se toman sus centros la linea recta que abraça los centros dellos estendida cae enel tocamiento dellos.

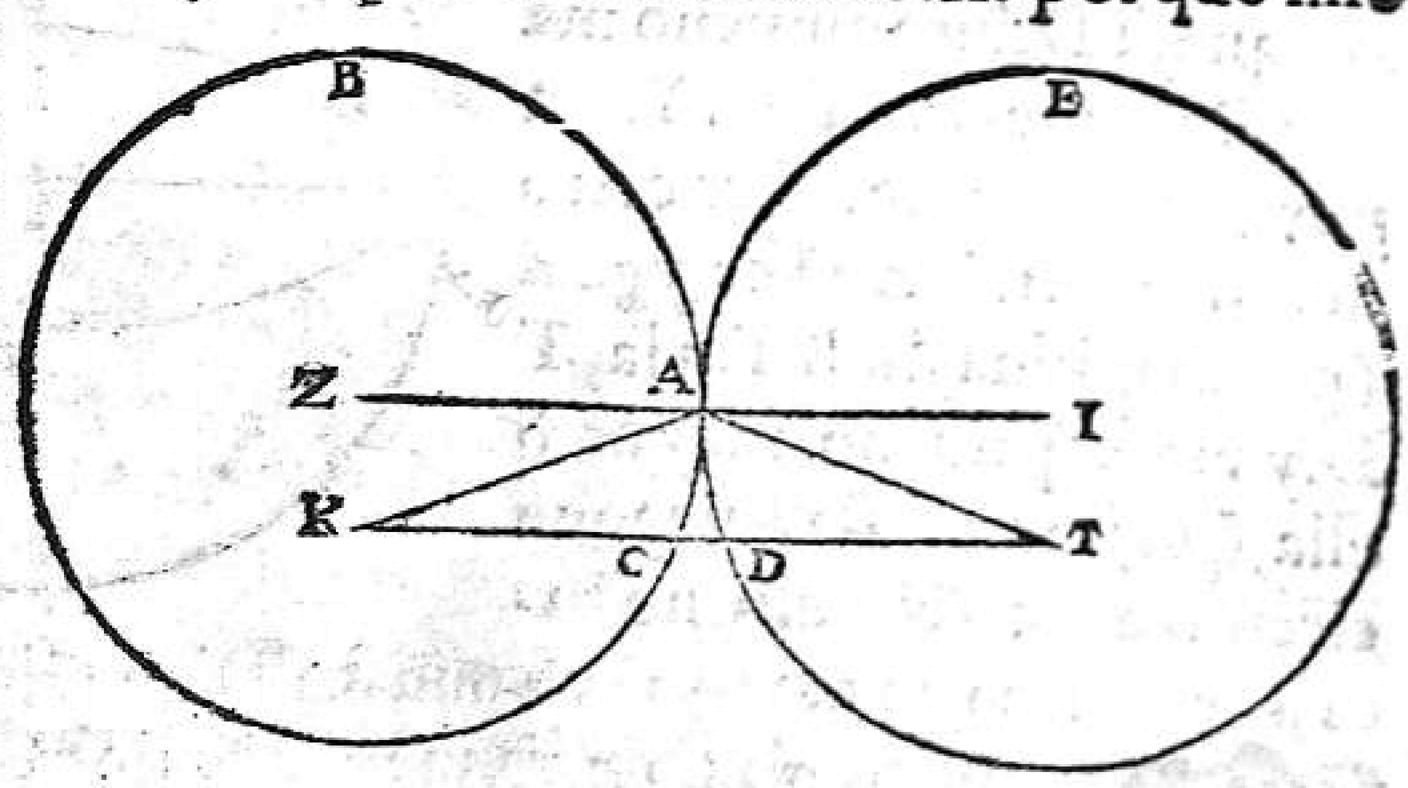
¶Lo mismo se demuestra de otra manera.

Caya como. I Z C. y estiendase en derecho. C Z I. hasta enl puncto. T. y tirense. A I. A Z. puesporque. A I. I Z. son mayores que A Z. (por la. 20. del. 1.) y la. A Z. es ygual ala. Z C. esto es ala. Z T. quitese la comun. Z I. luego la. A I. que resta es mayor q̃ la I T que resta, esto es. I D. mayor que. I T. la menor que la mayor ques impossible. Semejantemente se demostrara ser impossible aunq̃ este el centro del circulo mayor fuera del circulo pequeño.

Theorema. 11. Proposicion. 12.

¶Si dos circulos entre si por de fuera se tocaren, la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Los dos circulos. A B C. A D E. toquense por de fuera enel puncto. A. y tomese por la. 1. del. 3. el centro del circulo. A B C y sea. Z. y el del circulo. A D E. sea. I. digo que la linea recta tirada desde. Z. hasta. I. passa por el tocamiento. A. porque sino passe como. K C D T. si es possible, y tire se A K. A T. Pues por que. K. es centro del circulo. A B C. sera ygual. K A. ala. K C. Item porque el puncto. T es centro del circulo. A D E. sera ygual. A T. a la. D T. y



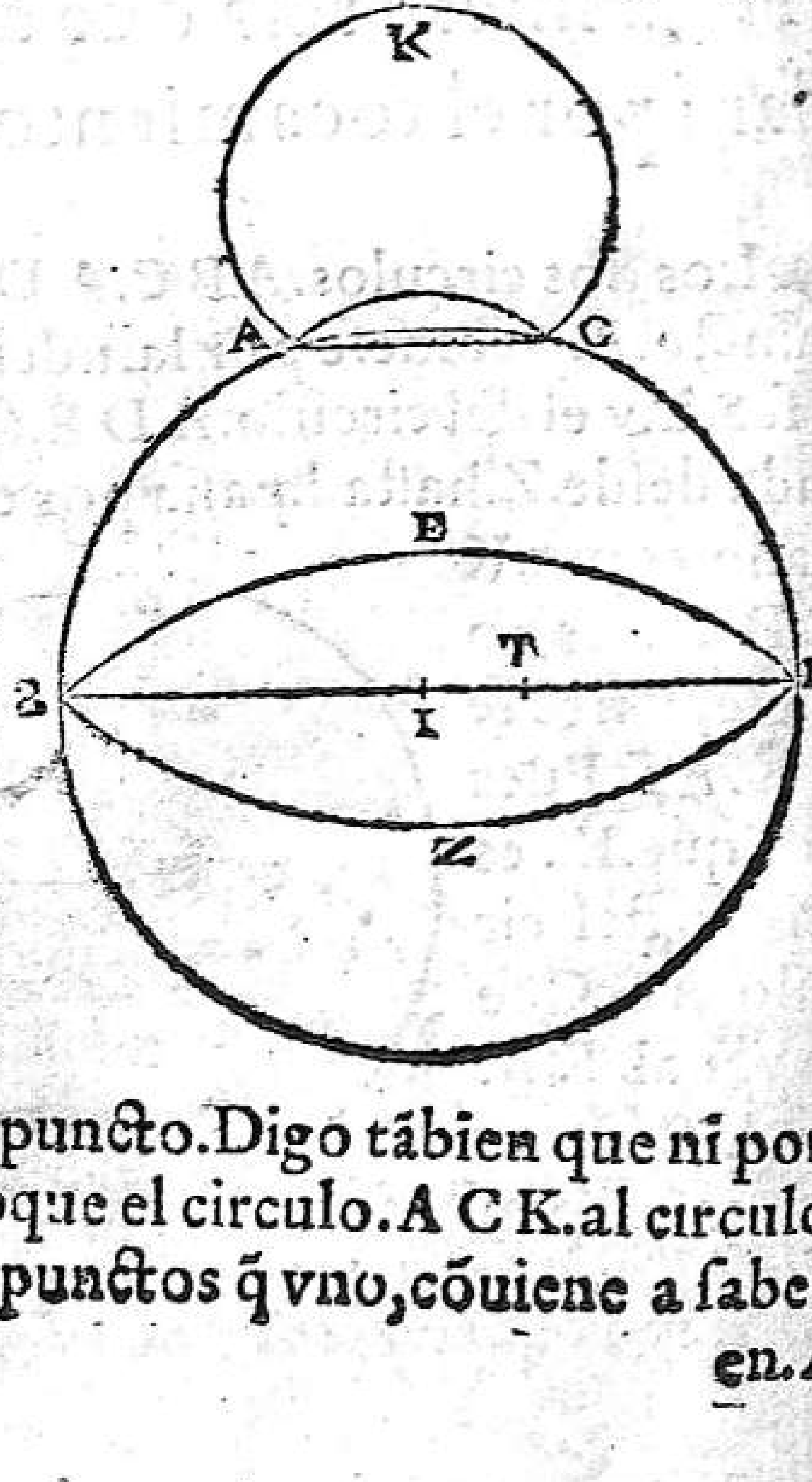
H esta

y esta demostrado q̃.K A.es ygual ala.KC.luego.K A.y la AT son yguales a la.K C.y ala.T D.por lo qual toda la.KT.es mayor que las dos.K A.A T.y es menor por la.zo.del. 1, lo qual es impossible.Luego la linea recta tirada del cẽtro del vno al d̃l otro passa por el puncto.A.del tocamiento. Luego si dos circulos se tocaren entre si por de fuera la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Theorema.12. Proposicion.13.

¶Vn circulo no toca a otro circulo en mas pũctos que vno, aunque le toque por de fuera y aunque por dentro.

Porq̃ si es possible toque el circulo.A B C,al circulo. E B C D,lo primero por dentro en mas que vn puncto, que es ẽ D.B.y tomese el centro del mismo circulo . A B C D. y sea. I. (por la.1.del.3.) y el del circulo . E B Z D.sea. T . luego por la.11.del mismo)la linea recta tirada desde.I.asta. T.Cae en los punctos.B D.como.B I T D.y porque el puncto.I.es cẽtro del circulo A B C D . por la.15.definicion del.1,es ygual B I. a la.D I.Luego mayor es B I.que,TD,luego mucho mayor,B T,que no . T D. Ytem porque el puncto. T.es cẽtro del circulo.E B Z D.es ygual (por la misma)la.B T.a la, T D.y viose q̃ mucho mayor q̃ ella,q̃ es impossible.Luego vn circulo a otro circulo no toca por dentro en mas que vn puncto.Digo tãbien que ni por fuera.Porque si es possible,toque el circulo.A C K.al circulo A B C D.por defuera en mas punctos q̃ vno,cõuiene a saber:

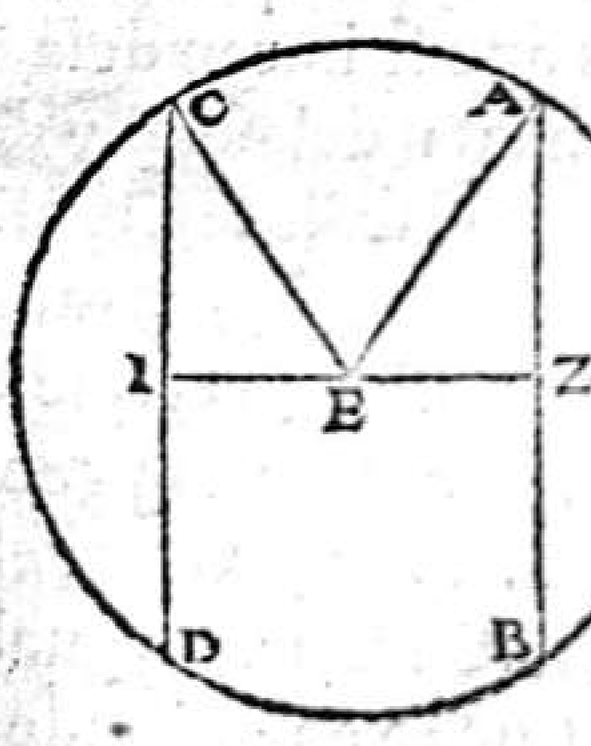


en·A,y en.C,y tirese, A C,por la.1.petició) Pues porque en la circũferécia de ambos circulos. A B C D, A C K, sean tomado dos pũctos, a caso A.C, cae détro de ambos (por la.z.del.3.) la linea recta que los abraça, y cae dentro del circulo. A B C D y fuera del circulo. A C K, lo qual es impossible. Luego vn circulo a otro circulo no le tocara por defuera é mas punctos q̃ en vno. Y esta demostrado que ni por dentro. Luego vn circulo no toca a otro circulo en mas punctos que vno aunq̃ por fuera, y aunque por dentro le toque, lo qual conuino demostrarse.

Theorema.13. Proposicion.14.

¶En el circulo yguales lineas rectas, ygualmẽte distã del centro, y las que ygualmente distã del centro son yguales entre si.

Sea el circulo. A B C. y esté enel las lineas rectas, A B C D Digo q̃ ygualméte distã del cétro, Tomese por la.1,d̃l,3. el cẽtro del circulo. A B C D. y sea. E. y desde el pũcto, E. sobre las mismas. A B. C D (por la.12.del.1.) tirése las perpendiculares E Z. E I. y tirense por la.1. peticion, A E, E C. Pues porq̃ por la.1.del.3. la lin ea recta. E Z. tirada por el cétro corta por el medio y é angulos rectos vna linea recta. AB. no estédida por el centro, luego ygual es, A Z. a la. B Z. Luego, A B. es el doblo de. A Z, y por lo mismo tãbien. C D. es el doblo de la. C I.



