

Ensembles, topologies et ultrafiltres

Christophe Chalons

July 25, 2012

Contents

1	Introduction	13
1.1	Introduction: publicité pour les ultrafiltres	14
1.1.1	Exemple	14
1.1.2	Preuve de l'exemple	14
1.1.3	Autre exemple	15
1.1.4	Autre exemple (un poil moins ANS-easy lol)	15
1.2	Courage	16
2	Langage mathématique	17
2.1	Introduction	17
2.2	La grammaire du langage scientifique	17
2.2.1	Différences avec les langues naturelles de communication	18
2.2.2	Liaison de variables	18
	A quoi ça sert?	19
	Autre exemple	19
2.2.3	Peut-on se passer de lier des variables?	20
	Comment on s'en passe si on veut	20
	Comment éliminer les parenthèses (pour pas avoir à apprendre plein de règles de gram- maire les concernant?)	20
	Les combinateurs S,K	21
2.3	LES lieux	22
2.4	Mise en garde	23
3	Topologie, définitions à sec	25
3.1	Définitions générales ensemblistes	25
3.2	Ultrafiltres	25
3.2.1	Lemmes presque triviaux, mais à avoir présent à l'esprit	26

3.3	Définitions concernant la topologie	27
3.3.1	Preuves des faits précédents	27
3.3.2	Preuves	28
3.4	Quelques définitions très usuelles	29
3.4.1	Espaces métriques	29
	Preuve	30
3.5	Produit d'espaces topologiques	30
4	Didacticiel	31
4.1	Preuves guidées de quelques cas typiques	31
4.1.1	Le Cube de Hilbert	31
	Preuve	31
4.1.2	Compacité de $[0, 1]^{[0,1]}$ pour la topologie de la convergence simple	33
5	Topologies usuelles et vocabulaire	35
5.1	Définitions et tacites	35
5.2	ultrafiltres et topologies	37
5.2.1	Preuves	38
5.2.2	Petites preuves des petits faits	38
5.2.3	Preuves des points plus profonds	39
5.3	Théorème "Ascoli-like"	41
5.3.1	Preuve	41
5.4	Quelques grands classiques	41
5.5	Pourquoi ces définitions-là et pas d'autres?	42
5.5.1	Preuve	43
5.5.2	Exemple	44
5.6	Espaces vectoriels topologiques sur \mathbb{R}	44
5.6.1	Définition	44
5.6.2	Les points-clés connus par les gens qui parlent de ce sujet	45
6	Preuves des faits classiques énoncés dans les chapitres précédents	47
6.1	Atteinte du maximum dans les compacts	47
6.1.1	Preuve	47
6.1.2	Une application classique du lemme précédent	48
6.2	Intersection filtrante de compacts connexes	48
6.2.1	Preuve	48
6.3	Petitesse des compacts métriques	49

6.4	un espace métrique complet est de Baire	49
6.5	Un espace compact est de Baire	50
6.6	Un espace E métrique précompact et complet est compact	50
6.7	Caractérisation séquentielle	50
6.8	dimension finie implique fermeture	51
6.9	Théorème de Riesz	52
6.10	Stone-Weirstrass	52
7	Complétions, compactifications	55
7.1	Problématique	55
7.2	Deux lemmes très peu présents dans la littérature	55
7.2.1	Preuve	55
7.2.2	Deuxième lemme	56
7.3	Une compactification historique	56
7.3.1	Définition du compactifié d'Alexandroff	56
7.3.2	Preuve	57
7.4	Complétion	57
7.5	Compactification de Stone-Cech	58
7.5.1	Définition "fictive"	58
7.5.2	Définition moins idéaliste	59
7.5.3	Utilité langagière	60
8	Topologie quotient	61
8.1	Un exemple élaboré	61
8.2	Preuve	62
8.2.1	Un outil	63
8.2.2	Suite et fin	63
8.2.3	Rédaction ANS	63
8.2.4	Rédaction informelle	64
8.2.5	Ce qui n'a pas été justifié	64
8.3	Complétude	64
9	Remarques sur la topologie algébrique	67
9.1	Théorème de Lefchetz (version corollaire)	67
9.1.1	Preuve intuitive	67
9.2	Théorème de Brouwer	68
9.3	Un résultat amusant	68
9.3.1	Preuve	69

	Lemme de topologie algébrique de JLT	69
	Preuve du théorème	69
10	Des evt particuliers: les Banach et les Hilbert	71
10.1	Les Hilbert	71
10.1.1	Définition	71
10.1.2	Preuve de la reflexivité des Hilbert	72
	Enoncé	72
	Suite de la preuve	73
	Résumé de la preuve	73
	Remarque:	73
10.1.3	Détails	74
	Dans le sens ultrafiltres vers formes	74
	Dans l'autre sens	74
	Le lemme de JLT	75
	Preuve de JLT	75
10.1.4	Bilan	75
10.2	Les Banach	76
10.3	Liste	76
10.4	Preuve	77
10.4.1	discontinuité en dimension infinie	77
10.4.2	Compacité et reflexivité	78
10.4.3	Hahn-Banach	78
10.4.4	Ouverture des applications linéaires continues et sur- jectives	78
10.4.5	Corollaire	79
11	Multifacettes des ultrafiltres	81
11.1	Théorème de Hindman	81
11.2	Théorème de Ramsey	82
11.3	Un théorème rigolo	82
11.3.1	Lien	82
11.3.2	Le théorème	82
11.3.3	Preuve (comme toujours dans ce cas, trivialisée avec des ultrafiltres)	83
11.3.4	Preuve de Gottfried	83
11.4	Finitude des corps compacts	84
11.5	Séparation de groupes quasi-compacts quotients	84

11.5.1	Preuve	84
11.6	Finitude des quotients des anneaux noethériens par des idéaux maximaux	85
11.7	Un exercice	85
11.7.1	Correction	85
11.7.2	Sans l'hypothèse de compacité	86
11.8	Petitesse des anneaux noethériens topologiques séparés et compacts	86
11.8.1	Remarque	87
11.9	Finitude des anneaux artiniens et compacts	87
11.9.1	Preuve	88
12	Tribus et mesures	91
12.1	Introduction	91
12.2	Définitions naïves	92
12.3	Conséquences des définitions naïves	92
12.4	Exemple bateau	92
12.5	Existence de cpoids sur les ensembles infinis	92
12.6	Règles de traduction	93
12.7	Amusement philosophique pour mettre en bouche	93
12.8	Tribus	95
12.8.1	Preuve	95
12.8.2	Construction de la tribu engendrée	95
12.8.3	Preuves des deux derniers théorèmes	96
12.9	mesure, définition:	96
12.10	Remarque	97
13	Rudiments de théorie des ensembles	99
13.1	La théorie supernaïve	99
13.1.1	Contradiction	99
13.2	ZF	99
13.2.1	Remarque	100
13.2.2	Trois petits signes	101
Exercice	101
13.3	Entiers, couples, etc	101
13.3.1	Couple	101
13.3.2	Entiers	102
13.4	Ordinaux	102

13.4.1	Lemmes de base	102
13.4.2	Preuves	103
13.4.3	construction par récurrence ordinale	104
	Preuve	104
13.4.4	corollaire	104
	Preuve	105
13.4.5	Autre corollaire: lemme de Zorn	105
	Preuve	105
13.5	Cardinaux	105
13.5.1	Définitions et lemmes classiques	105
13.5.2	Preuves	107
13.6	Ensembles bien fondés et constructibles	107
13.6.1	Bien fondés	107
13.6.2	Constructibles	108
13.6.3	Preuves	108
13.7	Les différents axiomes du choix	109
13.8	Axiomes violemment contre l'axiome du choix	109
13.8.1	Axiome de détermination	110
13.9	Axiome du choix et L	110
13.9.1	Principe du choix définissable	110
13.9.2	Ensembles constructibles et caml	111
13.10	Algèbres de Boole	111
13.10.1	Algèbre de Boole des bons ouverts	111
13.10.2	Ensembles génériques extérieurs	112
13.10.3	Détails sur le forcing et indépendance de l'hypothèse du continu	112
	Validité	113
	Avantages	113
	Indépendance de HC	114
	Petit exo de conclusion	116
13.10.4	Difficultés et simplicités	116
13.10.5	Le mot "force"	116
	de $R(x)$ à "pour tout $x R(x)$ "	116
	Passage de A,B à (A implique B)	117
	Conservation des axiomes	117
13.10.6	Compléments et aides	117
	Preuve	118
	Suite	118

Propriété d'antichaine	119
A quoi sert cette propriété?	119
13.10.7 Remarque finale	120
Correction d'un petit exo donné plus haut	120
13.11 Où se situe le forcing dans la hiérarchie?	121
13.11.1 Introduction	121
Réponse	121
13.11.2 Le fini	121
13.11.3 Le dénombrable	122
13.11.4 L'hybride	122
Game-résolubilité	122
Preuve	122
Preuve de la réciproque	123
13.12 G est dans $V[G]$	123
13.12.1 Preuve1	123
13.12.2 Preuve2	124
13.13 Exercices excitants	124
13.13.1 Questions dont je ne connais pas la réponse (et auxquelles je n'ai pas réfléchi)	125
13.14 Correction	126
13.15 Un exercice emblématique et classique	127
14 Analyse non standard, axiomatique IST Nelson	129
14.1 Les axiomes de l'ANS	129
14.2 Exemples d'utilisation	130
14.2.1 Didacticiel	130
14.3 Exemples un peu plus élaborés	131
14.3.1 Idéaux premiers minimaux	131
Une des preuves académiques	131
Une preuve ANS	132
Remarque	133
14.3.2 Deux autres lemmes	133
14.3.3 Preuves ANS	133
15 Pot pourri d'outils admis (ou non) dans ce qui précède	135
15.1 Adhérence, intérieur	135
15.2 Fonctions continues sur un ensemble	135
15.3 fermés et compacts	136

