

**Mathematik für Anwender I****Arbeitsblatt 30****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 30.1. Skizziere die zugrunde liegenden Vektorfelder der Differentialgleichungen

$$y' = \frac{1}{y}, y' = ty^3 \text{ und } y' = -ty^3$$

sowie die in Beispiel 30.6, Beispiel 30.7 und Beispiel 30.8 angegebenen Lösungskurven.

AUFGABE 30.2. Bestätige die in Beispiel 30.6, Beispiel 30.7 und Beispiel 30.8 gefundenen Lösungskurven der Differentialgleichungen

$$y' = \frac{1}{y}, y' = ty^3 \text{ und } y' = -ty^3$$

durch Ableiten.

AUFGABE 30.3. Interpretiere eine ortsunabhängige Differentialgleichung als eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen anhand des Lösungsansatzes für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.4. Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = y,$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.5. Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = e^y,$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.6. Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = \frac{1}{\sin y},$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.7. Löse die Differentialgleichung

$$y' = ty$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.8. Betrachte die in Beispiel 30.9 gefundenen Lösungen

$$y(t) = \frac{g}{1 + \exp(-st)}$$

der logistischen Differentialgleichung.

- Skizziere diese Funktion (für geeignete  $s$  und  $g$ ).
- Bestimme die Grenzwerte für  $t \rightarrow \infty$  und  $t \rightarrow -\infty$ .
- Studiere das Monotonieverhalten dieser Funktionen.
- Für welche  $t$  besitzt die Ableitung von  $y(t)$  ein Maximum (Für die Funktion selbst bedeutet dies einen Wendepunkt, man spricht auch von einem *Vitalitätsknick*)
- Über welche Symmetrien verfügen diese Funktionen?

AUFGABE 30.9.\*

Finde eine Lösung für die gewöhnliche Differentialgleichung

$$y' = \frac{t}{t^2 - 1} y^2$$

mit  $t > 1$  und  $y < 0$ .

AUFGABE 30.10.\*

Bestimme die Lösungen der Differentialgleichung ( $y > 0$ )

$$y' = t^2 y^3$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen. Was ist der Definitionsbereich der Lösungen?

### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 30.11. (3 Punkte)

Zeige, dass eine Differentialgleichung der Form

$$y' = g(t) \cdot y^2$$

mit einer stetigen Funktion

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, t \longmapsto g(t),$$

auf einem Intervall  $I'$  die Lösungen

$$y(t) = -\frac{1}{G(t)}$$

besitzt, wobei  $G$  eine Stammfunktion zu  $g$  mit  $G(I') \subseteq \mathbb{R}_+$  sei.

AUFGABE 30.12. (3 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = ty^2, y > 0,$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.13. (4 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = t^3 y^3, y > 0,$$

mit dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.

AUFGABE 30.14. (5 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = ty + t$$

mit

- a) dem Lösungsansatz für inhomogene lineare Differentialgleichungen,
- b) dem Lösungsansatz für getrennte Variablen.