

V. *Additio ad Schedulam De Quadraturis. Autore Johanne Craig.*

IN Actis Philosophicis Mensis Septembris, Pag. 708. duo exhibui Theoremata ad Figurarum Geometricè irrationalium Quadraturas spectantia: utq; Lectori facilius sit aditus ad hæc & similia inveniendâ, tertium jam subjungo Theorema, plura (si opus fuerit) postea exhibiturus.

Sit ergo in Fig. loci memorati ACF Semicirculus, ADE Curva Geometricè irrationalis, cujus ordinatim applicata BD secat semicirculum in C. Quantitates verò designentur ut prius, scil. Diameter AF=2a, abscissa AB=y, Arcus AC=v, Ordinata BD=z; sitq; z=rⁿyⁿ æquatio exprimens Naturas Curvarum ADE, in qua r denotat quantitatem quamlibet datam & determinatam, & n exponentem indefinitum quantitatis indeterminatæ y. Dico Aream

$$\begin{aligned}
 ABD = & \frac{r^n y^{2n+1}}{n} - qv^2 + v\sqrt{2ay-y^2} \times \frac{2ra}{n+1} y^n + \frac{2ra^2x_{2n+1}}{n \times \frac{n+1}{2}} y^{n-1} + \\
 & \frac{aAx_{2n-1}}{n-1} y^{n-2} + \frac{aBx_{2n-3}}{n-2} y^{n-3} + \frac{aCx_{2n-5}}{n-3} y^{n-4} + \frac{aDx_{2n-7}}{n-4} y^{n-5} \\
 & + \frac{aEx_{2n-9}}{n-5} y^{n-6} \text{ \&c.} - \frac{2ra^2}{n+1} y^{n+1} - \frac{2ra^2x_{2n+1}}{n^2 \times \frac{n+1}{2}} y^n - \frac{a^2Ax_{2n-1}}{n-1} y^{n-1} \\
 & - \frac{a^2Bx_{2n-3}}{n-2} y^{n-2} - \frac{a^2Cx_{2n-5}}{n-3} y^{n-3}, \text{ \&c.}
 \end{aligned}$$

De hoc Theoremate hæc sunt notanda (1.) Quod componatur ex duabus seriebus infinitis, quarum prior (signo + connexa) multiplicatur in $v\sqrt{2ay-y^2}$; termini autem posterioris (signo - affecti) sunt absoluti. (2.) Quod in priori serie literæ majusculæ A, B, C, D, E, &c. designent coefficientes terminorum ipsis respectivè præcedentium; nec non in posteriori eisdem obtineant Valores, quos in priori. (3.) Quod Quadratura exhibeatur per quantitatem finitam, quando n est numerus integer positivus, aut nihilo æqualis, vel etiam si 2n sit numerus impar: nam in his casibus utraque Series abrumpitur. 4. Quod 2q sit æqualis ultimo termino abrupti prioris seriei.

Exem-

Exemplum 1. Sit $z = \frac{y^2}{a}$. Quia in hoc casu $n=0, r=\frac{3}{2}$, ideo erit Area ABD = $\frac{y^2}{a} - v^2 + 2v\sqrt{2ay - y^2} - 2ay$. Corol: Integra figura AFE est æqualis duplo Quadrato, cujus Latus est ACF; dempto Diametri Quadrato.

Exemp. 2. Sit $z = \frac{y^2 v^2}{a^2}$, quia in hoc casu $n=r, r=\frac{1}{a^2}$, ideo erit Area ABD = $\frac{y^2 v^2}{2a^2} - \frac{3}{4}v^2 + v\sqrt{2ay - y^2} \times \frac{y}{2a} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4}y^2 - \frac{3ay}{2}$.

Exemp. 3. Sit $z = \frac{y^2 v^2}{a^3}$, quoniam in hoc casu $n=2, r=\frac{1}{a^3}$, ideo erit Area ABD = $\frac{y^2 v^2}{32a^3} - \frac{5}{8}v^2 + v\sqrt{2ay - y^2} \times \frac{2y^2}{9a} + \frac{5y}{9a} + \frac{5}{3} - \frac{2y^3}{27a} - \frac{5y^2}{18} - \frac{5ay}{3}$.

Cûm hæc scriberem accepi nuperos Menses Actorum Lipsiensium, in quibus multa egregia ad Geometriam promovendam non sine summâ Voluptate perlegi; ut & alia quædam à claris: Leibnitio & Jo. Bernoullio in Methodum meam de Quadraturis notata. In actis scil. Anni 1695. Mens. Aprilis nos certiores facit Leibnitius se Methodum habere nostræ non-nihil similem; & sane plurimum gratulor nostræ cum tanti Geometræ cogitatis potuisse vel minimam habere similitudinem. Quod vero ait suam esse meâ universaliorem & breviorẽ, nullus dubito. Optandum esset, ut hanc suam Methodum, ut & plurima, quæ habet alia, præsertim ad Calculum suum differentialem spectantia non diutiùs apud se premeret, sed quam primum per otium liceat in commune Rei-publicæ literariæ commodum in lucem emitteret. Speramus verò interim nobis omnia, quæ ad calculum illum perficiendum sunt necessaria, brevi daturum illustrissimum Marchionem Hospitalium in parte, per egregii sui operis posteriori, quam (in partis prioris præfatione) de calculo Integrali se composuisse significat. Impatienter etiam Sectionem illam alteram expectabimus, in qua Calculi hujus usum in Physicis & Mechanicis se ostensurum Nobilissimus Autor promittit: Omnia enim ab ipso publicata, tam specimina quæ sparsim

in actis Lipsiensibus & alibi reperiuntur, quam præstantiffimus ille liber (cui Titulum dedit—— *Analyse des Infiniment petits*) faciunt ut magna quæq; ab Eruditissimo Marchione expectemus.

Quodque ingeniosissimo Jo. Bernoullio visum fuerit (in Actis Anni 1695. Mensibus Febr. & August:) Methodum meam non esse generalem pronunciare, id etiam ego lubens agnosco, ut exemplorum meorum serie facile percipere poterit Vir acutissimus. In materia difficili gradus, quos poteram, feci; & si itineris Longitudine vel difficultate deterritus non ulterius tum progressus fuerim, mihi tamen (qui obiter tantum studiis hisce Mathematicis Animum adhibeo) quæ volui, sistere licebat. In quo hæreat Methodus mea partim notavit clariss. Bernoullius; rem tamen totam non prorsus assequutus videtur. Interim illi me plurimum devinctum habeo, quod suâ Animadversione Tractatum meum dignatus fuerit, multò tamen magis, quod tam candidè, tamq; humanè me ab erroribus meis liberare voluerit.

VI. *A Letter from Mr. Stephen Gray, dated Canterbury, Dec. 8. 1697. relating some Experiments about making Concave Specula nearly of a Parabolick Figure.*

I Had before this time communicated the Experiments I mentioned in the end of my Letter of the 12th of May last, had I not expected an Opportunity to have made some farther Progress than I have yet done. I shall not spend time to tell you how I have been obstructed in having my Thoughts diverted by other Affairs, yet I think it convenient to let the Society know how far I have proceeded toward the way to make the Concave Specula nearly of a Parabolick Figure, which they will naturally receive, or at least with a very little Assistance of Art, having the Ambition to think, that if any ingenious Person shall think fit