15.4	Images continues de compacts	136
15.5	Noyaux de formes linéaires	136
15.6	Existence et unicité de portes dans les Hilbert	137
16	Un chapitre à part sur les anneaux	139
16.1	Définitions et lemmes de base	139
16.2	Modules sur un anneau	142
16.2.1	Produit tensoriel	143
16.2.2	Preuve de à <i>diviseurs élémentaires</i> implique supercool .	146
	Preuve du lemme 3.2	146
16.3	Résumé sur Smith, Bézout, et noethérianié	147
16.3.1	2-supercool implique p-supercool pour tout p	147
16.3.2	Smith implique 2-supercool	147
16.3.3	Principal implique Smith	147
16.4	Anneaux tests	148
16.4.1	Propriétés évidentes	148
16.4.2	Quand les idéaux sont principaux, il se passe de tas de trucs	150
	Preuve nettoyée par Greg	151
16.4.3	Bilan	155
16.5	Tous les anneaux artiniens sont noethériens	157
16.5.1	Rappel des définitions	157
16.5.2	Résumé de preuve	157
16.5.3	Plus de détails	157
16.6	Anneaux séparés topologiques compacts	158
16.6.1	Anneaux noethériens	158
16.6.2	Anneaux artiniens	158
16.7	Linéaire compacité	159
16.7.1	Anneaux linéairement compacts	159
16.7.2	Définition	159
16.7.3	Une question	159
	Rappel de la preuve	160
16.7.4	Preuve	160
16.8	Modules noethériens, modules artiniens	161
16.8.1	Avant la preuve, une unification	161
16.8.2	Preuve	161
16.8.3	Cas particulier des modules	162
16.9	Un lemme algébrique pur	162

<i>CONTENTS</i>	11
16.9.1 Le lemme	162
16.9.2 Preuve	163
17 Appendice	165
17.1 Axiomes tacites et règles de preuves	165
17.2 Rappel de l'axiome d'extensionnalité et de quelques bases logiques	166
17.3 Lemmes	166
17.4 Quelques passages LangMath-Français	168
17.5 Axiomes des maths	169
17.6 Différentes manières d'aller au paradis	170
17.6.1 Toute fonction a un point fixe	170
Preuve	170
Remarque	171
17.6.2 L'axiome du choix est un corollaire de...	171
Preuve	172
18 Index	173
18.1 Liste des mots présents dans le texte	173

Chapter 1

Introduction

Ceci est un cours basique de topologie, qui rappelle aussi d'autres bases mathématico-logiques peu présentes dans les documents courants. Une pratique *classique* de l'analyse non standard y est aussi présentée, par classique j'entends sans faire un usage de la formalisation officielle IST Nelson.

La plupart du temps, je ferai une faute volontaire (pour éviter des ambiguïtés) de style en utilisant la forme *comme blabla1 donc blabla2*, plutôt que l'usage qui met une virgule à la place du *donc*.

Les preuves sont en violet!

Les résumés de preuves sont en vert!

Les repères rouges servent pour l'index final

Le mot *évidence* et le mot *axiome* seront considérés comme de parfaits synonymes dans la suite.

J'ai essayé de réunir aussi en appendice les sujets dont j'ai remarqué qu'ils posaient parfois des soucis récurrents en plus de juste signaler les définitions et lemmes de topologie. On y trouve le signe $=$, quelques considérations sur implique, et les axiomes logiques propositionnel, ainsi qu'une preuve qu'il y a équivalence entre (A implique B) et ((nonA) ou B).

Quand vous ne connaissez pas une expression vous pouvez tenter d'aller voir l'appendice, j'ai essayé d'y mettre tout ce qui est tacite ailleurs.

Christophe C

1.1 Introduction: publicité pour les ultrafiltres

Il est évidemment difficile de couvrir en quelques dizaines de pages le vaste sujet de la topologie (générale) et de ses applications. J’ai essayé de mettre des preuves et des définitions efficaces pour tous les sujets récurrents que j’ai pu croiser à répétition sur le forum *lesmathematiquepointnet*. Si les preuves (aussi cabalistiques qu’elles apparaissent) sont si courtes c’est grâce aux ultrafiltres qui permettent de trivialisier en bonne partie ce que j’appellerai “la topologie dans ses manifestations compactes”. Les ultrafiltres permettent de “transformer” la cohérence finie (le fait de ne pas se contredire en temps fini pendant une conversation) en existence d’objets (qui donnent ensuite des déductions *comme s’ils existaient*) puis de retourner à la vie réelle après l’argumentation. Le tout a été formalisé sous une théorie qui s’appelle l’analyse non standard (consultez “axiomes IST de Nelson si vous faites une recherche). Le maximum d’efficacité est atteint quand ils sont confondus aux espaces compacts qui “font exister” les objets du discours dès lors qu’imaginer ces derniers peut se faire avec cohérence.

1.1.1 Exemple

Soit E un espace compact et f une application continue de E dans E . Tout le monde trouve évident l’existence de suites finies aussi longues qu’on veut telle que $u_1 = f(u_2), u_2 = f(u_3), \dots, u_{n-1} = f(u_n)$. Il suffit de partir de $a \in E$ et de prendre les $f^i(a)$, puis de retourner la numérotation.

Et bien l’analyse non standard (ou un maniement courant des ultrafiltres) transforme cette évidence en une autre **évidence** pour les analystes non standard, qui est:

Théorème 1 *il existe une suite u telle que pour tout entier $n : u_n = f(u_{n+1})$*

Les rédactions classiques des preuves de ce lemme ne doivent pas cacher que **c’est une évidence** une fois acquis l’état d’esprit ANS.

1.1.2 Preuve de l’exemple

J’en donne une preuve (accessible une fois entraîné par la lecture du présent pdf presque entière) par principe: **soit L l’ensemble des suites finies d’éléments**

de E telles que $u_i = f(u_{i+1})$ sur les indices i de l'ensemble de définition de la suite finie u . Soit W un ultrafiltre sur L qui contient tous les A_n , en notant A_n l'ensemble des suites de longueur $\geq n$. Soit la fonction $pro_i : u \mapsto u_i$. Alors la suite $v : n \mapsto \lim_E(pro_n[W])$ vérifie la propriété voulue.

1.1.3 Autre exemple

Soit (E, T) un espace compact et f, g deux applications continues qui commutent (ie telles que $f \circ g = g \circ f$). Presque n'importe qui conviendra aisément qu'on peut fabriquer une application m de n^2 dans E telle que pour les indices (i, j) pour lesquels c'est défini, $f(m(i, j)) = m(i + 1, j)$ et $g(m(i, j)) = m(i, j + 1)$. Imaginez maintenant qu'on vous demande de prouver qu'une telle m soit définie sur Z^2 tout entier. Pourtant, un état d'esprit ANS vous le donne comme une évidence au même titre que l'exemple précédent: il vous suffit de considérer un ultrafiltre W tel que pour tout entier naturel n , l'ensemble des m telle que ci-dessus vérifiant de plus $[-n, n]^2 \subseteq \text{dom}(m)$ soit un élément de W . L'existence de W est triviale et le fait que $v : (i, j) \in Z^2 \mapsto pro_{i,j}[W]$ convienne aussi. (Le domaine $\text{dom}(f)$ d'une fonction est son ensemble de définition).

1.1.4 Autre exemple (un poil moins ANS-easy lol)

Soit (E, T) un espace compact, $n \mapsto (x \mapsto T \ni R_n(x) \ni x \in E)$ de recouvrements ouverts de E et L un ensemble de suites finies d'éléments de E . Ce n'est pas parce que L contient des suites de longueurs arbitrairement grande qu'il existe une suite $v \in E^{IN}$ ayant des segments initiaux arbitrairement longs dans L . On suppose que tout segment initial d'un élément de L est un élément de L . De plus soit f_n une fonction pour chaque entier n vérifiant: pour toute suite $u \in L$, telle que $n \in \text{dom}(u)$, et toute suite finie v définie sur le même domaine que u et obtenue par $v(i) := f_n(u(i))$ pour $i \neq n$ et $v_n := a$ si $u_n \in R_n(a)$ alors $v \in L$. Alors si L contient des suites arbitrairement longues, il existe une suite $u \in E^{IN}$ telle que pour tout entier $n : (u_0, \dots, u_n) \in L$. Je ne démontre pas ce phénomène ici. Je le signale juste pour illustrer qu'une vision ANS va nettement plus loin que le simple fait d'extraire des suites, puis de reextraire et reextraire diagonalement comme certains peuvent le préjuger. En effet, dans ce qui précède, le fait de considérer une suite v de suites finies $v(n)$ de longueur $\geq n$ puis d'extraire des v_n une sous-suite telle que $n \mapsto v(n)(1)$ converge vers w_1 et ainsi de

suite ne sera évidemment d'aucune utilité puisqu'on n'a pas de transitivité (chaque fois qu'on "fixe" une valeur "réelle" pour un entier n , on ne peut que remplacer chaque autre x par $f_n(x)$).