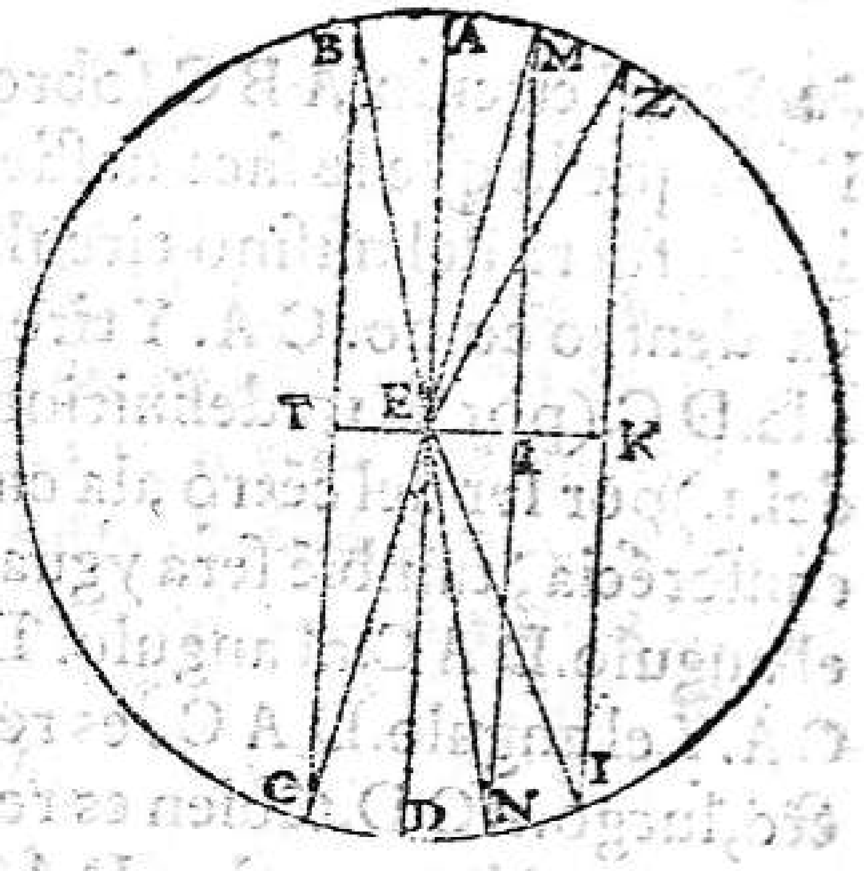
y es ygual. A B a la. C D. luego AZ. es ygual a la. C I. Y porq̃ es ygual. A E. a la. E C. por ser del centro a la circunferencia, es ygual el quadrado que se haze dela. E C. al quadrado que se haze dela. A E, y por la.47.del.1. al quadrado que se haze de la. A E. son yguales los quadrados que se hazen de la. A Z. y dela .Z E porque es recto el angulo . Z.y a aquel que se haze dela.E C. (por la misma) son yguales los que se hazen de la,E I. y de la. I C. porque es recto el angulo.I. luego losquadrados que se hazen dela.A Z.y dela Z E.son yguales a los q̃ se hacen dela.C I,y dela.I E.delosquales aquel queſe hacede la.A Z.es ygual al que se hace dela,C I.porque es ygual.A Z. ala.C I.luego el restante que se haze dela.Z E.es ygual alque resta que se haze dela.E I.(por la.3.comun sentencia) luego E Z.es ygual ala.E I,y enel circulolas lineas rectas se dizen ygualmente distar del centro quando las perpẽdiculares tiradas del centro hasta ellas son yguales(por la definiciõ.4.del. 3.)luego. A B.C D.ygualmente distan del centro. Pero põgo que. A B.C D.ygualmente distan del centro,esto es q̃.E Z, sea ygual ala.E I.Digo ques ygual.A B.ala.C D. Porque puestas las mismas cosas demostraremos dela misma suerte que A B.es el doblo dela misma.AZ.y la C D.dela.C I. Y porques ygual.A E.ala.C E.por salir del centro a la circunferentia, es ygual el quadrado que se haze dela.A E.al quadrado que se hace dela.C E. Y a aq̃l quadrado que se haze dela. A E.son yguales los quadrados que se hazen dela.E Z.y đ la.Z A. (por la.47.del.1.)y al que se haze dela.C E.son yguales,por la misma,los que se hacen dela.E I.y dela.I C.Luegolosquadrados que se hazen dela.E Z.y dela.Z A.son yguales a aquellosquadrados que se hazẽ dela.E I.y dela.I C.Delos quales el queſe haze dela.E I.es ygual al que se haze dela.EZ.porques ygual E Z.ala.E I.luego el que resta que se haze dela.A Z, por la.3. comun sentencia,es ygual a aquel que se hace dela.C I,luego ygual es.A Z.ala.C I.y dela.A Z.es dupla la.A B.ydela.C I.es dupla la.C D.luego ygual es.A B.ala.C D,por la 6. comun sẽtẽcia, Luego enel circulo yguales lineas rectas ygualmente distan del centro.Y las que ygualmente distan del centro son yguales entre si.Lo qual se auia de demostrar.

Theorema.14 Proposicion,15,

En el

Enel circulo la mayor es el diametro, y de las otras siempre la mas propinqua al centro, es mayor que la mas apartada.

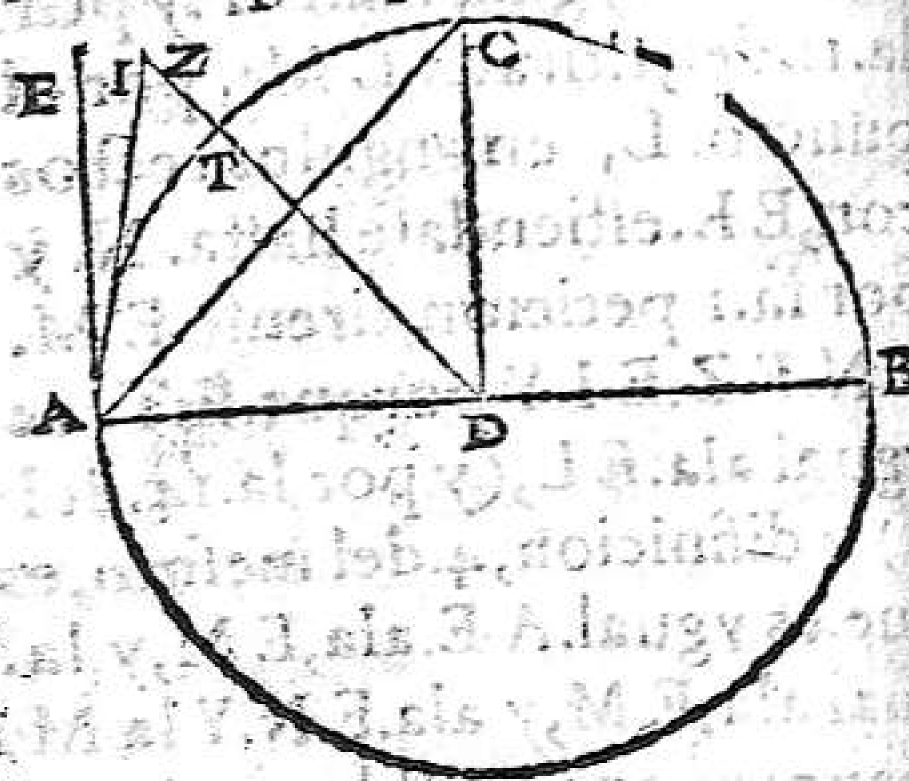
Sea el circulo, A B C D. y el diametro suyo sea. A D. y el cẽtro sea. E. y la mas llegada al diametro. A D. sea. B C, y la mas apartada sea. Z I, digo que. A D. es la mayor, y mayor es. BC. que no. Z I. Tirẽse (por la. 12. del. 1.) desde el cẽtro. E, sobre las dos, B C. Z I, las perpendiculares. E T. E K. y porq̃ la mas llegada al centro es. B C. y la mas apartada, ZI. Luego por la. 4. difinicion del. 3. mayor es. E K, q̃ la, E T. pongase (por la. 4. del. 3.) la. E L. ygual ala. E T. y por la. 11. del, 1. tirada. L M. por el puncto. L, en angulos rectos con, E K. estiendase hasta. N. y por la. 1. peticion, tirense. E M. E N. E Z. E I. Y porque. E T. es ygual ala. E L, (y por la. 14. del 3.) y difinicion, 4. del mesmo, es ygual. B C. ala. M N. yten porque es ygual. A E. ala, E M, y la. E D, ala. E N. luego, A D. es ygual ala, E M, y ala. E N. Y la M E, y la. E N. por la, 20. del. 1. son mayores que. M N. luego. A D. es mayor que. M N. Y porque las dos. M E, E N, son yguales alas dos. Z E. E I. (por la. 15. definicion del. 1., por ser del centro ala circunferencia. Y el angulo. M E N. es mayor que el angulo. Z E I. Luego la basis. M N. por la. 24. del. 1. es mayor que la basis. Z I. Y esta mostrado. M N, ser ygual, ala, B C. luego, BC. es mayor que, ZI, Luego la mayor es el diametro. A D. y mayor la, BC, que la. Z I. Luego enl circulo la mayor es el diametro. Y delas otras siempre la mas propinqua al centro es mayor que la mas apartada, que convino demostrarse.



Theorema. 15. Proposicion. 16.

¶ La que ſe ſaca de la extremidad del diametro del circulo en āgulos rectos cae fuera del miſmo circulo: y en el lugar de entre la miſma linea recta y la circunferēcia del circulo no caera otra linea recta, y el angulo del ſemicirculo es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y menor el que reſta.

Sea el circulo. A B C. ſobre el centro. D. y el diametro. A B. Digo que la que ſe ſaca deſde. A. en angulos rectos con la. A B. cae fuera del miſmo circulo, Porque ſino, ſi es poſſible caya dentro como. C A. Y tire ſe. D C. Y porque. D A. es ygual a la. D C. (por la. 15. definicion del. 1.) por ſer del cētro a la circunferēcia, tambiē ſera ygual el angulo. D A C. al angulo. D C A. Y el angulo. D A C. es recto, luego. A C D. tābien es recto, Luego los angulos. D A C A C D. ſō yguales a dos rectos Lo qual, por la. 32. del. 1. es impoſſible. Luego la ſacada del pūcto. A. en angulos rectos con. A B. no cae dētro del circulo



Tābien de la miſma manera demoſtraremos q̃ ni en la miſma circūferencia. Luego cae fuera como. A E. Digo q̃ en el lugar entre la linea. A E. y la circūferēcia. B C A. no cae otra linea recta. Porq̃ ſi es poſſible caya como. Z A. y ſaqueſe (por la. 12. del. 1.) del puncto. D. ſobre la. Z A. la perpendicular. D I. Y porq̃ es recto el angulo. A I D. y menor q̃ recto el angulo. D A I. Luego mayor es. A D. q̃ no. D I. Y es ygual la. D A. a la. D T. por ſer del cētro a la circūferencia. Luego por la. 19. del. 1. mayor es. D T. que no. D I. la menor q̃ la mayor, q̃ es impoſſible. Luego

Luego enel lugar entre la linea recta y la circũferécia no cae otra linea recta. Digo tãbien q̃ el angulo del semicirculo contenido dela linea recta. A B. y dela circũferencia. C T A. es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y el que resta contenido dela circũferencia. C T A. y dela linea recta. A E, es menor q̃ todo angulo agudo rectilineo. Porq̃ si hay algun angulo rectilineo mayor q̃ el angulo que es contenido dela circunferécia. C T A. y dela linea recta. B A. pero menor q̃ el que es contenido dela circunferécia. C T A. y de la linea recta. A E. caera enel lugar entre la circunferécia. C T A. y la linea recta. A E. linea recta, la qual hara mayor el angulo contenido de las lineas rectas que el q̃ es contenido de la linea recta. B A. y la circunferécia. C T A. pero menor q̃ el que es contenido de la circunferencia. C T A. y dela linea recta. A E. Y no cae. Luego por la possibilidad ya demostrada, el angulo agudo contenido de lineas rectas, no es mayor que el angulo cõtenido dela linea recta, B A. y dela circunferécia. C T A. ni tampoco menor que el contenido dela circunferencia. C T A. y dela linea recta, A E.

¶ Corolario.

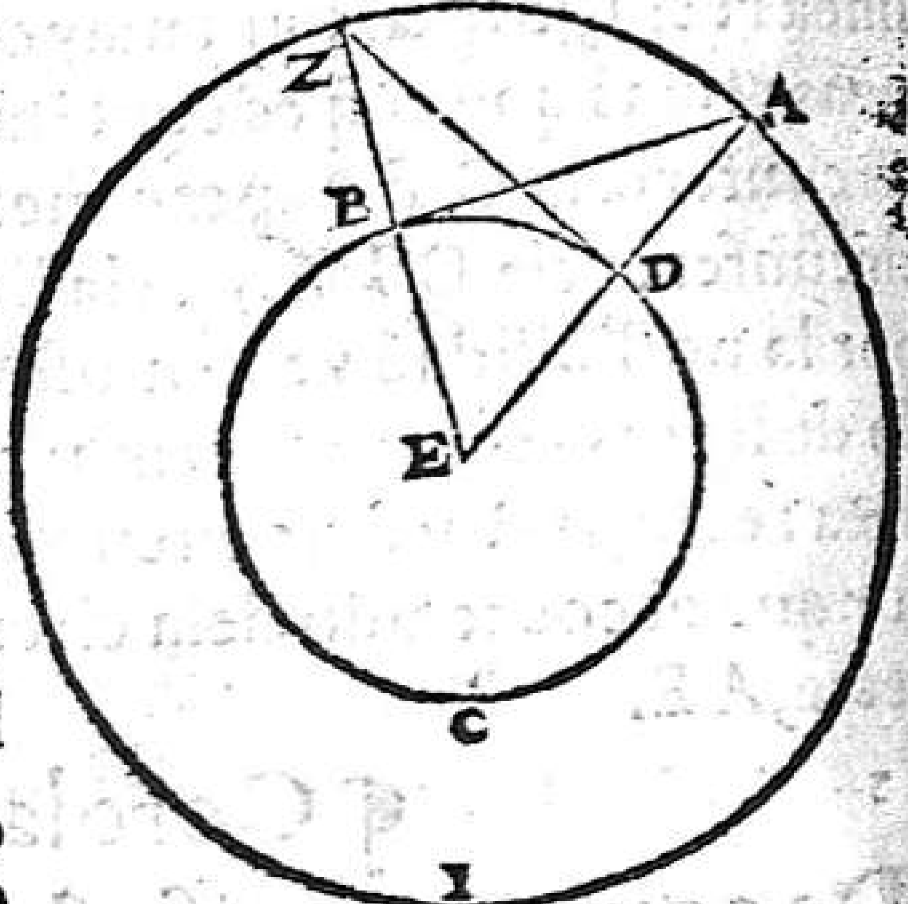
¶ De aqui es manifiesto que la sacada dela extremidad del diametro de vn circulo en angulos rectos toca al mismo circulo. Y que la linea recta, solamente en vn puncto solo toca a vn circulo

Porque esta demostrado (por la. 2, del. 3.) que la que en aquellos dos punctos cae, cae dentro del, Lo qual conuino demostrarse.

Problema. 2, Proposicion. 17.

¶ De vn pũcto dado tirar vna linea recta que toque a vn circulo dado.

