

## Einführung in die Algebra

### Arbeitsblatt 26

#### Aufwärmaufgaben

AUFGABE 1. Es sei  $K$  ein Körper und  $L = K(X)$  der Quotientenkörper des Polynomrings  $K[X]$ . Zeige, dass  $K \subset L$  eine einfache, aber keine endliche Körpererweiterung ist.

AUFGABE 2. Sei  $K \subseteq L$  eine Körpererweiterung von endlichen Körpern. Zeige, dass dies eine einfache Körpererweiterung ist.

AUFGABE 3. Sei  $K \subseteq L$  eine endliche Körpererweiterung, deren Grad eine Primzahl sei. Zeige, dass dann eine einfache Körpererweiterung vorliegt.

AUFGABE 4. Bestimme das sechste Kreisteilungspolynom  $\Phi_6$  und beschreibe die Primfaktorzerlegung von  $X^6 - 1$ .

#### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 5. (2 Punkte)

Es seien  $F, G \in \mathbb{Z}[X]$  normierte Polynome mit der Eigenschaft, dass  $F = GH$  ist mit  $H \in \mathbb{Q}[X]$ . Zeige, dass  $H \in \mathbb{Z}[X]$  ist.

AUFGABE 6. (5 Punkte)

Bestimme die Kreisteilungspolynome  $\Phi_n$  für  $n \leq 15$ .

AUFGABE 7. (3 Punkte)

Es sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade. Zeige, dass der  $n$ -te Kreisteilungskörper mit dem  $2n$ -ten Kreisteilungskörper übereinstimmt.

AUFGABE 8. (4 Punkte)

Bestimme die Koordinaten der fünften Einheitswurzeln in  $\mathbb{C}$ .

## AUFGABE 9. (3 Punkte)

Beschreibe die Konstruktion mit Zirkel und Lineal eines regelmäßigen Fünfecks, wie sie in der Animation (siehe Arbeitsblatt auf Wikiversity) dargestellt ist.