1.2 Courage

J'espère que la suite de ce pdf vous donnera envie d'arriver à un état de *comprendre* couramment, comme vous parlez dans un bar, les quelques lignes mystérieuses ci-dessus. En tout, je l'ai rédigé pour que le lecteur après un parcours fastidieux consistant à s'armer de patience en lisant les preuves ou parties d'entre elles minutieusement et analytiquement crée un réseau de neurones qui, après la souffrance, fait "tilt". Je ne connais pas de méthode qui, sans souffrir avec du formalisme, permet d'arriver à des résultats probants. Il n'y a pas d'éducation sans traumatisme.

La chance ici est que c'est le langage de la théorie des ensembles (3 petits signes et puis c'est tout: \forall, \in et it implique) qui est universelle et fonde et précède toutes les maths (elle a juste l'inconvénient d'être tellement puissante qu'elle est contradictoire dans sa version naive, mais c'est bcp moins important que ça en a l'air en fait) qui est utilisé. Ce langage est d'une très grande pauvreté (6 ou 7 signes et règles de fonctionnement) et n'est donc pas long à acquérir.

Le chapitre sur les ultrafiltres vient très tôt. A la dernière section avant l'appendice, j'ai ajouté un chapitre sur leur utilité hors-topologie.

Chapter 2

Topologie, définitions à sec

2.1 Définitions générales ensemblistes

1. Les expressions de la forme $\forall x \in A : \text{blabla}$ signifient $\forall x : x \in A$ implique *blabla*
2. Les expressions de la forme $\exists x \in A : \text{blabla}$ signifient $\exists x : x \in A$ et *blabla*
3. $A \subseteq B$ signifie $\forall x : x \in A$ implique $x \in B$. Quand $A \subseteq B$ on dit que A est une partie (ou encore un sous-ensemble) de B .
4. Soit E, A des ensembles. La notation $\text{inter}(E, A)$ signifie $\{x \in E / \forall y \in A : x \in y\}$. La notation $\text{union}(A)$ signifie $\{x / \exists y \in A : x \in y\}$
5. Soit E un ensemble. L'ensemble des parties de E est noté $P(E)$.

2.2 Ultrafiltres

Définition 1 Soit E un ensemble.

Soit W une partie de $P(E)$. On dit que W est un ultrafiltre sur E quand les conditions suivantes sont toutes satisfaites:

1. $\emptyset \notin W$
2. $E \in W$

3. $\forall X \in W \forall Y \supseteq X : Y \in W$

4. $\forall F$ si F est une partie finie de W alors $\text{inter}(E, F) \in W$

5. $\forall a \subseteq E : a \in W$ ou $(E \setminus a) \in W$ (***)

Lorsque la condition (***) n'est pas satisfaite, on se contente de dire que W est un filtre sur E

Un ultrafiltre est un élément virtuel de l'ensemble E . Soit $a \in E$. alors $W_a(E) := \{X \in P(E) / a \in X\}$ est un ultrafiltre sur E .

Un ultrafiltre U sur E est dit **principal** quand $\exists a \in E : U = W_a(E)$.

Soit E un ensemble f une application de E dans F et W un ultrafiltre sur E . On notera $f[W]$ (comprendre image de W par f) l'ensemble des parties X de F tel que $\{e \in E / f(e) \in X\} \in W$.

Théorème 2 $f[W]$ est un ultrafiltre et $f[W_a(E)] = W_{f(a)}(F)$

Intuitivement, $f[W]$ est l'élément virtuel de F qui est obtenu en prenant l'image $f(x)$ de l'élément virtuel de E représenté par W .

L'intérêt des ultrafiltres (et de la topologie) est d'être utilisé en présence de l'axiome du choix.

2.2.1 Lemmes presque triviaux, mais à avoir présent à l'esprit

Les quatre lemmes suivants sont ou bien évidents ou bien conséquence évidente de l'axiome du choix. Je recommande au lecteur de les prouver en exercice. Les preuves se situent dans la section *ultrafiltres et topologie*

Théorème 3 si W est un ultrafiltre sur E et $\text{union}(P) \in W$ et P fini alors $\exists x \in P : x \in W$ (exercice)

Théorème 4 si F est un filtre sur E alors il existe un ultrafiltre W sur E tel que $F \subseteq W$.

Théorème 5 si $\forall F$ partie finie de $Z : E \cap \text{inter}(E, F) \neq \emptyset$ alors il existe un ultrafiltre W sur E tel que $P(E) \cap Z \subseteq W$

Théorème 6 soit f telle que pour tout ultrafiltre W sur $E : f(W) \in W$. Alors il existe un ensemble fini F dont les éléments sont des ultrafiltres sur E tel que $\forall x \in E \exists W \in F : x \in f(W)$

2.3 Définitions concernant la topologie

Soit T une partie de $P(E)$.

On dit que T est une topologie sur E quand $\forall X \subseteq T : \text{union}(X) \in T$ et $\forall F \subseteq T$ si F est fini alors $\text{inter}(E, F) \in T$.

Traduction française: T est stable par unions (quelconques) et intersections finies.

Théorème 7 Soit $S \subseteq P(E)$. Soit G l'ensemble des topologies T sur E telles que $S \subseteq T$. Alors $T_0 := \text{inter}(P(E), G)$ est une topologie sur E , donc $T_0 \in G$ et comme $\forall X \in G : T_0 \subseteq X$, on dit que T_0 est la plus petite topologie qui contient S , ou encore la topologie engendrée par S .

2.3.1 Preuves des faits précédents

1. Evidemment $S \subseteq T_0$
2. soit F une partie finie de T_0 . soit $T \in G$. alors $F \subseteq T$. donc $\text{inter}(E, F) \in T$. Ceci valant pour tout $T \in G$ donc $\text{inter}(E, F) \in T_0$
3. soit $P \subseteq T_0$. soit $T \in G$. alors $P \subseteq T$. Donc $\text{union}(P) \in T$. Ceci valant pour tout $T \in G$ donc $\text{union}(P) \in T_0$.
4. conclusion: $T_0 \in G$.
5. $\text{inter}(E, \emptyset) = E \in T_0$
6. $\text{union}(\emptyset) = \emptyset \in T_0$.

Théorème 8 La topologie T_0 ci-dessus est égale à $T_1 :=$ l'ensemble des parties de E qui sont réunions d'intersections finies d'éléments de S

En particulier, si S est stable par intersections finies, alors T_0 est simplement l'ensemble des réunions d'éléments de S .

Soient en particulier deux espaces topologiques $(E, \text{top1})$ et $(F, \text{top2})$. Soit S l'ensemble des $U \times V \in P(E \times F)$, quand (U, V) parcourt $\text{top1} \times \text{top2}$. alors S est stable par intersections finies.

On verra plus bas que dans ce cas la topologie engendrée par S sur $E \times F$ s'appelle la topologie produit des topologies $\text{top1}, \text{top2}$.

2.3.2 Preuves

Pour prouver que $T_0 = T_1$, il suffit de prouver que $T_1 \subseteq T_0$ et que $T_0 \subseteq T_1$.

Pour prouver que $T_0 \subseteq T_1$ on va prouver que $T_1 \in G$

L'autre sens sera prouvé directement.

1. si X, Y sont des éléments de T_1 alors il existe des ensembles A, B tels que $X = \text{union}(A)$ et $Y = \text{union}(B)$ et des applications f, g telles que $\forall x \in A : f(x)$ est une partie finie de S telle que $x = \text{inter}(E, f(x))$ (idem avec g a la place de f et B a la place de A). Soit C l'ensemble des $\text{inter}(E, f(x) \cup g(y))$ quand (x, y) parcourt $A \times B$. Si $t \in X \cap Y$ alors il existe $(x, y) \in A \times B$ tel que $t \in \text{inter}(E, f(x))$ et $t \in \text{inter}(E, g(y))$. Donc $\forall z \in f(x) \cup g(y) : t \in z$. Donc $t \in \text{inter}(E, f(x) \cup g(y))$. Donc $x \in \text{union}(C)$. Réciproquement, si $t \in \text{union}(C)$ alors il existe $(x, y) \in A \times B$ tel que $t \in \text{inter}(E, f(x) \cup g(y))$. En particulier $t \in \text{inter}(E, f(x))$ donc $t \in X$ et $t \in \text{inter}(E, g(y))$ donc $t \in Y$. Finalement $\text{union}(C) = X \cap Y$ et $\text{union}(C)$ est une réunion d'intersections finies d'éléments de S .
2. $\emptyset \in T_1$. En effet, $\emptyset = \text{union}(\emptyset)$
3. $E \in T_1$. En effet, $E = \text{inter}(E, \emptyset)$
4. soit F une partie finie de T_1 . Si $F = \emptyset$ alors $\text{inter}(E, F) = E \in T_1$. Si F est le singleton $\{X\}$ alors $X \in T_1$ et $\text{inter}(E, F) = X \in T_1$. Si $F = \{X_1, \dots, X_n\}$ alors $\text{inter}(E, F) = X_1 \cap X_2 \dots \cap X_n \in T_1$ d'après la preuve faite pour le cas $n = 2$.
5. soit P une partie de T_1 . Alors il existe une application f telle que $\forall X \in P : X = \text{union}(f(X))$ et tout élément de $f(X)$ est une intersection finie d'éléments de S . Soit $C :=$ l'ensemble des a tels que $\exists X \in P : a \in f(X)$. Chaque élément de C est une intersection finie d'éléments de S . Donc $\text{union}(C)$ est une réunion d'intersections finies d'éléments de S et est donc un élément de T_1 . Si $t \in \text{union}(P)$ alors il existe $x \in P$ tel que $t \in x$ et donc $t \in \text{union}(f(x))$ donc $\exists z \in f(x) : t \in z$ et comme $z \in C$, $t \in \text{union}(C)$. Réciproquement si $t \in \text{union}(C)$ alors $\exists a \in C$ tel que $t \in a$ donc il existe $X \in P$ tel que $a \in f(X)$ donc $t \in \text{union}(f(X)) = X$ ce qui fait que $t \in \text{union}(P)$. Il s'ensuit que $\text{union}(P) = \text{union}(C) \in T_1$.