Sea el punto dado. A. y el circulo dado sea. B C D. cõuiene pues desde el pũcto dado, A, tirar vna linea recta q̃ toque al circulo, B C D, Tomese por la, 1. del, 3. el centro del circulo y sea, E. y tirese por la. 1. peticiõ. A D E. y haciendo centro. E. segun la distancia. E A. por la. 3, peticion, describase el circulo. A Z I. y desde el mismo. D. tirese. D Z. en ãgulos rectos sobre E A. por la. 11. del, 1, y por la. 1, peticion. tiresse. E B Z, y. AB. Digo que desde el puncto. A. se tiro la linea. AB. que toca al circulo. B C D. Porque el punto, E, es centro del circulo, B C D, y del, A Z I, es ygual la, E A, ala, E Z, y la E D, ala, EB, por ser dl centro ala circunferencia, Luego las dos, A E, E B, son yguales alas dos, EZ, ED, y tienẽ comun el angulo, E, luego la basis, D Z, por la, 4, del, 1, es ygual ala basis. A B, y el triangulo D E Z, al triangulo, E B A, es ygual, y los de mas ãgulos a los de mas angulos, Luego ygual es el angulo, E D Z, al angulo, E B A, y es recto, E D Z, luego



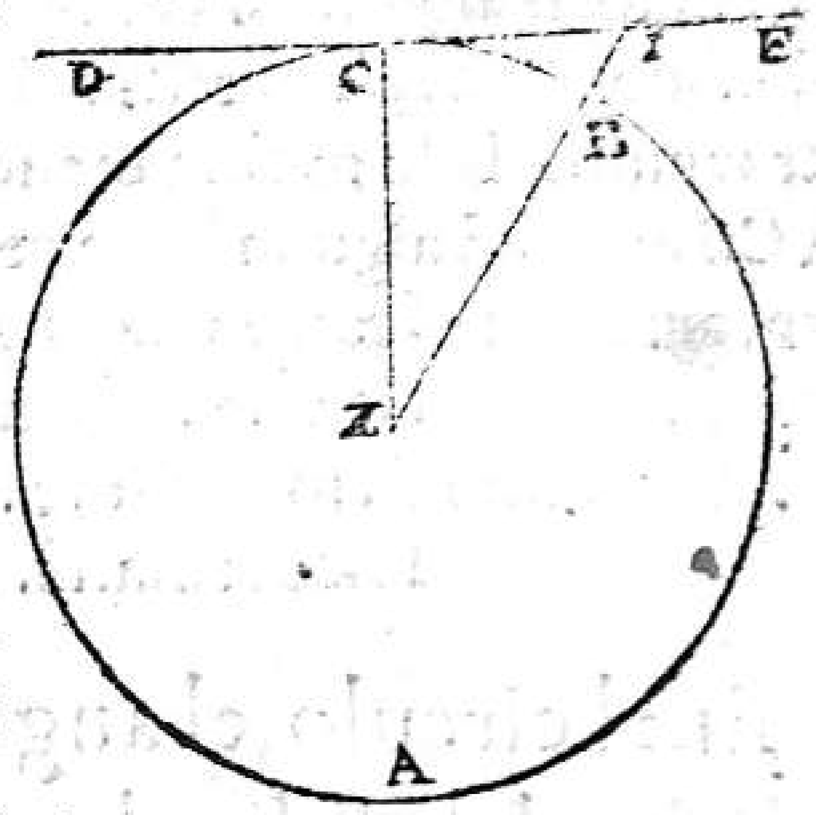
tambien es recto, E B A, Y la, E B, es desde el centro, y la que en angulos rectos se saca dela extremidad del diametro del circulo, toca al mismo circulo por el corolario dela, 16, del, 3 luego. A B, toca al circulo, B C D, luego del puncto dado, A, se tiro la linea, A B, tocando al circulo dado, D B C. Lo qual conuino hazerse,

Theorema. 16. Proposicion. 18.

¶ Si alguna linea recta tocare al circulo y desde el centro al tocamiẽto se tirare algũ a linea recta, la tirada sera perpẽdicular a la q̃ toca.

¶ Al circulo. A B C. toque le alguna linea recta. D E. enel puncto. C. y tomese por la. 1. del. 3. el cẽtro del circulo. A B C. y sea Z, y

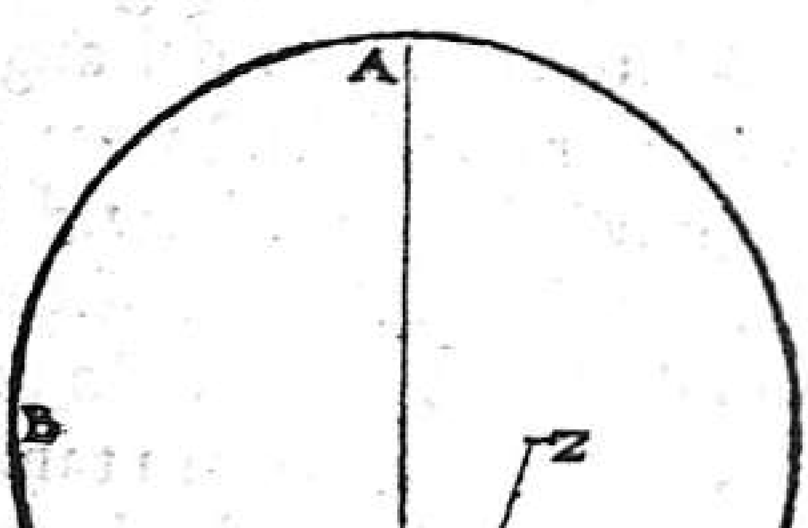
Z.y desde.Z.asta en.C.tirese por la.1.peticion,Z C.digo q̃ ZC es perpẽdicular sobre la.D E. Porque sino,tiresepor la.12.dl primero desde.Z.sobre. D E. la perpendicular.Z I. Pues porque el angulo.Z I C.es recto,luego el ãgulo.I C Z.es agudo.Luego ma yor es el angulo.Z I C.q̃ el angu-lo.Z C I.y debajo de mayor angu lo(por la.19.del.1.) se estiẽde ma yor lado,luego mayor es. Z C.q̃ no.Z I.y es ygual la.Z C.a la.C B por ser del cẽtro a la circunferẽ cia,luego mayor es.Z B.que.Z I. la menor q̃ la mayor,q̃ es impo-ssible.Luego.Z I.no es perpendicular sobre. D E. Luego si al-guna linea recta tocare al circulo,y lo q̃ mas se sigue.Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.17. Proposicion.19.

¶ Si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiento se le sacare alguna linea re-cta en angulos rectos,enla que es sacada esta ra el centro del circulo,

Al circulo.A B C.toquele vna linea recta.D E.enel puncto. C. y desde.C.por la.11.del.1. Tire se C A.en angulos rectos.Digoque enla misma.C A.esta el centro d̃l circulo,Porq̃ sino, si es possible este en.Z.y por la.1.,peticion tire se.C Z. Pues porq̃ la linea. D E. toca al circulo.A B C. y desde el centro al tocamiento se tiro.Z C



luego

luego por la.18.es perpendicular a la D E.y es recto el angulo.Z C E,y el angulo. A C E.es recto.Luego el angulo. Z C E. es ygual al angulo. A C E. el menor al mayor, que es impossible.Luego.Z.no es centro del circulo.A B C.Tambien demostraremos de la misma manera q̃ ni en otra parte fuera del a A C.Luego si alguna linea recta tocare al circulo , y desde el tocamiẽto se sacare vna linea recta en angulos rectos sobre la que toca,en la que se saca estara el centro del circulo . Lo qual conuino demostrar se.

Theorema.18. Proposicion.20

¶Enel circulo,el angulo sobre el cẽtro , es doblado al de sobre la circunferẽcia, quandolos angulos tuuieren ygual circunferencia.

Sea el circulo, A B C.y sobre su centro este el angulo. B E C.pero sobre la circunferencia el angulo.B A C,y tengã por vna misma basis a la circunferencia.B C. Digo que el angulo B E C.es doblado al angulo.B A C.Porque tirada.A E. (por la.2.peticion)estiendase asta en.Z. Pues porque es ygual ala.E B.por ser del centro a la circunferencia, es ygual el angulo.E A B. al angulo.E B A.Luego los angulos.C AB E B A.son el doblo del angulo . E A B (por la.5.del.1.) y es ygual el angulo.B E Z.(por la.32.del.1.) a los angulos.E A B.E B A.Luego el angulo.B E Z.es el doblo de.EAB y porla misma manera tambien el angulo.Z E C.es el doblo del angulo.E A C.por la misma.Luego todo.B E C.es el doblo de todo.B A C.Yten pongase otro angulo.B D C.y tirese (por la.1.peticion. D E. y estiendase por la.2.peticion asta en.I. Demostraremos tambien de la

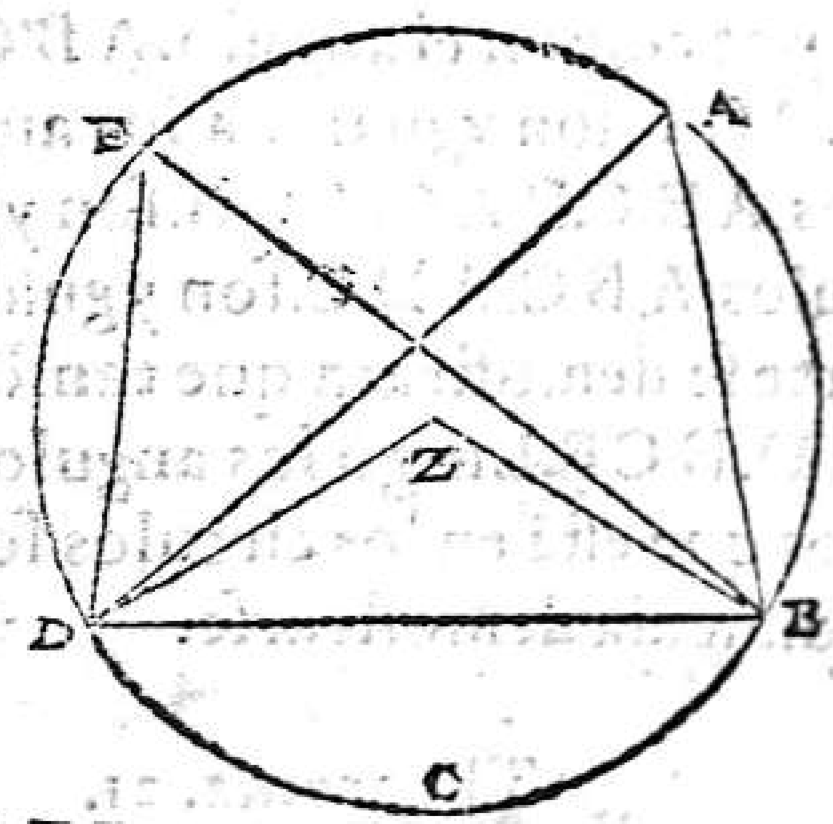
misma

misma manera, que el angulo. I E C. es doblado al angulo. C D E. Delos quales el que debaxo de. I E B. es el doblo del angulo. E D B. Luego el que resta. B E C. es el doblo de. B D C. Luego enl circulo el angulo sobre el centro es doblado al de sobre la circunferencia, quando los angulos tuuieren ygual circunferencia. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 19. Proposicion, 21.

¶ En el circulo, los angulos q̃ estan en vn mismo segmento, son yguales entre si.

Esten enel segmento. B A E D. del circulo. A B C D. los angulos. B A D. B E D. digo que los angulos. B A D. B E D. son entre si yguales. Tomese por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B C D. y sea. Z. y tirense por la. 1. peticion. B Z. Z D. y porque el angulo. B Z D. esta sobre el centro, y el angulo. B A D. sobre la circunferencia, y tiene por basis la misma circunferencia. B C D Luego el angulo, B Z D, por la precedente, es doblado al angulo. B A D. Y por esto el angulo. B Z D. es tambien doblado al angulo. B E D. Luego ygual es el angulo. B A D. al angulo B E D (por la comun sentēcia que dize, Las cosas que de vna misma son mitad entre si son yguales, Luego enel circulo los angulos que estan en vn mismo segmēto son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.

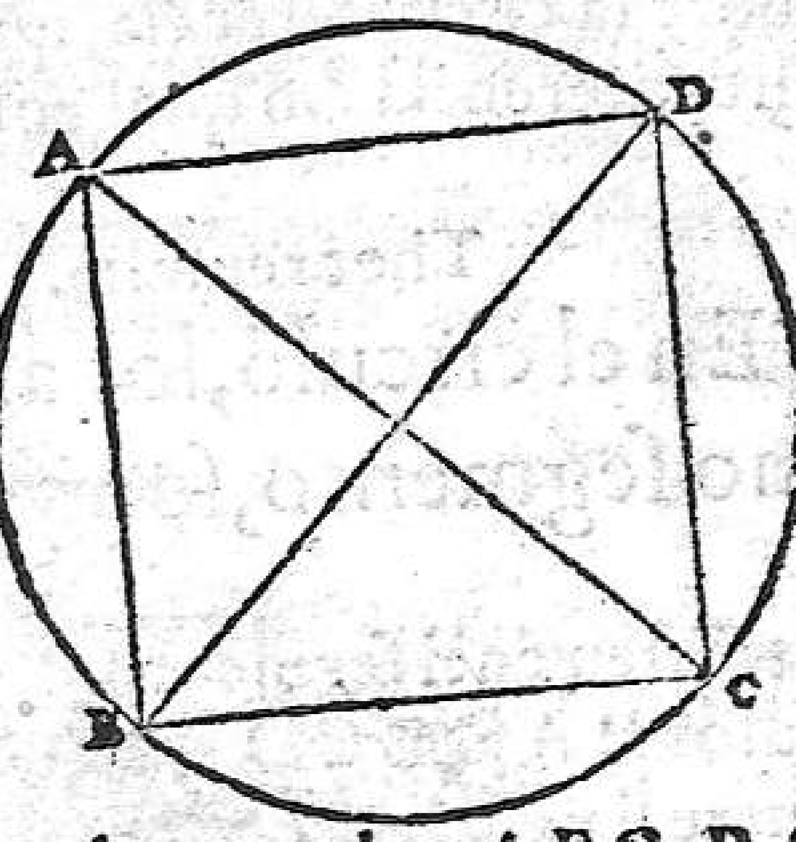


Theorema. 20. Proposicion. 22.

¶ Los angulos oppuestos d̃ los quadrilateros q̃ estā en los circulos son yguales a dos rectos

Sea

Sea el circulo. A B C D. y este enel el quadrilatero. ABCD Digo que los angulos oppuestos son yguales a dos rectos. Tiren se (por la. 1. peticion) A C. B D. Pues porq̃ (por la, 32. del. 1) los tres angulos de todo triangulo son yguales a dos rectos, luego del triangulo. AB C. los tres angulos C A B. A B C. B C A, son yguales a dos rectos, y el angulo. C. A B. es ygual al angulo. B D C. por la. 21. del. 3. por estar eñl mismo segmento. B A D C. Y el angulo. ACB (por la misma) al angulo. A D B. por estar en vn mismo segmento, A D C B. luego todo. A D C. es ygual a los dos. B A C. AC B. Ponga se por comun el angulo. A B C. luego los angulos. A B C, B A C. B C A son yguales a los angulos, A B C. A D C, y los angulos. A B C. B A C. A C B. son yguales a dos rectos, luego los angulos. A B C. A D C. son yguales a dos rectos. Dela misma suerte se demostrara que tambien son yguales a dos rectos. B A D. D C B. Luego los angulos oppuestos de los quadrilateros que estã en los circulos son yguales a dos rectos. Lo qual conuenia demostrarse.