6. les points précédents prouvent que $T_1 \in G$ et donc que $T_0 \subseteq T_1$.
7. une intersection finies d'éléments de S est dans T_0 . Une réunion d'éléments de T_0 est dans T_0 . Conclusion $T_1 \subseteq T_0$.

2.4 Quelques définitions très usuelles

Dans la suite $K := (E, T)$ est un espace topologique, c'est à dire un ensemble E et T une topologie sur E . Les éléments de T s'appellent *les ouverts de l'espace topologique K*.

1. K est dit séparé quand $\forall (x, y) \in E^2 : \text{si } x \neq y \text{ alors } \exists U \in T \exists V \in T : x \in U \text{ et } y \in V \text{ et } U \cap V = \emptyset$
2. une partie A de E est dite dense quand $\forall x \in E \forall U \in T \text{ si } x \in U \text{ alors } D \cap U \neq \emptyset$
3. une partie A de E est dite fermée quand $E \setminus A \in T$, autrement dit quand $E \setminus A$ est un ouvert de K .
4. Soit $L := (F, T_2)$ un espace topologique. Soit $a \in E$. Une application f de E dans F est dite *continue en a* quand pour tout $V \in T_2$ si $f(a) \in V$ alors il existe $U \in T$ tel que $a \in U$ et $\forall x \in U : f(x) \in V$.
5. f est dite continue quand $\forall a \in E : f$ est continue en a .

2.4.1 Espaces métriques

Une topologie est une notion qui généralise la notion d'éloignement. Je ne rappelle pas ce qu'est un espace métrique (notion que je suppose connue), mais je signale ce qu'on appelle *la topologie induite par la métrique* et donne les preuves liées a ça.

Soit donc (E, d) un espace métrique. L'expression *boule* (x, r) signifie $\{y \in E / r > d(x, y)\}$

Soit T l'ensemble des parties X de E telles que $\forall x \in X \exists r > 0 : \text{Boule}(x, r) \subseteq X$.

Théorème 9 T est une topologie sur E .

Preuve

1. soit $P \subseteq T$ et $a \in \text{union}(P)$. Il existe $U \in P$ tel que $a \in U$. donc il existe $r > 0$ tel que $\text{boule}(a, r) \subseteq U$. Donc $\text{Boule}(a, r) \subseteq \text{union}(P)$
2. soit F une partie finie de T . soit $x \in \text{inter}(E, F)$. Il existe s telle que $\forall U \in F : \text{Boule}(x, s(U)) \subseteq U$ et $s(U) > 0$. Soit $r > 0$ tel que $\forall U \in F : s(U) > r$. alors $\forall U \in F : \text{boule}(x, r) \subseteq \text{Boule}(U, s(U)) \subseteq U$ et donc $\text{boule}(x, r) \subseteq \text{inter}(E, F)$. Ceci valant pour tout $x \in \text{inter}(E, F)$ donc $\text{inter}(E, F) \in T$.

2.5 Produit d'espaces topologiques

Soit J un ensemble et $j \in J \mapsto (E(j), T(j))$ une application qui associe a chaque $j \in J$ un espace topologique $(E(j), T(j))$ c'est a dire un ensemble $E(j)$ et une partie $T(j) \subseteq P(E(j))$ qui est une topologie que $E(j)$

soit Z un ensemble tel que $\forall j \in J : E(j) \subseteq Z$

L'ensemble E des applications f de J dans Z telles que $\forall j \in J : f(j) \in E(j)$ s'appelle *le produit des $E(j)$*

Soit $j \in J$ et $U \in T(j)$. On note $a(j, U) := \{f \in E / f(j) \in U\}$. Soit $S := \{X / \exists j \in J \exists U \in T(j) : X = a(j, U)\}$

Alors S est un ensemble de parties de E .

Définition 2 *La topologie T_0 engendrée par S s'appelle la topologie produit. Précisément, (E, T_0) s'appelle le produit topologique de la famille d'espaces topologiques $j \in J \mapsto (E(j), T(j))$.*

Chapter 3

Didacticiel

La fréquentation des forums m'a montré que trop peu de gens utilisent les ultrafiltres pour raisonner topologiquement. Je rajoute donc ce chapitre *didacticiel* pour insister lourdement sur les économies d'écriture et de pensées que procure cette démarche. Il n'y a besoin **d'aucun background** pour la lire en dehors des notations ensemblistes que tout le monde est censé connaître dans les études de maths à partir de 20ans et des définitions basiques de topologie rappelées dans le présent pdf, ainsi que des "trivialités" du chapitre "ultrafiltres" ci-dessus.

3.1 Preuves guidées de quelques cas typiques

3.1.1 Le Cube de Hilbert

Il s'agit de l'ensemble C des suites u de réels positifs vérifiant $\forall n \in \mathbb{N} : u(n) \in [0, 1/n]$. On le munit de la métrique $dist(u, v) := \sup_n |u(n) - v(n)|$. Je montre qu'il est compact en mentionnant en rouge les passages importants (mais évidents, une fois fait l'effort d'acquérir les bases concernant les ultrafiltres)

Théorème 10 *C muni de la topologie induite par la métrique ci-dessus est un espace compact*

Preuve

- Soit R un recouvrement de C par des boules ouvertes. Supposons que R n'ait pas de sous-recouvrement fini. Il s'ensuit que pour toute partie finie F de R , il existe $u \in C$ tel que $\forall B \in F : u \notin B$.
- Par conséquent, il existe un ultrafiltre W tel que pour toute $B \in R : B \notin W$. ***
- Notons V_k l'ensemble des parties $X \in IR$ telles que $\{u \in C | u(k) \in X\} \in W$. C'est un ensemble de parties de IR . Il se trouve que c'est un ultrafiltre, mais ici, ça n'a même carrément aucune importance.
- Supposons que pour tout $a \in [0, 1/k]$, il existe un **ouvert** $U(a)$ tel que $a \in U(a) \notin V_k$.
- Alors $a \mapsto U(a)$ serait un recouvrement ouvert de $[0, 1/k]$ sans sous-recouvrement fini, et donc ce serait une contradiction
- Par conséquent, pour tout entier $k > 0$, il existe $a(k)$ tel que pour tout ouvert U de $IR : si $a(k) \in U$ alors $U \in V_k$.$
- Cela donne une suite $u : k \mapsto a(k)$ qui est un élément de C
- Soit maintenant une boule $B(v, e_1) \in R$ telle que $u \in B(v, e_1)$ (il existe puisque R est un recouvrement). Cela signifie que $\forall n : |v(n) - a(n)| < e_1$.
- Soit $e > 0$ tel que $B(a, 10e) \subseteq B(v, e_1)$. Soit N un entier tel que $\forall p \geq N : 1/p \leq e$
- $\{w \in C | \forall n \leq N : |a(n) - w(n)| < e\} \in W$. Par ailleurs, pour n'importe quel couple de $(x, y) \in C^2$, si $p > N$ alors $|x(p) - y(p)| < e$
- Il s'ensuit que $\{w \in C | \forall n \in IN : |w(n) - a(n)| < 3e\} \in W$, c'est à dire que $B(a, 3e) \in W$.
- en particulier $B(v, e_1) \in W$ car $B(v, e_1) \supseteq B(v, 10e) \supseteq B(v, 3e)$
- C'est une contradiction avec ***!

Le lecteur doit se concentrer sur les passages rouges. Ils sont triviaux dès lors qu'on a accepté de *travailler* un peu le chapitre *ultrafiltre*. Le reste est bateau.