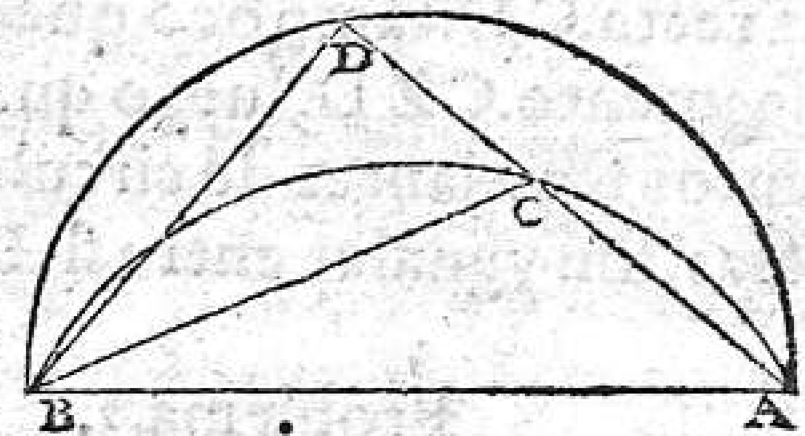


Theorema. 21. Proposicion. 23.

¶ Sobre vna misma linea recta dada, no se dará hazia vnas mismas partes, dos segmẽtos de circulos semejantes y desiguales.

Porque si es possible, haganse sobre vna misma linea recta. A B. dos segmentos de circulos semejantes y desiguales A C B. A D B. hazia vnas mismas partes, y tire se. A C D. (por la primera peticion) y despues tiren se. C B. D B. Pues por que el segmento. A C B. es semejante al segmento A D B.

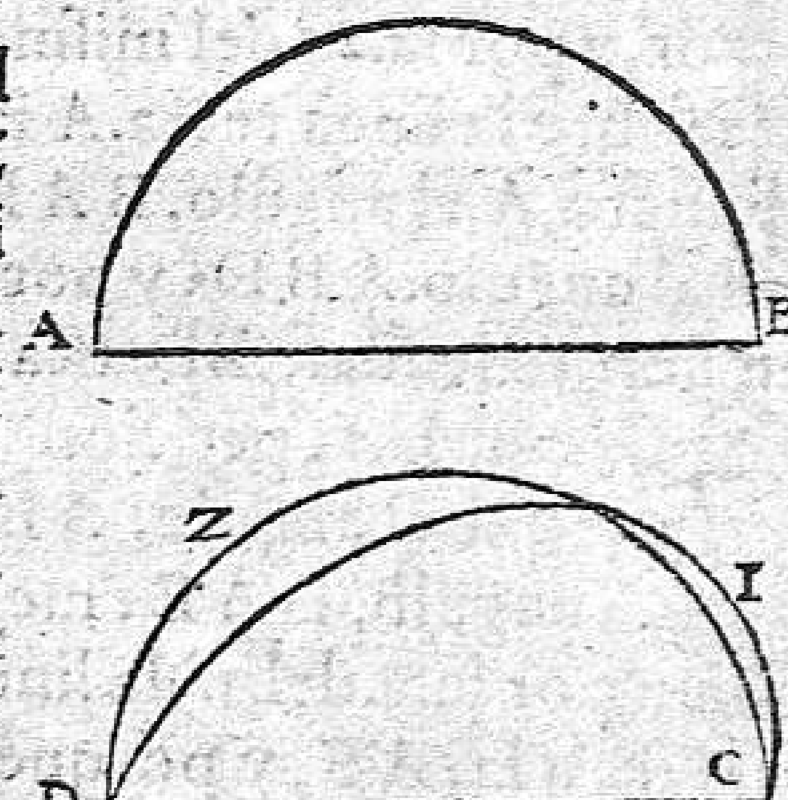
ADB.y ſon ſemejantes ſegmentos de circulos los que recibẽ yguales angulos,por la definiciõ. 10.del.3,luego elangulo.A C B,es ygual al angulo.A D B. el exterior al interior.Lo qual,por la. 16. del.1.es impoſsible. Luego ſobre vna miſma linea recta dada no ſe daran hazia vnas miſmas partes dos ſegmẽtos de circulos ſemejantes y deſiguales.Lo qual conuino demoſtrarſe.



Theorema.22. Propoſicion.24.

¶Los ſegmentos ſemejantes de circulos,pueſtos ſobre yguales lineas rectas ſon yguales entre ſi.

❧ Pongã ſe ſobre las lineas rectas yguales. A B.C D. los ſementos de circulos.A E B.C Z D,ſemejantes. Digo quel ſegmento.A E B.es ygual al ſegmento.C Z D.porque ſobre pueſto el ſegmento.A E B.al ſegmento. E Z D.y pueſto el punto.A.ſobre elpũto.D. y la linea recta.A B. quadrãdo ſobre la linea recta.D C.tambien el punto, B. quadrara ſobre el puncto.C.Porque es ygual,A B, a la,C D,y quadrãdo la linea recta A B,ſobre la linea recta,C D, quadra tambien el ſegmento,A E B, al ſegmento.C Z D.Porque ſi la linea recta,A B, quadra ſobre la linea recta,C D,pero el ſegmento,A EB.no quadra ſobre el ſegmento,C Z D,ſino que diſiere,como,C I D, Y vn circulo a otro circulo,por la,20,del,3,no le corta en mas q̃ dos puntos,y el circulo,C I D,corta al circulo,C ZD,en mas que en dos punctos que es en,C.I,D,lo qual por la miſma es impoſſi-

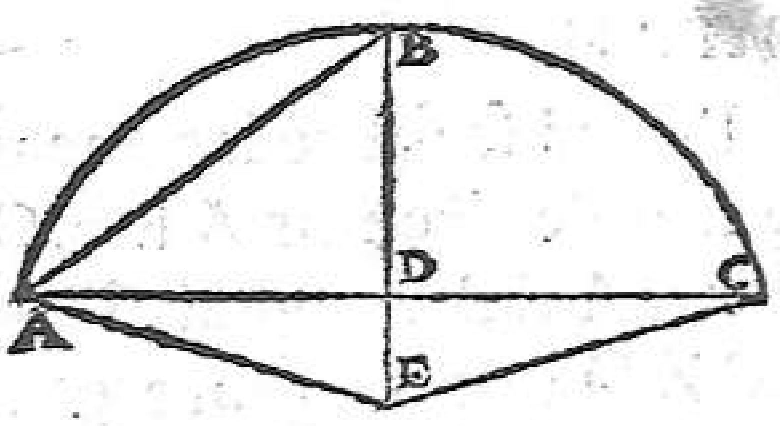


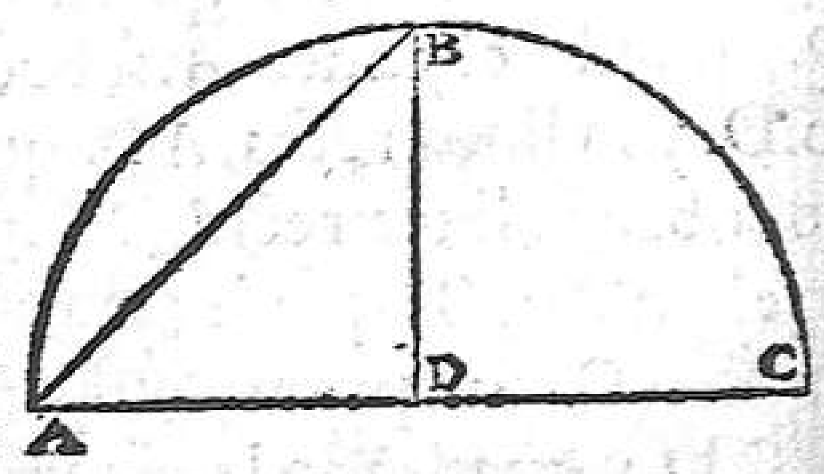
possible, Luego no quadrando la linea recta. A B. sobre la li-
nea recta. C D. tampoco quadrara el segmento. A E B. sobre
el segmento. C Z D, luego quadra y es le ygual. Luego los seg
mentos semejantes de circulos, puestos sobre yguales lineas
rectas, son yguales entre si. Lo qual se hauia de demostrar.

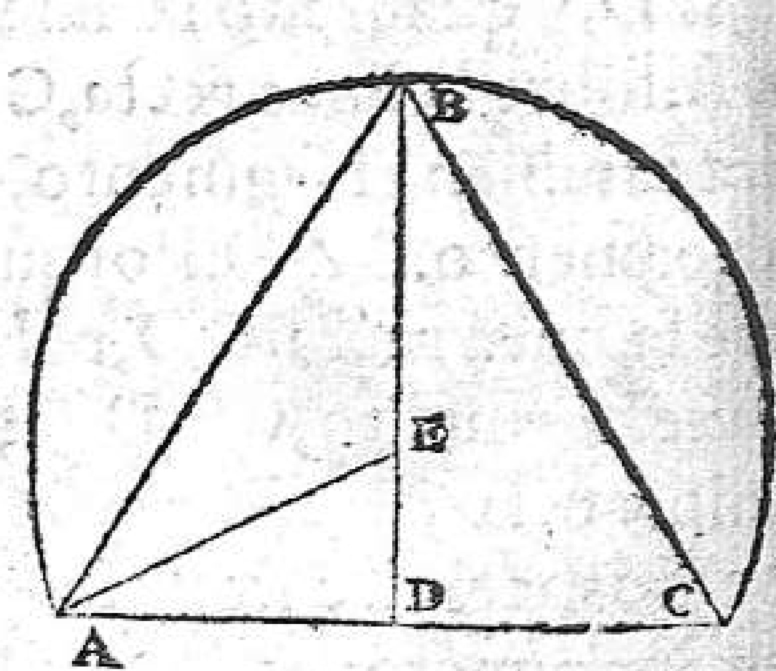
Problema. 3. Proposicion. 25.

¶ Dado vn segmento de circulo: describir el circulo cuyo segmento es.

Sea el segmento del circulo dado. A B C. conuiene descri
bir el circulo del qual es segméto. A B C, Cortese (por la. 10,
del. 1.) la. A C. por medio e nel puncto. D. y desde. D. saquese
(por la. 11.) del mismo) la. B D. en angulos rectos sobre A C, y
tirese. A B (por la. 1. peticion). Cō
parado pues el angulo. A B D. cō
el ãgulo. B A D. o es mayor que el
o ygual, o menor. Sea lo primero
mayor, y por la. 23. del mismo, ha
ga se sobre la linea recta. A B. y ē
el puncto, A. el angulo. B A E. y-
gual al angulo. A B D. y por la. 2.
peticion, estiendase. BD. asta en. E
y tire se (por la. 1. peticion) E C.
Pues porque el angulo. A B E. es
ygual al angulo. B A E. luego es
ygual, (por la. 6. del. 1.) la linea re-
cta. E B. a la, A E, y porque es y-
gual. A D. a la, D C, y comun la. D
E. luego las dos. A D. D E, sō ygua
les a las dos. C D. D E. la vna a la o
tra, y el angulo, A D E, por la. 4. pe
ticion, es ygual al angulo. C D E.
porq̄ es recto cada vno. Luego la



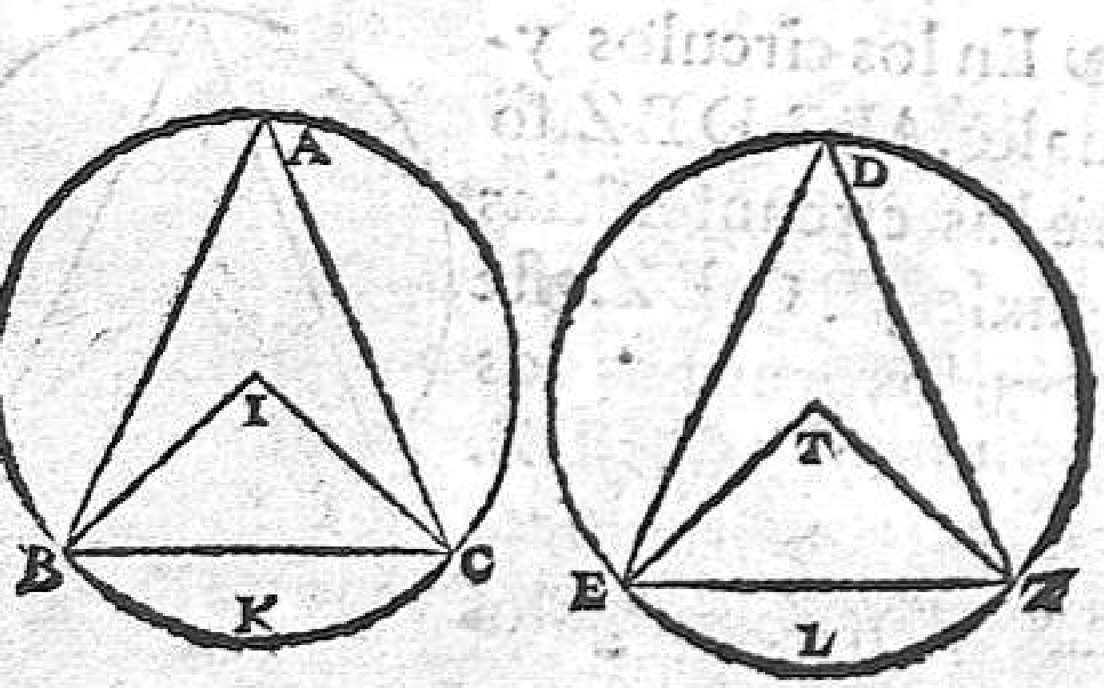




basis. A E, por la. 4. del. 1, es ygual a la basis. C E. y esta demostrado que la. A E, es ygual a la. B E, luego la. B E, es ygual ala C E, luego las tres. A E, E B, E C, son yguales entre si, Luego descripto vn circulo sobre el puncto. E. segun el espacio. A E. o el, E B, o el espacio. E C (por la. 3. petició, passara por los de mas punctos y quedara descrito. Luego dado vn segméto de circulo describiose el circulo. Y cosa clara esque el segmento A B C. es menor que medio circulo, porque el centro. E, cae fuera del. Tambien de la misma manera demostraremos que aunque el angulo, A B D, sea ygual al angulo. B A D. Porque siendo ygual. A D, a cada vna de las dos. B D. D E, luego las tres, D A, D B, D C son yguales entre si, y sera centro el mismo. D. del circulo cumplido. Y tambien. A B C. sera medio circulo. Pero si el angulo, A B D. fuere menor que el angulo. B A D, haremos por la, 23. delprimero, sobre la linea recta. A B. enel puncto, A, vn anguloygual al angulo, A B D, dentro del segmento. A B C. yel centro del circulo caera sobre la, D B. y sera el segméto, A B C. mayor que medio circulo, Dado pues vn segmento se describe el circulo cuyo es segmento, lo qual conuino hazerse.

Theorema. 23. Proposicion. 26

¶ Los angulos yguales en yguales circulos estan sobre yguales circunferencias, aora esten sobre los centros o sobre las circunferencias.

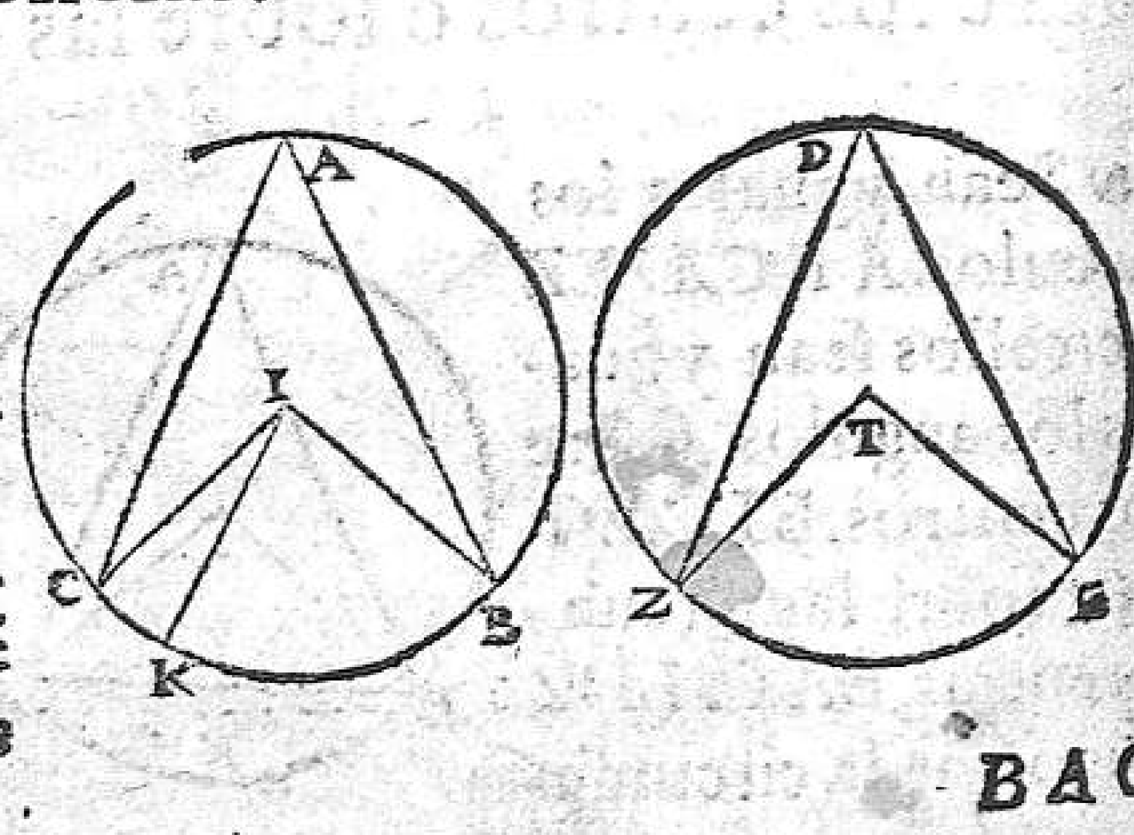


❧ Sean yguales los circulos. A B C. D E Z y en ellos sean yguales los angulos sobre los centros. B I C. E T Z, y sobre las circunferencias, B A C. E D Z Digo que la circunferencia

rencia.B K C .es ygual a la circunferencia.E L Z . Tiré ſe por
la.1,peticion.B C.E Z , y porque los circulos , A B C , D E Z.
ſon yguales,tambien lo ſeran las lineas que ſalen delos cen-
tros(por la. 1.definiciõ del.3)Luego las dos,B I,IC.ſon ygua
les a las dos, E T.T Z.Y el angulo.I.es ygual al angulo.T.Lu
ego por la.4,del.1,la baſis.B C. es ygual a la baſis,E Z . Y por
que el angulo.A.es ygual al angulo,D, lue go el ſegmento. B
A C.por la.24.del, 3.)es ſemejante al ſegmento,E D Z . y eſ-
tan en yguales lineas rectas,B C,E Z, y los ſegmentos ſeme-
jantes de circulos que eſtan ſobre yguales lineas rectas (por
la miſma.24)ſon yguales entre ſi.Luego el ſegmento , B A C
es ygual al ſegmẽto, E D Z,y todo el circulo.A B C es ygual
a todo el circulo,D E Z,Luego la circunferencia,B K C, que
reſta es ygual(por la.3.comun ſentencia)a la circunferencia
E L Z.que reſta.Luego ẽ yguales circu los,yguales angulos eſ
tã en yguales circunferencias,aora eſten ſobre los cẽtros,ao
ra ſobre las circunferencias.Lo qual connino demoſtrarſe.

Theorema.24. Propoſicion .27.

¶En yguales circulos los angulos que eſtã ſo-
bre yguales circunferencias ſonyguales entre
ſi:aora eſten hechos ſobre los centros,aoraſo
bre las circunferencias.



En los circulos y-
guales.ABC.D E Z.ſo
bre las circunferẽcias
yguales, B C. E Z.eſtẽ
ſobre los centros los
angulos . B I C.E T Z.
y ſobre las circunferẽ
cias eſten los angulos

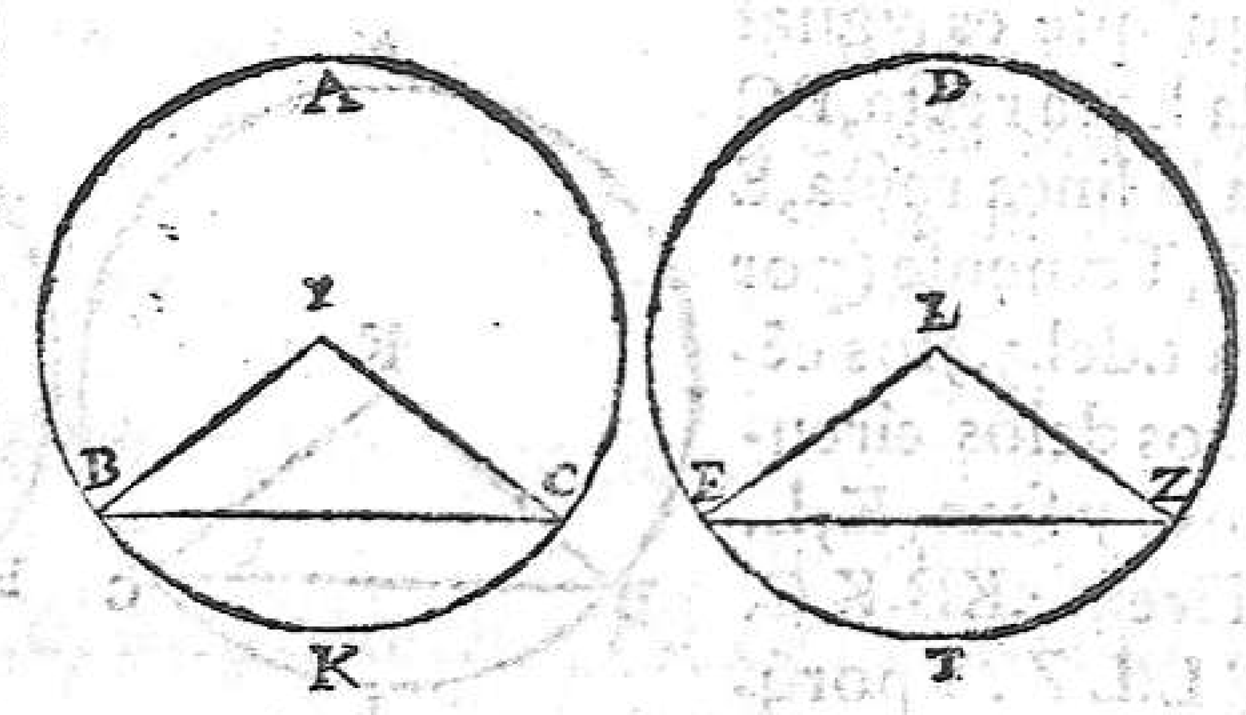
BAC.

B A C.E D Z.digo que el angulo.B IC.es ygual al angulo.E T Z,y el angulo.B A C.es ygual al ãgulo.E D Z.Puesſi el angulo B I C es ygual al angulo.E T Z. claro es que tambien el angulo.B A C.es ygual al angulo.E D Z.por la.20.del.3.Pero ſino el vno dellos ſera mayor.Sea mayor el angulo.B I C.y por la 23.del.1,hagaſe ſobre la linea recta,BI.y eñl puñcto.I.el angulo B I K.ygual al angulo.E T Z.y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias (por la.26.del.3.)quando fueren enlos centros,luego ygual es la circunferencia.B K.a la circũferencia.E Z.y la.E Z.es ygual ala.B C.luego la,B K. es tãbiẽ ygual ala,B C.la menor ala mayor ques impoſſible.Luego el angulo.B I C.no es deſigual al angulo,E T Z.ſera pues ygual Y el angulo.A. es la mitad de el angulo.B I C.(por la.20.del.3 y por la miſma)el angulo.D.es mitad del angulo.E T Z. luego ygual es el angulo.A.al angulo.D.Luego en circulos yguales,los angulos que eſtan ſobre yguales circunferencias ſon yguales entre ſi aora eſten hechos ſobre los centros aora ſobre las circunferencias,lo qual conuino demoſtraſe.

Theorema.25. Propoſicion.28.

¶Enlos circulos yguales,las lineas rectas yguales cortan yguales circunferencias,mayor ala mayor,y menor ala menor.

¶Sean los circulos yguales.A B C.D E Z.y enellos eſtẽ las lineas rectas yguales.BC.EZ.que corten las circunferencias mayores,BAC E D Z.y las menores, B K C.E T Z. Digo que la circunferencia.B A C mayor,es ygual a la circunferencia,E D Z mayor.Pero la circũ



ferẽcia, B K C. menor es ygual a la circũferẽcia. E T Z. menor. Por la. 1. del. 3. tomen se los centros delos circulos y sean. I L y tirense. I B. I C. L E. L Z. Y porque los circulos son yguales, son tābien yguales las lineas que salen delos centros (por la 1. definiciõ del. 3.) luego las dos. B I. I C. son yguales a las dos L E. L Z. y la basis. B C (por la suposicion) es ygual a la basis. E Z. Luego el angulo. B I C. es ygual al angulo. E L Z. por la. 8. del. 1. Y los angulos yguales ẽ circulos yguales (por la. 26. dl. 3) estan sobre yguales circũferencias, quando fueren hechos so bre los centros. Luego la circunferencia. B K C. es ygual a la circunferencia. E T Z. Y es todo el circulo. A B C. ygual a todo el circulo. E D Z, Luego la circunferencia. B A C. que resta se ra ygual a la circunferencia, E D Z. q̃ resta (por la. 3. comũ sen tencia.) Luego en los circulos yguales, las lineas rectas ygua les cortan yguales circunferencias, mayor a la mayor, y me nor a la menor. Lo qual conuino demostrar se.

Theorema. 26. Proposicion. 29

¶ En los circulos yguales debaxo de yguales circũferẽcias se estiẽden yguales lineas rectas

Sean yguales los circulos. A B C. D E Z. y en ellos tomē se las yguales circunferencias. B I C. E T Z. Tirense las lineas re ctas. B C. E Z, Digo que es ygual la linea recta, B C a la linea recta, E Z, Tomense (por la. 1. del. 3.) los cẽtros delos circulos, y sean, K, L. Tirense. K B. K C. E L. L Z. Y porq̃ la circunferencia

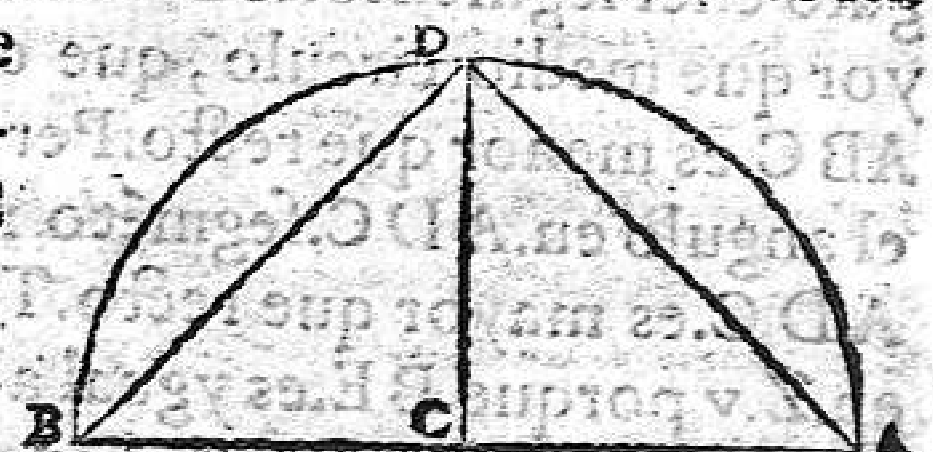
B I C. es ygual a la, E T Z, es ygual el angulo. B K C. al angulo E L Z

E L Z. por la.27. proposicion del.3.) y porq̃ los circulos. A C B D E Z. son yguales, seran tambien yguales las que salẽ de los cẽtros (por la.1. definicion del mismo) Luego las dos. E K. K C. son yguales a las dos. L E. L Z. y comprehenden angulos yguales, luego la basis. B C (por la.4. del.1.) es ygual a la basis E Z. Luego en los circulos yguales debaxo de yguales circunferencias se estienden yguales lineas rectas, lo qual conuino demostrarse.

Problema.4. Proposicion. 30.

¶Diuidir por medio vna circunferẽcia dada.