3.1.2 Compacité de $[0, 1]^{[0,1]}$ pour la topologie de la convergence simple

A suivre

Chapter 4

Topologies usuelles et vocabulaire

4.1 Définitions et tacites

1. $E := \mathbb{R}$. La topologie dite usuelle sur \mathbb{R} est la topologie engendrée par $\{X \subseteq \mathbb{R} / \exists \text{ des réels } a, b \text{ tels que } X =]a, b[\}$
2. $E := \mathbb{R}^n$. La topologie dite usuelle sur ce E -là est la topologie engendrée par les $a(k, U) := \{x \in E / x(k) \in U\}$ quand (k, U) parcourt $n \times \text{topologie usuelle de } \mathbb{R}$
3. Soit Z un ensemble d'applications d'un ensemble E dans un espace topologique (F, T) . Pour $x \in E, U \in T$, on note $w(x, U) := \{f \in Z / f(x) \in U\}$. L'ensemble S des $w(x, U)$ quand (x, U) parcourt $E \times T$ est une partie de $P(Z)$. La topologie engendrée par S s'appelle la topologie de la convergence simple
4. Soit Z un ensemble d'applications d'un ensemble E dans un espace métrique (F, d) . Pour $e > 0$ un réel positif, et $f \in Z$ on note $c(f, e)$ l'ensemble des $g \in Z$ telles que $\forall x \in E : e > d(f(x), g(x))$. L'ensemble des $c(e, f)$ est une partie (notons-la S) de Z . La topologie engendrée par S est dite topologie de la convergence uniforme.
5. Lorsqu'on a affaire à une structure qui porte un nom, si on rajoute le mot *topologique* derrière l'adjectif qualificatif qui désigne la structure,

cela signifie traditionnellement qu'on se donne (ou qu'on a) une topologie T et que les opérations de la structure sont **continues**. Exemple: un groupe topologique est un couple $((G, \cdot), T)$ avec: (G, T) est un espace topologique et (G, \cdot) est un groupe et $\cdot : G^2 \mapsto G$ est continue du produit topologie $(G, T) \times (G, T)$ dans (G, T) et $x \mapsto x^{-1}$ est continue de (G, T) dans (G, T) . Les adjectifs topologiques concernent la topologie. Par exemple un groupe compact veut dire que le couple (G, T) est compact en tant qu'espace topologique.

6. Lorsque les livres ou les gens ne précisent pas, la topologie tacite mise sur un produit ensembliste est automatiquement la topologie produit telle que définie ci-dessus, dès lors bien sûr que les ensembles du produit ont été eux munis d'une topologie pour chacun.
7. si (E, T) est un espace topologique c'est à dire un ensemble E et une partie T de $P(E)$ qui est une topologie sur E , et si un auteur décide d'en parler pendant 50 pages sans changer d'espace, il appellera *ouverts* les éléments de T , *fermés* les éléments de la forme $E \setminus U$ avec $U \in T$. Ce serait mieux de dire *T-ouvert* ou *T-fermé* mais ce serait gaspiller d'encre.
8. Si (E, T) est un espace topologique, $a \in E$ et $X \subseteq E$. On dit que X est un T -voisinage de a quand $\exists U \in T : a \in U$ et $U \subseteq X$
9. Soit (E, T) un espace topologique. Soit $A \subseteq E$. Soit $S := \{X \subseteq A / \exists U \in T : X = A \cap U\}$. alors S est une topologie sur A dite *topologie induite par (E, T) sur l'ensemble A* . Quand les gens utilisent des adjectifs destinés à qualifier des espaces topologiques pour qualifier des sous-ensembles de E , ils estiment tacitement que ces adjectifs concernent l'espace obtenu en munissant l'ensemble de la topologie induite.
10. un espace topologique est dit connexe s'il n'est pas réunion disjointe de deux ouverts non vides
11. un espace est dit quasi-compact quand de tout recouvrement par des ouverts on peut extraire un sous-recouvrement fini: formellement pour tout $R \subseteq T$ si $\text{union}(R) = E$ alors il existe $F \subseteq R$ tel que F est fini et $\text{union}(F) = E$.
12. un espace est dit compact quand il est quasi-compact et séparé.

13. Soit (E, T) un espace topologique et $A \subseteq E$. Un point $a \in A$ est dit isolé dans A quand $\exists U \in T : x \in U$ et $U \cap A = \{a\}$
14. Soit (E, T) un espace topologique et $A \subseteq E$. L'intérieur de A est l'ensemble des $x \in A$ tels que $\exists U \in T : x \in U$ et $U \subseteq A$. L'adhérence de A est l'ensemble $E \setminus B$ en notant B l'intérieur de $E \setminus A$. Une valeur d'adhérence d'un ensemble A est un élément de l'adhérence de A qui n'est pas un point isolé de A .
15. Soit (E, d) un espace métrique et $A \subseteq E$. Le diamètre de A est la borne supérieure des $d(x, y)$ quand (x, y) parcourt A^2 .
16. Soit (E, d) un espace métrique et W un ultrafiltre sur E . On dit que W est *de Cauchy* quand $\forall \epsilon > 0$, il existe un ensemble A dont le diamètre est $\leq \epsilon$ et tel que $A \in W$.
17. Soit (E, T) un espace topologique et u une suite dont les termes sont dans E . On dit que u converge vers $a \in E$ quand pour tout ouvert $U \in T$ tel que $a \in U$ l'ensemble des entiers n tels que $u(n) \notin U$ est fini.
18. une valeur d'adhérence de u est un élément de l'adhérence de $Im(u) := \{x \in E / \exists \text{ un entier } n \text{ tel que } u(n) = x\}$
19. un espace métrique est dit complet quand tout ultrafiltre de Cauchy a une limite.
20. un espace métrique est dit précompact quand $\forall \epsilon > 0$, il existe un ensemble fini de boules de rayon ϵ qui recouvrent l'espace.
21. un espace est dit *de Baire* quand il n'est pas possible de l'obtenir comme réunion de fermés d'intérieur vide.

4.2 ultrafiltres et topologies

Soit (E, T) un espace topologique. Soit W un ultrafiltre sur E , soit $a \in E$. On dit que a est une limite de W quand pour tout ouvert $U \in T$ si $a \in U$ alors $U \in W$. Intuitivement l'élément virtuel représenté par W est *superproche* de a .

Par exemple, un ultrafiltre sur \mathbb{R} tel que $\forall x, y$, si $0 \in]x, y[$ alors $]x, y[\in W$ sera un réel virtuel superproche de 0.

Voici une liste de théorèmes importants, mais basiques, concernant les ultrafiltres et comment ils trivialisent la topologie.

Théorème 11 *un espace topologique (E, T) est compact ssi tout ultrafiltre sur E a une unique limite.*

Théorème 12 *un espace topologique (E, T) est quasicompact ssi tout ultrafiltre sur E a au moins une limite.*

Théorème 13 *un espace topologique (E, T) est séparé ssi tout ultrafiltre sur E a au plus une limite.*

Théorème 14 *les items précédents ont comme corollaire important ce qui est connu sous le nom de théorème de Tychonoff: tout produit d'espaces quasicompacts est quasicompact et tout produit d'espaces compacts est compact.*

Théorème 15 *idem autre corollaire trivialisé par les ultrafiltres sont les théorèmes d'Ascoli. J'ai un peu le flemme de donner une version abstraite, j'en mets une version concrète à la dernière section.*

Théorème 16 *Soit (E, T_1) un espace topologique ainsi que (F, T_2) . Soit f une application de E dans F et $a \in E$. alors f est continue en a ssi pour tout ultrafiltre W dont la limite est a : l'élément $f(a)$ est limite de $f[W]$.*

4.2.1 Preuves

Tout d'abord voici une liste de preuves des *petits faits élémentaires* (première sous-section). Puis la deuxième sous-section donne une preuve des points plus profonds.

4.2.2 Petites preuves des petits faits

1. Soit W un ultrafiltre sur E et P un ensemble fini tel que $\text{union}(P) \in W$. Supposons que $\forall X \in P : X \notin W$. Alors $\forall X \in P : E \setminus X \in W$. Par conséquent l'intersection quand X parcourt P des $E \setminus X$ est dans W . Mais cette intersection est disjointe de $\text{union}(P)$ qui appartient aussi à W , contradiction.

2. Utilisation du lemme de Zorn: exercice, prouver que tout filtre maximal est un ultrafiltre. Si on part d'un filtre, il suffit de prendre un filtre maximal qu'il contient.
3. Supposons $\forall F$ partie finie de $Z : E \cap \text{inter}(E, F) \neq \emptyset$. Soit G l'ensemble des parties X de E telles que $\exists F$ qui est une partie finie de Z et telle que $\text{inter}(E, F) \subseteq X$. Démontrer que G est un filtre. Il s'ensuit, par le point précédent qu'il existe un ultrafiltre sur E qui la contient
4. Soit f telle que $\forall W$ ultrafiltre sur $E : f(W) \in W$. Soit Z l'ensemble des $E \setminus f(W)$ quand W parcourt l'ensemble des ultrafiltres sur E . S'il y a un ultrafiltre W tel que $Z \subseteq W$, alors en particulier $E \setminus f(W) \in W$, mais comme $f(W) \in W$ c'est contradictoire. Il s'ensuit qu'il existe une partie finie (d'après le point précédent) F telle que $E \subseteq \cup W \in F f(W)$
5. Soit (E, T) un espace topologique séparé. Soit W un ultrafiltre et a, b des limites de W . Soient U, V des ouverts tels que $a \in U, b \in V$ et $U \cap V = \emptyset$. On a alors la contradiction que $U \cap V$ devrait appartenir à W .
6. Réciproquement. Soit (E, T) un espace topologique tel que tout ultrafiltre a au plus une limite. Soit a, b des points que l'on ne pourrait pas séparer. Alors l'ensemble Z des $U \cap V$ quand (U, V) parcourt l'ensemble des couples d'ouverts tels que $a \in U$ et $b \in V$ est telle que pour toute partie finie F de $Z : \text{inter}(E, F) \neq \emptyset$. Il existe donc un ultrafiltre W tel que $Z \subseteq W$. Or tout ouvert qui contient a ou qui contient b est un élément de W . Les points a, b sont tous deux limites de W et donc $a = b$.

Les points précédents étaient les petites choses qu'il faut toujours avoir à l'esprit. Les preuves suivantes établissent des lemmes plus profonds tout en étant courtes et elles illustrent de ce fait la puissance de l'outil ultrafiltre.

4.2.3 Preuves des points plus profonds

1. soit (E, T) un espace quasicompact. Soit W un ultrafiltre sur E . Supposons que $\forall a \in E : a$ n'est pas une limite de W . alors l'ensemble des ouverts U tel que $U \notin W$ serait un recouvrement de E . Il y aurait donc une partie finie F dont les éléments seraient tous des ouverts et telle que $\text{union}(F) \in W$. Mais alors $\exists U \in F : U \in W$ contradiction.

2. Supposons que tout ultrafiltre sur E admette au moins une limite. Soit R un recouvrement ouvert, sans sous-recouvrement fini. Soit W un ultrafiltre tel que $\forall F$, si F est une partie finie de R alors $E \setminus \text{union}(F) \in W$. Soit a une limite de W . soit $U \in R$ tel que $a \in U$. Comme a est une limite de W donc $U \in W$, contradiction.
3. Corollaire: l'intervalle $[0, 1]$ muni de la topologie usuelle est compact. Soit W un ultrafiltre sur $[0, 1]$. Soit A l'ensemble des nombres rationnels $q \in [0, 1]$ tels que $[0, q] \in W$. L'ensemble A est un intervalle de la forme $[0, a]$ ou $[0, a[$. Soit U un ouvert tel que $a \in U$. soient u, v des éléments de $[0, 1]$ tels que $a \in]u, v[\subseteq U$. Alors $U \supseteq]u, v[\in W$. Donc a est limite de W .
4. **Théorème de Tychonoff:** soit $j \in J \mapsto (E(j), T(j))$ une famille d'espaces topologiques quasi-compacts. Soit (E, T) le produit topologique de cette famille. Soit W un ultrafiltre sur E . En notant $\text{proj}_j(f) := f(j)$ pour chaque $f \in E, j \in J$, soit $g(j)$ une limite de l'ultrafiltre $\text{proj}_j[W]$. Soit maintenant un ouvert $U \in T$ tel que $g \in U$. D'après le premier chapitre, U est une réunion d'intersection finie d'éléments du S définie au chapitre *topologie produit*. Il existe une intersection finie V d'éléments de S telle que $g \in V$. Si $V \notin W$ alors il existe un élément X de S tel que $g \in X$ et $X \notin W$. Un tel élément a été noté $a(j, U)$ au chapitre *topologie produit* et est $\{f \in E / f(j) \in U\}$. On a donc que $g(j) \in U$. Mais $g(j)$ est la limite de $\text{proj}_j(W)$. Donc $X = \{f / f(j) \in U\} \in W$, contradiction.
5. supposons f continue en a qui est limite de W . Soit U un ouvert tel que $f(a) \in U$. Soit V un ouvert tel que $\forall x \in V : f(x) \in U$. Comme $V \in W$ donc $U \in f[W]$.
6. supposons que tout ultrafiltre W de limite a soit tel que $f[W]$ ait comme limite $f(a)$. Soit U un ouvert tel que $f(a) \in U$. Soit W un ultrafiltre tel que $\forall V$ si V est ouvert et $a \in V$ alors $V \in W$ et $C := \{x / f(x) \notin U\} \in W$ (en supposant qu'il existe). alors a est une limite de W et pourtant $f(a)$ n'est pas une limite de $f[W]$ puisque $U \notin f[W]$. Contradiction. L'inexistence de W entraîne l'existence d'un ensemble finie F d'ouverts contenant a tel que $\text{inter}(E, F) \cap C = \emptyset$. Il s'ensuit que l'ouvert $V := \text{inter}(E, F)$ vérifie $\forall x \in V : f(x) \in U$ (et $a \in V$ évidemment).

La sous-section suivante décrit une preuve d’une version concrete (mais qui contient l’essentiel) du théorème d’Ascoli.

4.3 Théorème “Ascoli-like”

Soit Z l’ensemble des applications f de $[0, 1]$ dans $[0, 1]$ telles que $\forall(x, y) \in [0, 1]^2 : dist(f(x), f(y)) \leq 2d(x, y)$

On munit Z de la topologie de la convergence uniforme, ce qui signifie en fait qu’on considère la métrique $d(f, g) := \sup_{x \in [0, 1]} |f(x) - g(x)|$ et qu’on considère la topologie induite T par cette métrique.

Théorème 17 (*d’Ascoli***): (Z, T) est un espace compact.

** Les théorèmes d’Ascoli sont juste des versions abstraites obtenues par la preuve du théorème concret ci-dessous.

4.3.1 Preuve

Soit W un ultrafiltre sur Z . Pour $x \in [0, 1], f \in Z$, notons $pro_x(f) := f(x)$. L’ultrafiltre $pro_x[W]$ est un ultrafiltre sur $[0, 1]$ qui a une limite $g(x)$. Ce qui donne une application g de $[0, 1]$ dans $[0, 1]$.

Il reste à montrer que g est une limite de W et que $g \in Z$. Soient $e > 0$ et a, b tels que $dist(g(a), g(b)) > e + 2d(a, b)$.

L’ensemble C des $f \in Z$ telles que $e/100 > dist(f(a), g(a)) + dist(f(b), g(b))$ et $d(f(a), f(b)) \leq 2dist(a, b)$ est un élément de W . Et pourtant... Cet ensemble est vide. contradiction. Donc $g \in Z$.

Soit $e > 0$. Soit A l’ensemble des $f \in Z$ telle que $\exists x \in [0, 1] : dist(f(x), g(x)) > e$. soit s une application de A dans $[0, 1]$ telle que $\forall f \in A : dist(f(s(f)), g(s(f))) > e$. Supposons que $A \in W$. Soit b une limite de $s[W]$. L’ensemble D des $f \in Z$ telles que: $e/100 > dist(f(b), g(b)) + dist(f(b), f(s(f))) + dist(g(s(f)), g(b))$ est tel que $D \in W$. Et pourtant $D \cap A$ est vide. contradiction. Donc $A \notin W$ et finalement $\{f \in Z : \forall x \in [0, 1] : dist(f(x), g(x)) \leq e\} \in W$. CQFD.

4.4 Quelques grands classiques

Je formaliserai et prouverai plus tard les énoncés suivants, énoncés rapidement en français. L’utilisation des ultrafiltres trivialisent ces énoncés

Théorème 18 *Soit (E, T) un espace quasi-compact. Soit f une application continue de (E, T) dans $(\mathbb{R}, \text{usuelle})$. Alors il existe $a \in E \forall x \in E f(x) \leq f(a)$*

Théorème 19 *une intersection filtrante de compacts connexes est compacte et connexe*

Théorème 20 *les espaces compacts sont de Baire.*

Théorème 21 *les espaces métriques complets sont de Baire.*

Théorème 22 *les espaces métriques compacts sont complets.*

Théorème 23 *les espaces métriques complets et précompacts sont compacts*

Théorème 24 *un espace métrique est compact ssi de toute suite on peut extraire une sous-suite convergente*

Théorème 25 *pour toute espace métrique compact (E, T) il existe une injection f qui va de E dans \mathbb{R}*

Théorème 26 *Les sous-ensembles compacts de $(\mathbb{R}^n, \text{usuelle})$ sont les parties fermées et bornées.*

Théorème 27 *Soit (E, T_1) un espace compact, (C, T) l'ensemble des applications continues de E dans \mathbb{R} où T est la topologie de la convergence uniforme et A une partie de C vérifiant $\forall (a, b) \in E^2 \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, il existe $f \in A$ si $a \neq b$ alors $f(a) = x$ et $f(b) = y$. On suppose de plus que $\forall F$ fini non vide inclus dans A , $[x \mapsto \min\{h(x)/h \in F\}] \in A$ Soit $f \in C$, $\epsilon > 0$ alors il existe $h \in A$ telle que $\forall x \in E : h(x) \in]f(x), f(x) + \epsilon[$. Remarque: cet énoncé est le contenu topologique du théorème connu sous le nom de Stone-Weirstrass.*

4.5 Pourquoi ces définitions-là et pas d'autres?

Prenons comme exemple l'ensemble $E := [0, 1]$ des nombres réels compris entre 0 et 1. Soit W un ultrafiltre sur E . Comme déjà raconté ci-dessus on peut le voir comme un élément virtuel ϵ de E . En effet, W répond à **toutes**

les **questions** concernant ϵ sans jamais se contredire du moment qu'on ne lui pose qu'un nombre fini de questions.

Par exemple, on lui demande ϵ est-il rationnel. La réponse de W est oui si $Q \in W$ et non si $E \setminus Q \in W$.

On peut lui demander *est-ce que ϵ est plus grand que $1/3$?* La réponse est oui si $[0, 1/3] \in W$ et non si $]1/3, 1] \in W$.

Bref..