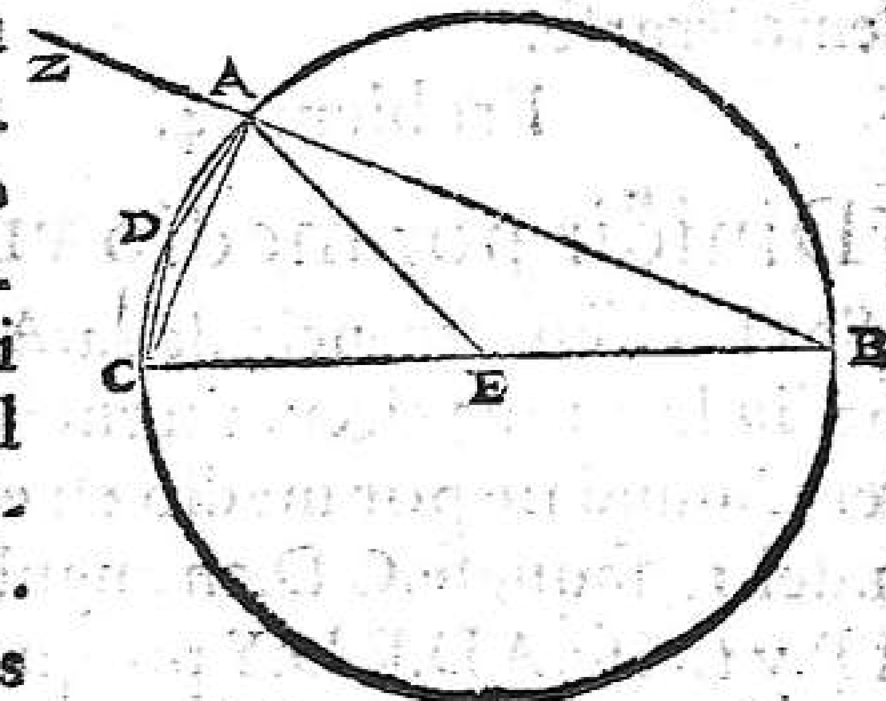
¶Sea la circunferencia dada. A D B. cõuiene aora diuidir por medio la misma circunferencia. A D B. Tirese. A B, y por la.10 del.1.) diuidase por medio en el puncto, C. y desde. C. (por la 11. del.1,) saquese. C D. en angulos rectos sobre la linea recta A B. y tirese. A D. B D. Y porque la. A C. es ygual a la, C B. y comun la. C D. Luego las dos, A C C D. son yguales a las dos, B C. C D. y el angulo. A C D. por la.4 peticiõ, es ygual al angulo. B C



porque cada vno dellos es recto. Luego la basis. A D. (por la 4. del.1,) es ygual a la basis. D B. Y yguales lineas rectas cortã yguales circunferencias, mayor a la mayor, y menor a la menor (por la, 28. del. 3.) y cada vna de las circunferencias. A D. D B. es menor q̃ medio circulo. Luego la circunferencia. A D. es ygual a la circunferencia. D B. luego la circunferẽcia dada esta diuidida por medio. Lo qual conuino hazer se.

Theorema. 27. Proposicion. 31.

¶En el circulo, el angulo que esta en el medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor, es menor q̃ recto, y el q̃ en el menor seg mento, es mayor que recto. Y de mas desto el angulo del mayor segmento es mayor que recto: y el angulo del menor segmẽto es menor que recto.



Sea el circulo. A B C D, y su diametro sea. B C. y el cẽtro sea E. y tome se enel medio circulo vn pũcto como quiera y sea. D. y tirense. B A. A C. A D, D C. Digo que el angulo. B A C. en el medio circulo es recto. Y el angulo enel segmento. A B C. mayor que medio circulo, que es A B C. es menor que recto. Pero el angulo en. A D C. segmẽto menor que medio circulo, que es A D C. es mayor que recto. Tirese. A E. y estiendase. B A. asta en. Z. y porque. B E. es ygual a la. E A. por ser del cẽtro asta la circunferencia, es ygual el angulo. E A B. Por la. 5. del. 1. al angulo. E B A. Ytem porque es ygual la. A E. a la. E C. es ygual por la misma) el angulo. C A E. al angulo. A C E. Luego todo el angulo. B A C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B. Y el angulo. Z A C. fuera del triangulo. A B C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B (por la. 32. del. 1.) Luego el angulo. B A C es ygual al angulo. Z A C. Luego cada vno dellos es recto. Luego enl medio circulo. B A C. El angulo. B A C. es recto. Y porque los dos angulos. A B C. B A C. del triangulo. A B C. por la 17. del. 1.) son menores que dos rectos. Y el angulo. B A C. es recto, luego el angulo. A B C. es menor que recto, y esta en el segmento. A B C. mayor que medio circulo. Y porque el quadrilatero. A B C D. esta enel circulo, y los angulos opuestos delos quadrilateros que estã en los circulos (por la. 22. del. 3) son yguales a dos rectos. Luego los angulos. A B C. C D A (por la misma) son yguales a dos rectos, y el angulo. A B C.

es menor.

es menor que recto, luego el angulo. A D C. que resta es mayor que recto, y esta enel segmento menor que mediocirculo. Digo pues tambien quel angulo del segmento mayor cõprehendido dela circunferencia. A BC. ydela linea recta. AC es mayor que recto. Pero el angulo del menor segmento cõprehendido dela circunferencia. A DC. y dela linea recta. A C. es menor que recto. Y esta manifiesto. Porque el angulo cõprehẽdido delas lineas rectas. BA. A C. es recto: luego el angulo comprehendido dela circunferẽcia. A B C, y de la liuea recta. A C. es mayor que recto, porque el todo es mayor que su parte (por la. 9. comun sentencia) Yten porque el angulo cõprehendido delas lineas rectas. A C. A Z. es recto: luego el angulo comprehendido dela linea recta. C A. y dela circunferẽcia. A DC. es menor que recto. Luego en el circulo el angulo que esta en el medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor es menor que recto, y el que eñl menor es mayor que recto, y demas desto el angulo del mayor segmento es mayor que recto, y el del menor segmento menor que recto. Lo qual conuino demostrarse.

Otra demostracion que el angulo. B A C. es recto. Porq̃ el angulo. A E C. es doblado al angulo. B A E. (por la. 32. del. 1. porq̃s ygual a los dos interiores y oppuestos, y los interiores (por la. 5.) son yguales: y el ãgulo. A E B. es doblado al angulo. E A C. luego los angulos. A E B. A E C. son el doblo delãgulo. B A C. y los angulos. A E B. A E C. son yguales a dos rectos, luego el ãgulo. BAC es recto, lo q̃l se auia de demostrar

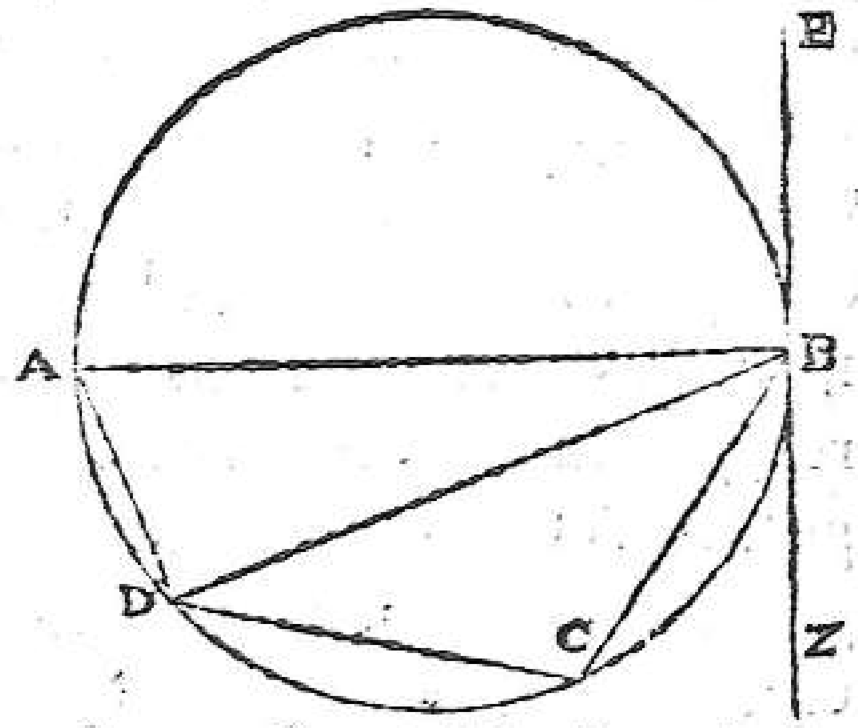
Corolario.

¶De aqui es manifiesto que si el vn angulo de vn triangulo fuere ygual a los dos que restan, que sera recto. Porque el que le esta pegado, conuiene a saber el que es hecho estendido el lado fuera deltriangulo, es ygual alos mismos: y quando de vna y otra parte fueren yguales son rectos.

Theorema.28. Proposició. 32.

¶ Si algũa linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiẽto fuere tirada vna linea recta q̃ corte al circulo, los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aquellos angulos que estã enlos segmentos alternos del circulo.

¶ Al circulo. AB C. toq̃ le la linea recta. E Z. eñl pũcto B. Y des de el pũcto. B. saq̃se vna linea recta dẽtro d̃l circulo A BCD. q̃ le corte y sea. B D. digo q̃ los ãgulos q̃ la. B D. haze jũtamẽte cõ la. E Z. q̃ toca, son yguales a los angulos q̃ estã ẽ los segmẽtos alternos del circulo, esto es, q̃ el ãgulo. Z B D. es ygual al angulo q̃ esta eñl segmẽto. B A D. y el angulo. EB D. es ygual al angulo q̃ esta enel segmẽto BCD, Saq̃ se (por la. 11. del. 1,) desde el pũcto. B. la B A. ẽ ãgulos rectos sobre. E Z. Y tome se comoquiera vn pũcto enla circũferencia. B D. y sea. C. y tire se AD. DC. CB. Y porq̃ al circulo. A B C D. le toca vna linea recta. E Z. ẽ. B. y desde el



tocamiẽto. B. se saco la. B A. ẽ angulos rectos cõ la q̃ toca. Luego ẽ la misma. B A. esta el cẽtro del circulo. A B CD, por la. 19 del. 3. y el ãgulo. A D B. q̃ esta eñl medio circulo es recto (por la. 31. del. 3.) luego los ãgulos q̃ restã. B AD. A BD. son yguales a vn recto, y el angulo. A B Z. es recto. Luego el angulo. ABZ. es ygual a los angulos. B A D. A B D. quitese el angulo comũ. A BD. luego el angulo. DB Z. q̃ resta es ygual al angulo. BAD q̃ esta enel segmẽto alterno del circulo. Y porq̃ eñl circulo esta el quadrilatero. A B C D. los angulos oppuestos son yguales a dos rectos (por la. 22. del. 3) luego los angulos. D B Z. D B E

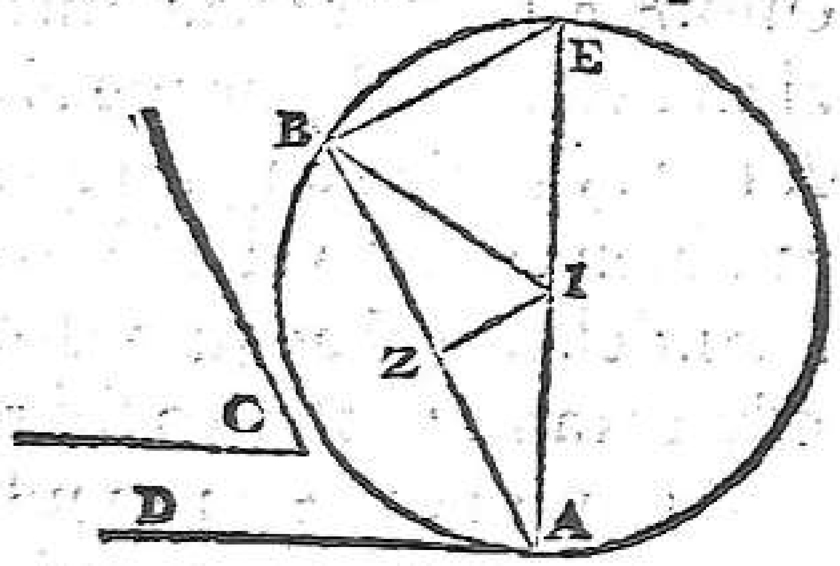
son ygua

sō yguales a los angulos.BAD.BCD,de los quales el angulo. B A D.esta demostrado q̃ es ygual al angulo.D B Z.Luego el āgulo.D B E.q̃ resta es ygual al angulo.DCB.q̃ esta eñl segmēto alterno.Luego si al circulo le tocare alguna linea recta, y desde el tocamiēto fuere tirada alguna linea recta q̃ corte al circulo,los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aq̃llos augulos q̃ estan en los segmētos alternos del circulo, que se auia de demostrar.

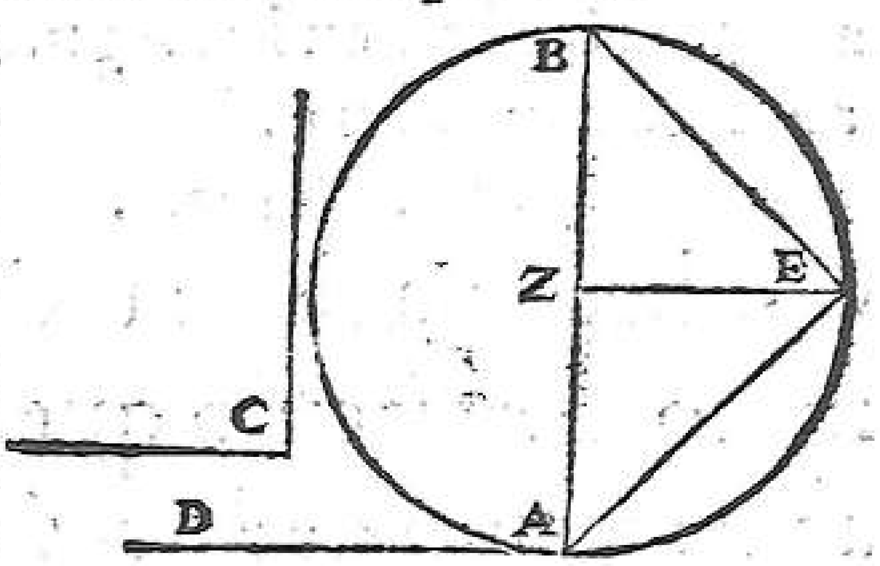
Problema.5. Proposicion.33.

¶Sobre vna linea recta dada describir vn segmēto de circulo que reciba vn angulo ygual a vn angulo dado rectilineo.