Soit maintenant $A := \{x \in E / [0, x] \in W\}$. C'est évidemment un intervalle qui est ou bien de la forme $[0, a]$ ou bien de la forme $[0, a[$. Il s'ensuit que $\forall b \in [0, a[: [0, b[\notin W$ et $\forall b > a : [0, b] \in W$. Autrement dit pour tous réels x, y si $a \in]x, y[$ alors $]x, y[\in W$. C'est une manière technique de dire que l'élément ϵ qu'on ne connaîtra jamais qu'à travers un nombre fini de questions est **superproche de a** .

Supposons maintenant qu'on soit face à un ensemble E absolument quelconque et que pour tout ultrafiltre W sur E , on ait un ensemble $\phi(W)$ d'éléments de E tels que tout élément de $\phi(W)$ soit appelé par tartanpion *un élément de E dont W est superproche*. Tartanpion n'a à priori aucune contrainte et il peut décider selon ses pires caprices de la fonction ϕ .

Peut-on attribuer à Tartanpion *une topologie canonique?* (C'est à dire essayer de deviner comme il mesure la proximité entre les éléments de E pour *ressentir* sa fonction ϕ ainsi?)

La réponse est oui et elle est très naturelle. Un Tartanpion ouvert sera un ensemble X tel que pour tout ultrafiltre W si $\phi(W) \cap X \neq \emptyset$ alors $X \in W$.

En clair ça signifie que si un élément virtuel est superproche d'un élément réel qui est dans X alors l'élément virtuel est obligé d'être aussi dans X .

Théorème 28 *L'ensemble des Tartanpion ouvert est une topologie*

4.5.1 Preuve

- Soit P un ensemble qui ne contient que des Tartanpion ouverts. Soit W un ultrafiltre et $a \in E$ tel que $a \in \phi(W) \cap \text{union}(P)$. Alors il existe $X \in P$ tel que $a \in X$. Comme X est un Tartanpion ouvert donc $X \in W$. Or $X \subseteq \text{union}(P)$ donc $\text{union}(P) \in W$.
- Soit U, V deux ensembles qui sont Tartanpion ouverts. Soit W un ultrafiltre et $a \in \phi(W) \cap U \cap V$. Comme U, V sont Tartanpion ouverts, donc $U \in W$ et $V \in W$. Et donc $U \cap V \in W$.

Attention: une fois que la fonction ϕ de Tartanpion nous a donné sa notion à lui de proximité, donc sa topologie, il se peut très bien que dans sa démarche capricieuse il ait oublié de mettre tout ce qu'il aurait fallu dans $\phi(W)$. On peut donc *compléter* en quelque sorte ϕ en notant $\lim(W) := \{a/ \text{ pour tout Tartanpion ouvert } U \text{ si } a \in U \text{ alors } U \in W\}$. Evidemment $\forall W : \phi(W) \subseteq \lim(W)$. La fonction \lim sera appelée $\text{comp}(\phi)$. Alors $\text{comp}(\text{comp}(\phi)) = \text{comp}(\phi)$

Autrement dit, quand on part d'avance d'une topologie et qu'on définit directement ϕ par $a \in \phi(W)$ *ssi tout ouvert qui contient a comme élément est un élément de W* alors $\text{comp}(\phi) = \phi$.

4.5.2 Exemple

Revenons à $E := [0, 1]$. Soit W un ultrafiltre sur E . Soit $A(W) :=$ l'ensemble des rationnels r tels que $[0, r] \in W$. Soit $\phi(W) := \{\text{borneinf}(A(W))\}$.

Théorème laissé en exercice:

Théorème 29 *les Tartanpion-ouvert correspondant à ϕ forment exactement la topologie usuelle de E .*

4.6 Espaces vectoriels topologiques sur \mathbb{R}

4.6.1 Définition

Conformément à la section précédente, c'est un couple $((E, +, \cdot), T)$ avec:

1. On considère les espaces topologiques produits $A_1 := (\mathbb{R}, \text{usuelle}) \times (E, T)$ et $A_2 := (E, T) \times (E, T)$
2. $(E, +, \cdot)$ est un esp.vect. sur \mathbb{R}
3. $(x, u) \mapsto x.u$ est continue de A_1 dans (E, T)
4. $(u, v) \mapsto u + v$ est continue de A_2 dans (E, T)
5. $u \mapsto -u$ est continue de (E, T) dans (E, T) .

4.6.2 Les points-clés connus par les gens qui parlent de ce sujet

Dans la suite, on suppose (sauf mention contraire), qu'on est face à un evt, ie un couple (E, T) qui soit un evt. Les éléments de T sont simplement appelés *ouverts*, etc. On suppose la topologie **séparée**

Théorème 30 Soient (E, T_1) et (E, T_2) deux evt. On abrège provisoirement $X \leq Y$ l'énoncé suivant:

$\forall U \in X$ si $0_E \in U$ alors $\exists V \in Y : V \subseteq U$ et $0_E \in V$.

Alors si $T_1 \leq T_2$ et $T_2 \leq T_1$ alors $T_1 = T_2$.

En français ce principe est connu sous: il suffit de connaître suffisamment de voisinages de 0_E pour connaître la topologie mis sur E

Théorème 31 Dans un evt, tout voisinage de 0_E est absorbant, c'est à dire: $\forall x \in E \forall U$ un ouvert tel que $0_E \in U$ il existe un entier n et $y \in U$ tel que $ny = x$.

Théorème 32 si $0_E \in U$ et U ouvert, alors il existe un ouvert V tel que $0_E \in V$ et $\forall (x, y) \in V^2 : x + y \in U$.

Théorème 33 un ensemble X est un voisinage de $a \in E$ ssi $\{x - a/x \in X\}$ est un voisinage de 0_E .

Théorème 34 un evt sur \mathbb{R} de dimension finie n'a qu'une seule topologie séparée possible

Théorème 35 tous les sous-espaces vectoriels de dimension finie d'un evt séparé sont des ensembles fermés

Théorème 36 si un ouvert d'un evt est inclus dans un ensemble compact alors l'evt est forcément de dimension finie (ça, les gens l'aiment bien, c'est le célèbre théorème de Riesz)

Chapter 5

Preuves des faits classiques énoncés dans les chapitres précédents

Les preuves qui suivent prouvent les énoncés de la section *quelques grands classiques*. Il est conseillé de s'y référer pour les notations.

5.1 Atteinte du maximum dans les compacts

Soit (E, T) un espace quasi-compact. Soit (L, \leq) un ensemble totalement ordonné. Soit f une application de E dans L vérifiant $\forall k \in L \forall x \in E$ si $f(x) < k$ alors il existe $U \in T$ tel que $x \in U$ tel que $\forall y \in U : f(y) < k$. Cette hypothèse traduit une semi-continuité de f vérifiée évidemment dans les cas usuels par les applications continues.

Théorème 37 *il existe $a \in E \forall x \in E : f(x) \leq f(a)$. (Un maximum existe).*

5.1.1 Preuve

Supposons que non. Soit Y l'ensemble des $U \in T$ tel qu'il existe $a \in E \forall x \in U : f(x) < f(a)$. Alors Y est un recouvrement ouvert de E . Soit F fini inclus dans Y tel que $\text{union}(F) = E$. Soit $U \in F \mapsto a_U$ tel que $\forall U \in F \forall x \in U : f(x) < f(a_U)$. Soit $U \in F$ tel que $\forall V \in F : f(a_V) \leq f(a_U)$. Il existe $W \in F$ tel que $a_U \in W$. Donc comme $a_U \in W$ donc $f(a_U) < f(a_W)$, contradiction.

5.1.2 Une application classique du lemme précédent

Théorème 38 Soit f dérivable (donc continue) sur $[0, 1]$ telle que $f(0) = f(1) = 0$. Soit $x \in [0, 1]$ tel que $f(x) > 0$. Alors $\exists c \in]0, 1[$ tel que $f'(c) = 0$. Preuve: il existe $m \in [0, 1]$ tel que $f(m)$ soit maximum possible et ce $m \in]0, 1[$. Il vérifie donc forcément $f'(m) = 0$. (**Théorème de Rolle**)

Corollaire: si f est dérivable sur $[0, 1]$ alors il existe $c \in]0, 1[$ tel que $f'(c) = f(1) - f(0)$

5.2 Intersection filtrante de compacts connexes

Soit (E, T) un espace compact dont nous appellerons les éléments de T des ouverts. Soit $L \subseteq P(E)$ non vide tel que tout élément de L soit connexe et compact pour la topologie induite et vérifiant $\forall (X, Y) \in L^2 \exists Z \in L : Z \subseteq X \cap Y$.

Théorème 39 $inter(E, L)$ est compact et connexe.

5.2.1 Preuve

Soit $P := inter(E, L)$ l'intersection des éléments de L . Comme intersection de fermés, P est fermée et compacte. Soient des ouverts U, V tels que $U \cap V \cap P = \emptyset$ et $P \subseteq U \cup V$, $a \in P \cap U$ et $b \in P \cap V$. Soit W un ultrafiltre sur L tel que $\forall X \in L : \{Y \in L : Y \subseteq X\} \in W$. Soit $K \in L$ tel que $K \subseteq U \cup V$. L'existence de K est un exercice provenant de *** que je laisse au lecteur. Soit $A :=$ l'ensemble des $X \in L$ tels que $X \subseteq U \cup V$. Alors $A \in W$ et il existe une application $b : X \in A \mapsto b(X) \in U \cap V$. Soit $Z := b[W]$ et c une limite de Z . Si $X \in L$, comme ** donc si $c \notin X$ alors $X \notin Z$, contradiction. Il s'ensuit que $c \in P$. Donc $c \notin U$ ou $c \notin V$. Quitte à renommer U, V , on peut supposer que $c \notin U$. Pourtant $c \in adh(U)$, sinon on aurait que $adh(U) \notin Z$, or $U \cap V \in Z$. Comme $c \in P \subseteq U \cup V$ donc $c \in V$ alors que $P \cap adh(U) \cap V = \emptyset$ contradiction.