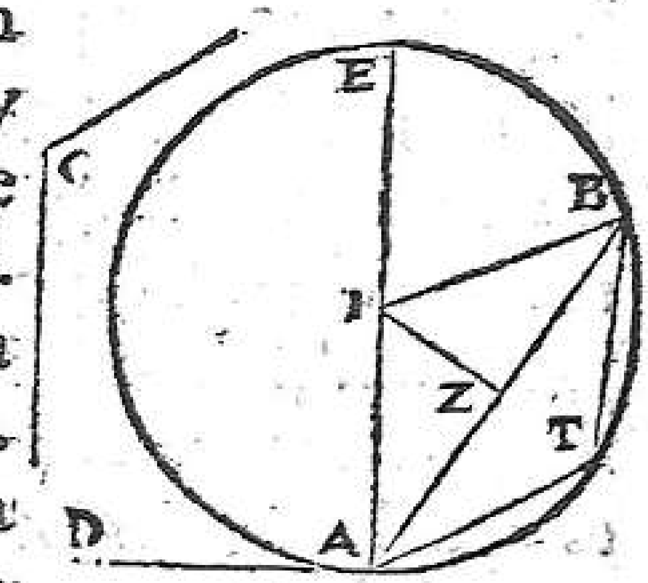
¶Sea la linea recta dada.A B.y el angulo rectilineo dado sea C.conuiene sobre la linea recta dada.A B.describir vn segmēto de circulo que reciba vn angulo ygual al mismo angulo.C Es pues el angulo.C.o agudo,o recto,o obtuso.Sea lo primero agudo,como en la primer figura,Y por la.23.del.1.hagase sobre la linea recta.A B.y sobre el pūcto suyo.A.el angulo.D A B ygual al angulo.C. es pues el angulo D A B.agudo.Saquese por la.11.del mismo)la. A E.en angulos rectos sobre.A D.y cortese la.A B.por medio en el pūcto Z.por la.10.del.1.)y desde el pūcto.Z.saquese.Z I.en angulos rectos sobre.A B.por la.11.del mismo y tirese la.I B.Y porq̃ es ygual la.A Z.a la.Z B.y comū la.Z I.Luego las dos . A Z. Z I. sō yguales a las dos.Z B.Z I.y el āgulo.A Z I,por la.4.peticiō es ygual al āgulo.I Z B,Luego la basis.A I.por la.4. del.1. es ygual ala basis.I B.Luego sobre el cētro.I.y el espacio.I A(por la.3.peti.descrito vn circulo passara tābiē por. B. Describa se y sea.A B E.y tirese.E B.Pues porq̃ đ la extremidad đl diametro.A E.dsde el pūcto.A.sale.A D.ē āgulos rectos sobre.A E. Luego la.A D.toca al circulo.ABE.por el corelario de la.16. đl.3.y porq̃ el circulo. A B E. le toca la linea recta.A D.y des-



del tocamiento. A. dentro del miſmo circulo ſe ſaco la linea recta. A B. luego el angulo. D A B, por la. 32, del miſmo. es ygual al angulo. A E B. que eſta enel ſegmento alterno del circulo. Y el angulo. D A B. es ygual al angulo. C. luego el angulo. C. es ygual al angulo. A E B. luego ſobre la linea recta dada. A B. eſta deſcripto el ſegméto de circulo que recibe el angulo. A E B. ygual al angulo dado. C. Pero ſea recto el angulo C. y ſea meneſter otra vez deſcrebir ſobre la. A B. vn ſegméto de circulo que reciba vn angulo ygual al angulo recto. C, hagaſe otra vez ſobre la linea



recta. A B. y ſobre el puncto. A el angulo. B A D. ygual al angulo rectilineo dado. C. por la. 23. del. 1. como en la. 2. deſcriptiõ. y por la. 10. del. 1. corteſe por medio la. A B. enel punto. Z y ſobre el centro Z. y el eſpacio. Z A. o. Z B. deſcriba ſe el circulo. A E B. (por la. 3. peticion.) Toca pues la linea recta. A D al circulo. A E B. porque el angulo. A. es recto. y el angulo. B A D. es ygual al angulo que eſta enel ſegmento. A E B. porq̃ tambien es recto el miſmo que eſta enel medio circulo (por la. 31. del. 3.) y el angulo. B A D. es ygual al angulo. C. Luego eſta otra vez deſcrito ſobre la. A B. el ſegmento del circulo A E B. que recibe vn angulo ygual al angulo. C. Pero ſea el angulo. C. obtuſo, y haga ſe le ygual el angulo. B A D. ſobre la linea recta. A B. y ſobre el puncto. A. (por la. 23. del primero) como eſta en la tercera deſcripcion) y ſobre la. A D. ſaqueſe en angulos rectos la, A E (por la 11. del miſmo) y corte ſe la. A B. por medio enel pũcto. Z, por la. 10. del miſmo, y ſobre la. A B. ſaque ſe ẽ angulos rectos. Z I. por la. 11. del miſmo. Y tireſe la. I B. Y aſſi porq̃ es ygual la. A Z. a la. Z B. y comun la. Z I. Luego las dos A Z. Z I. ſon yguales a las dos. B Z. Z I. y el angulo. A Z I. por



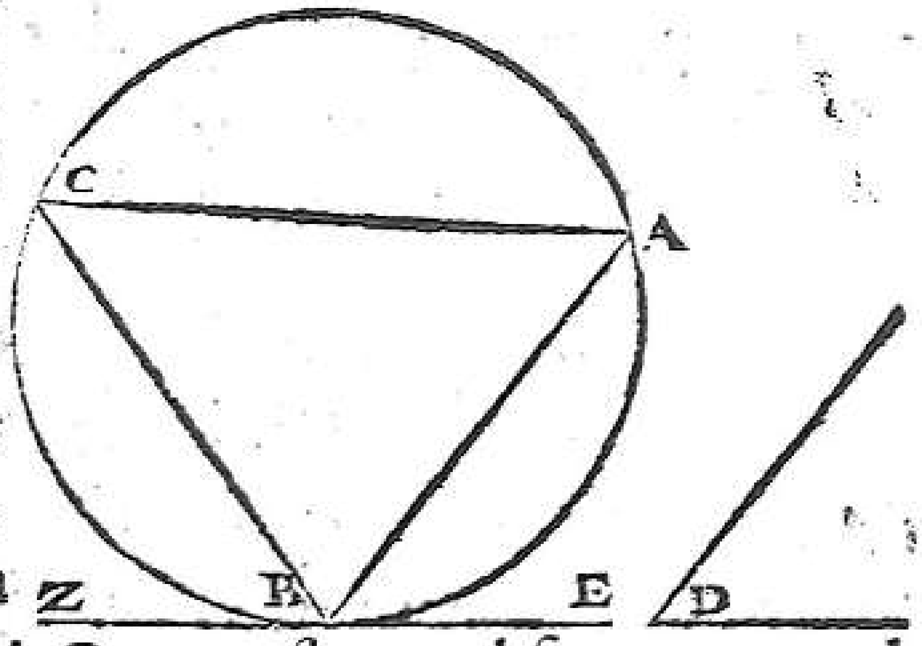
la. 4.

la.4.peticiõ,es ygual al angulo.B Z I.Luego la basis.A I. por la.4.del mismo es ygual a la basis.I B.Pues sobre el centro. I. y el espacio.I A.(por la.3.peticiõ)descrito vn circulo passara por.B.Passe como.A B E.Y porq̃ dela extremidad del diametro.A E.en angulos rectos se saco la.A D·Luego(por el corolario dela.16.del 3). la.A D. toca al circulo. A E B.Y desde el tocamiẽto.A.se estiẽde la.A B.Luego el angulo.B AD(por la 32.del mismo)es ygual al angulo. A T B.q̃ esta en el segmẽto alterno del circulo.Y el angulo.B A D.esygual al angulo . C. Luego el angulo q̃ esta enel segmento.A TB.es yguala1 angulo.C.Luego sobre la linea recta dada.A B.esta descrito el segmento de circulo.A T B.que recibe vn angulo ygual al ãgulo C.que conuino hazer se.

Problema.6. Proposicion.34.

¶De vn circulo dado cortar vn segmẽto q̃ reciba vn ãgulo ygual a vn ãgulo dado rectilineo.

Sea el circulo dado.A B C.y el angulo rectilineo dado sea D.cõuiene aora del circulo.A B C.cortar vn segmento q̃ reciba vn angulo ygual al angulo.D.Saque se (por la.17.del.3.) vna linea q̃ toque al circulo y sea.E Z.y toque le enel puncto B.y haga se(por la.23. del. 1.) sobre la linea recta.E Z.yenel pũto.B.el angulo.Z BC.ygual al angulo. D..Pues porq̃ al circulo.ABC.le tocavna linea recta.E Z.enel pũcto.B..y desde el tocamiento.B. se saco.B C. Luego el angulo.Z B C.por la



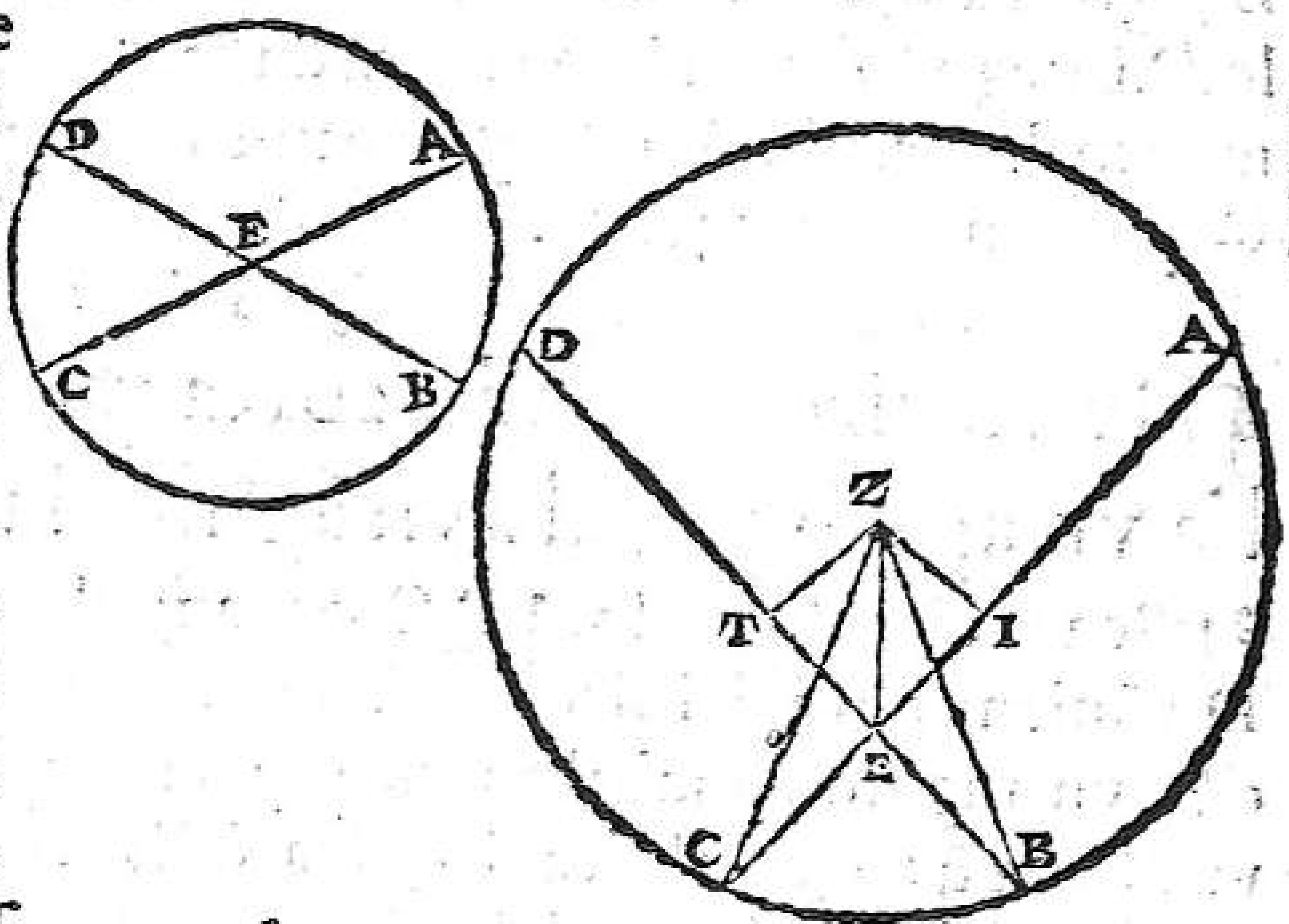
32.del.3.es ygual al angulo.B A C.que esta enel segmento alterno,y el angulo.Z B C.es ygual al angulo. D. Luego el angulo q̃ esta enel segmento.B AC.es ygual al angulo.D.Luego de el circulo dado.A B C.se corto el segmento,B A C. que recibe vn angulo ygual al angulo rectilineo dado. Lo qual conuino hazerse.

Theo-

Theorema.29. Proposicion .35.

¶Si enel circulo se cortaré entre si dos lineas rectas: el rectangulo comprehendido debaxo de las partes de la vna, es ygual al rectangulo q̃ se cóprehéde debaxo delas partes dela otra

En el circulo. A B C D. cortense entre si las dos lineas. A C B D. enel puncto. E. Digo que el rectangulo cóprehendido debaxo dela. AE. y de la. E C. es ygual al rectangulo cóprehédido debaxo de la. D E. y de la. E B Pues si la. A C. y la D B. passan por el centro de manera q̃. E. sea centro del circulo. A B C D. Mãifiesto es q̃pues



A E. E C. D E. E B. son yguales, que el rectangulo comprehendido debaxo de la. A E. y dela. E C. es ygual al rectanguloque se comprehende debaxo dela. D E. y de la. E B. Esten pues la A C. y la. B D. no estendidas por el centro, y tomese el centro del circulo. A B C D. y sea. Z. (por la. 1. del. 3.) y desde. Z. sobre la. A C. y sobre la. D B. lineas rectas tirense por la. 12. del. 1. las perpédiculares. Z I. Z T. y tirése. Z B. Z C. Z E. Y porq̃ por la. 3. del. 3. la linea recta. Z I. tirada por el cétro corta ala linea recta. A C. q̃ no passa por el cétro, é angulos rectos, cortar la a tãbien por medio, luego ygual es. A I. a la. I C. Y porq̃ la linea recta. A C. esta cortada en partes yguales enel pũcto. I. y en desiguales en. E. luego el rectãgulo cóprehendido debaxo de la. A E. y dela. E C. juntaméte cõ aq̃l quadrado q̃ se haze de la E I. (por la. 5. del. 2. es ygual al q̃ se haze dela. I C. Pongase comun el q̃ se haze dela. I Z. Luego el q̃ se cóprehéde dela. A E.

y de la

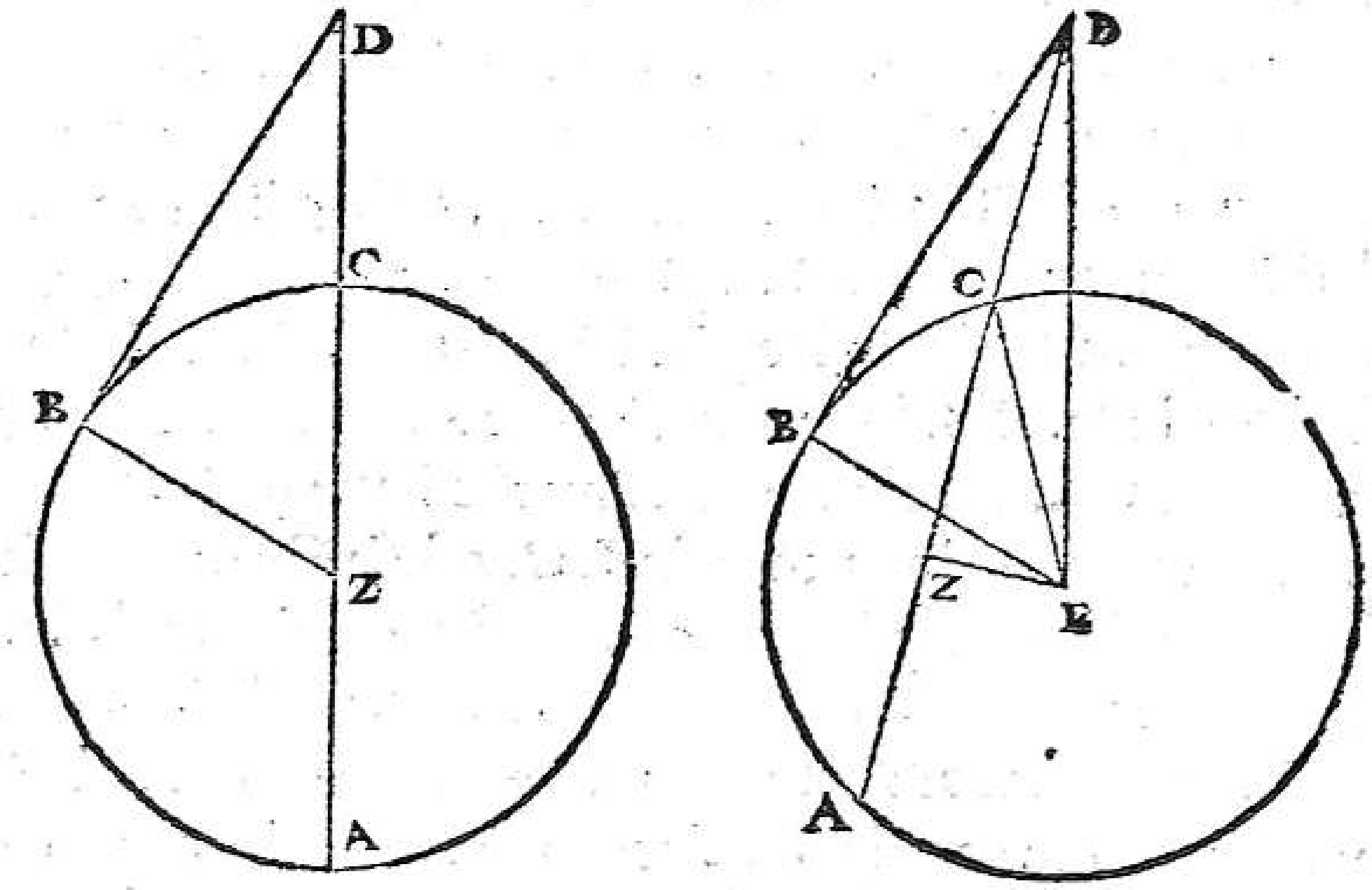
y dela.E C.jũtamente con los quadrados delas dos.E I.I Z.es ygual a los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela.I Z.Y a los q̃ ſe hazen de la.E I.y dela.I Z.es ygual el q̃ ſe haze d̃la.Z E(por la.47.del.1. Pero a los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela. I Z. es ygual el q̃ ſe haze dela.Z C.(por la miſma. Luego el q̃ ſe contiene debaxo de la A E.y dela.E C.juntamẽte con el q̃ ſe haze dela.Z E. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z C.y es ygual la.Z C.a la,Z B.por ſer deſde el centro a la circunferẽcia. Luego el q̃ ſe cõtiene debaxo de la.A E.y dela.E C.juntamẽte con el q̃ ſe haze de la.E Z. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z B.Y por eſto el q̃ ſe contiene debaxo dela.D E.y dela.E B.juntamente con el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la.Z B . Luego el que ſe cõtiene debaxo dela.AE.y d̃la.E C.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la. Z B. luego el que ſe contiene debaxo de la A E,y de la.E C.juntamente cõ el que ſe haze de la.Z E. es ygual al q̃ ſe cõtiene debaxo dela.E D.y dela.E B.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.quiteſe por comũ el q̃ ſe haze de la.Z E. Luego el rectangulo q̃ reſta cõprehendido debaxo dela.AE y dela.E C.es ygual al rectãgulo cõprehendido debaxo dela D E.y de la.E B.luego ſi enel circulo ſe cortarẽ. Entreſi dos lineas rectas,el rectangulo cõprehẽdido debaxo de las partes dela vna es ygual al rectangulo q̃ ſe comprehẽde debaxo de las partes dela otra.Lo qual conuino demoſtrar ſe.

Theorema.30. Propoſicion.36.

¶Si fuera del circulo ſe toma algun puncto: y deſde el aſta el circulo cayeren dos lineas rectas,y la vna dellas cortare al circulo,y la otra le toca,el rectangulo que es comprehendido debaxo de toda la que corta,y la q̃ es tomada de fuera entre el puncto y la circunferẽcia cur ua es ygual al quadrado q̃ ſe haze dela q̃ toca

Fuer

Fuera del circulo.A B C.tome se algun puncto y sea, D. y desde el mismo.D.asta el circulo.A B C.cayan las dos lineas rectas, D C A.D B.y corte al circulo.A B C.la linea recta . D C A.y la.B D.toquele.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela.A D.y de la.D C.es ygual al quadrado quese haze dela.B D,La linea recta.DCA.o esta tirada por el cētro



o no,Este lo primero tirada por el cētro,y (por la.1.dl.3.)sea Z.el cētro del circulo.ABC.y tirese.ZB.Luego el águlo.ZBD es recto.Y porque la linea recta.A C.esta diuidida pormedio en.Z.y le esta pegada la linea recta.C D.el que es contenido debaxo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze dela.Z D.(por la.6.del.2.) y es ygual la.Z C.a la.ZB . por ser del centro a la circunferencia,Luego el que se contiene debaxo de la.A D.Y de la. D C. juntamente con el que se haze dela.Z B.es ygual al que se haze dela.Z D.y es ygual el que se hace de la. Z D. a los que se hazen dela.Z B.y de la.B D(por la.47.del.1.)porq̃ el angulo, Z B D.es recto.Luego el q̃ se cōtiene debaxo de.A D.y de la. D C.juntamēte cō el q̃ se haze dela.Z B.es ygual a los q̃ se hazen dela.Z B.y de la.BD.Quite se por comú el q̃ se haze de la

Z B.

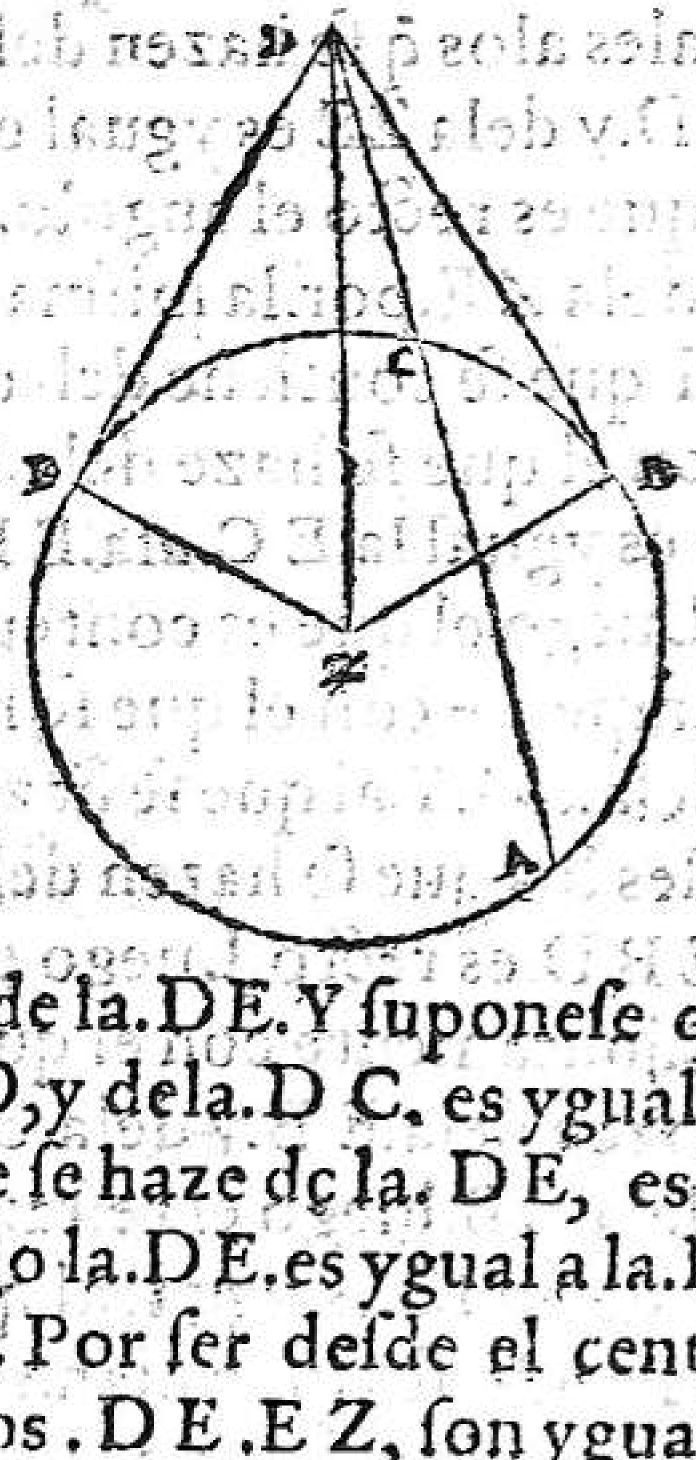
Z B.luego el q̃ resta debaxo dela.A D.y dela.D C.es ygual al q̃ se haze d̃la.D B.q̃ toca. Pero la linea recta.D C A. No sea tirada por el centro del circulo.A B C,y por la.1. del. 3.sea.E, centro del circulo.A B C,y desde.E.sobre.A C.por la.12.del.1 tirese la perpendicular.E Z.y tirense.E B.E C.E D.E s pues recto el angulo.,E Z D.y porque la linea recta.E Z. tirada por el centro(por la 3.del.3)corta en angulos rectos ala linea. A C,no tirada por el centro, corta la tambien por medio, luego.la.A Z.es ygual ala.Z C.Y porque la linea recta. A C.es diuidida por medio enel puncto.Z.yle esta pegadala linea.C D luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze de la.Z D.(por la.6.del.2 .Pongase por comun el que se haze de la.Z E.luego el que es contenido debaxo dela.D A.y dela. D C.juntamente con los que se hazen dela.E Z.y dela.Z C. son yguales alos q̃ se hazen dela.ZDy dela.ZE.Y alos q̃ se hazẽde la.Z D.y dela ZE es ygual el q̃ se haze dela.DE.por la.47.del.1 porque es recto el angulo.E Z D.y alos que se hacen dela. C. Z.y dela Z E.por la misma es ygual el q̃ se haze dela.C E.luego el que se contiene debaxo dela.A D.y dela.DC.juntamente con el que se haze dela.E C.es ygual al que se haze dela .E D.y es ygual la.E C.ala.E B.por ser del centro ala circunferẽcia.Luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela. D C. juntamente con el que se haze dela.E B.es ygual al que se haze dela.ED.Y al que se haze dela.E D,por la.47.del .1. son yguales los que se hazen dela.E B.y dela.B D.porque el angulo.E B D.es recto.Luego el que es contenido dela.A D.y dela D C.juntamente con el que se haze dela.E B es ygual a los q̃ se hazen dela.E B.y dela.B D.Quitese por comũ el que se hace dela.E B.luego el restante que se contiene debaxo dela. A D.y dela.DC.es ygual al que se haze dela,DB,Luego si fuera del circulo se toma algun puucto.Y lo demas que se sigue, lo qual conuino demostrase.

Theorema.31. Proposiciõ. 37.

Si fuera

¶ Si fuera del circulo ſe toma algũ pũcto, y deſde aquel punto al circulo cayeren dos lineas rectas, que la vna dellas corte el circulo, y la otra caya, y ſea el que ſe haze de toda la q̃ corta, y de la que fuera es tomada entre el pũcto y la circunferencia curua, ygual al que ſe haze de la que cae, la que cae tocara al circulo.

❧ Fuera del circulo. A B C. Tomeſe vn puncto y ſea. D. y deſde. D. al circulo. A B C. cayan las dos lineas rectas. D C A. D B. y la. D C A. corte al circulo y la. D B. caya. Y el que es cõtenido debaxo dela. A D. y dela. D C. ſea ygual al que ſe haze dela. B D. Digo que. D B. toca al circulo. A B C. Saqueſe (por la, 17. del. 3. vna linea recta que toque al circulo. A B C. y ſea. D E, y ſea. Z. el centro del circulo. A B C (por la. 1. del. 3.) y tirenſe. Z E. Z B. Z D, Luego el angulo. Z E D. es recto. y porque la linea recta, DE. Toca al circulo. A B C, y la linea recta D C A. le corta. Luego el que ſe contiene debaxo de la. A D.



y dela. D C. es ygual al que ſe haze de la. D E. Y ſuponeſe que el que ſe contiene debaxo dela. A D, y dela. D C. es ygual al que ſe haze de la, D B. Luego el que ſe haze de la. D E, es ygual al que ſe haze de la. D B. Luego la. D E. es ygual a la. DB y es tãbien la. Z E, ygual a la. Z B. Por ſer deſde el centro a la circunferencia. Luego las dos. D E. E Z, ſon yguales a los dos. D B. B Z. y la baſis dellas es comun. Z D. Luego el angulo. D E Z. (por la octaua del primero) es ygual al angulo al angulo. D E Z. y el angulo. D E Z. es recto. Luego tambien es recto. D B Z. Y la. Z B. estendida es diametro y la que de la extremidad del diametro del circulo se saca en angulos rectos, toca al circulo (por la. 16. del. 3.) luego la linea recta. D B. toca al circulo. A B C. Dela misma suerte se demostrara si estuuiere el centro sobre la. A C. Luego si fuera del circulo se tomare algun puncto. Y lo de mas que se sigue.

Lo qual conuino demostrarse.

(*)

¶ Fin del tercero libro.