*** Si P est inclus dans un ouvert U alors il existe une partie finie de F de L telle que $inter(E, F)$ est incluse dans

5.3 Petitesse des compacts métriques

Théorème 40 *Le cardinal d'un espace métrique et compact est inférieur ou égal au cardinal de \mathbb{R}*

Soit (E, d) un compact métrique, d étant la distance. Soit, pour chaque entier n , F_n un ensemble fini d'éléments de E vérifiant $\forall x \in E \exists y \in F_n : x \in \text{boule}(y, 1/n)$. A chaque $x \in E$ on associe une suite $u(x)$ telle que pour tout entier $n : u_n(x) \in F_n$ et $x \in \text{boule}(u_n(x), 1/n)$. Si $x \neq y$ et $3/n < d(x, y)$ alors $u_n(x) \neq u_n(y)$. Donc u est injective. Or il existe une injection de $\text{Im}(u)$ dans $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ évidente à construire avec l'axiome du choix et ce dernier peut-être envoyé injectivement dans \mathbb{R} .

Remarque: on a utilisé l'inégalité triangulaire, mais il existe une preuve un peu plus longue que tout espace séparé et compact tel que $\forall x \in E$ il existe une suite d'ouverts U_n tels que $\bigcap_n U_n = \{x\}$ peut s'envoyer injectivement dans \mathbb{R} .

5.4 un espace métrique complet est de Baire

Théorème 41 *Un espace métrique complet est de Baire*

Soit $n \mapsto U_n$ une suite d'ouverts qui sont denses. Il existe (c'est presque évident^{***}) une suite de boules fermées B_n vérifiant:

1. $B_n \subseteq U_n$
2. $B_{n+1} \subseteq B_n$
3. le diamètre de B_n est inférieure ou égale à $1/n$

Soit W un ultrafiltre tel que $\forall n : B_n \in W$. Il est évident que W est de Cauchy. Soit a une limite de W . Soit n un entier. Si $a \notin U_n$ alors $a \notin B_n$. Mais comme B_n est fermée et que a est une limite de W , $E \setminus B_n \in W$, contradiction.

^{***} Rappel de l'axiome du choix dépendant: soit $n \mapsto R_n$ une suite de parties de E vérifiant pour tout n , $\forall x \in E \exists y \in R_n : (x, y) \in R_n$. Alors il existe une suite u vérifiant que pour tout entier n : $(u(n), u(n+1)) \in R_n$

5.5 Un espace compact est de Baire

Théorème 42 *Un espace compact est de Baire*

C'est la même preuve que pour le cas métrique complet en remplaçant *boules fermées* par *fermés* et en utilisant le lemme suivant:

soit U un ouvert non vide. Alors il existe un ouvert non vide V et un fermé F tels que $V \subseteq F \subseteq U$.

Preuve du lemme: sinon, soit W un ultrafiltre tel que pour tout ouvert non vide $V \subseteq U$ $\text{adh}(V) \setminus U \in W$. Soit a une limite de W . Alors $a \notin U$. Soit $b \in U$. Soit K, L des ouverts tels que $K \cap L = \emptyset$ et $b \in K$ et $a \in L$. Alors $a \notin \text{adh}(K \cap U)$ et donc $\text{adh}(K \cap U) \notin W$ contradiction.

5.6 Un espace E métrique précompact et complet est compact

Théorème 43 *Un espace E métrique précompact et complet est compact*

Soit W un ultrafiltre sur E . Soit $e > 0$. Il existe un ensemble fini F de boules de rayon e tel que $\text{union}(F) = E$. Donc $\text{union}(F) \in W$ et donc $\exists B \in F : B \in W$. Ceci valant pour chaque $e > 0$, l'ultrafiltre W est de Cauchy et donc converge. tout ultrafiltre converge et E est donc compact.

5.7 Caractérisation séquentielle

Théorème 44 *Un espace métrique est compact ssi de toute suite on peut extraire une sous-suite qui converge.*

un espace métrique est compact ssi de toute suite on peut extraire une sous-suite qui converge.

- supposons que de toute suite on peut extraire une sous-suite qui converge. Soit W un ultrafiltre sur E . Supposons que $\forall e > 0$ il existe $a \in E$ tel que $\text{boule}(\text{centre}:=a, \text{rayon}:=e) \in W$. En particulier, il existe une suite de $a_n \in E$ tels que $\forall n : \text{boule}(a_n, 1/n) \in W$. Soit f une application de \mathbb{N} dans \mathbb{N} , $b \in E$ vérifiant uof converge vers b et $f(n) > n$ pour tout entier n . Soit $e > 0$. Soit n un entier. Si $\text{boule}(b, e) \notin W$

alors $\exists x : d(x, a_{f(n)}) \leq 1/f(n)$ et $d(x, b) \geq e$. Contradiction avec le fait que $n \mapsto a_{f(n)}$ tend vers b .

soit donc $e > 0$ tel que $\forall a \in E : \text{boule}(a, e) \notin W$. Il existe donc une suite de u_n tels que $\forall n, p : d(u_n, u_p) \geq e$. En effet, une fois construits les u_p pour $p < n$, comme W contient comme élément l'ensemble des x tels que $\forall i < n : d(x, u_i) \geq e$, ledit ensemble n'est pas vide et il suffit de prendre u_n dedans. Une telle suite u ne peut évidemment pas avoir de sous-suite convergente.

- soit E compact et u une suite de E . Soit V un ultrafiltre sur IN qui est non principal. Soit $W := u[V]$. Soit a une limite de W . Soit f la suite strictement croissante d'entiers obtenu en prenant $f(n) > \frac{1}{e}$ à tous les $f(p)$ et tel que $d(u(f(n)), a) < 1/n$. La suite extraite $u \circ f$ de u converge vers a . La preuve qu'une fois construits les $f(i), i < n$ on peut choisir $f(n)$ comme voulu est la même qu'au paragraphe précédent.

5.8 dimension finie implique fermeture

Théorème 45 *Soit E un evt séparé sur IR (ou IC). Si H est un sous espace vectoriel de E qui est de dimension finie alors il est fermé*

Soit E un evt séparé et H un sev de dimension finie de E . Soit $B := e_1, \dots, e_n$ une base de H , soit $a \in E$ et W un ultrafiltre sur E de limite a tel que $H \in W$. On souhaite prouver que $a \in H$. Pour $v \in H$ on note $\text{coor}_i(v)$ le coefficient de son unique décomposition sur la base B . On note $Z_i := \text{coor}_i[W]$. Supposons que tous les Z_i aient une limite c_i . Alors $a = \sum c_i e_i \in H$ et c'est terminé. On peut donc supposer que $\forall x$ réel, $[x, +\infty[\in Z_1$ et que $\{v / |\text{coor}_1(v)| \geq x \text{ tous les } |\text{coor}_i(v)|\} \in W$. Soit $L := f[W]$ où $f : v \mapsto (1/\text{coor}_1(v)).v$. $H \in L$ et $\lim(L) = 0_E$. Mais $\{v / \exists m \in \text{vect}(e_2, \dots, e_n) : v = e_1 + m\} \in L$. Donc $e_1 \in \text{adh}(\text{vect}(e_2, \dots, e_n))$ qui est fermé si on suppose qu'on a pris le plus petit entier n qui offre un contre-exemple. Contradiction. Il suffit donc de démontrer qu'une droite vectorielle est fermée. C'est en fait le même raisonnement avec l'espace vectoriel nul qui est fermé. J'en donne néanmoins une preuve pour éviter les pinaillages. Soit donc la droite D vectorielle engendrée par un vecteur e , W un ultrafiltre sur E tel que $D \in W$ et $a \in E$ tel que W converge vers a . On suppose que $a \notin D$ et on cherche une contradiction. Soit Z un ultrafiltre sur IR tel que

$W = f[Z]$ avec $f : x \mapsto x.e$. Evidemment Z ne peut pas avoir de limite (si x est une limite de Z alors $a = x.e$). Il s'ensuit que $\forall M \in \mathbb{R}\{x/|x| \geq M\} \in Z$. Par conséquent, comme $e = (1/x).x.e$ et que $y.v$ tend vers 0_E quand (y, v) tend vers (∞, a) donc e appartient à tout ouvert qui $\ni 0_E$. Contradiction.

5.9 Théorème de Riesz

Théorème 46 *Tout espace vectoriel topologique sur \mathbb{R} qui est localement compact est de dimension finie*

Soit V un ouvert qui contient 0_E , K un compact tel que $V \subseteq K$ et U un ouvert qui contient 0_E et tel que $\forall v \in U : 10v \in V$.

Soit F un ensemble fini inclus dans E tel que $\forall v \in K \exists y \in F \exists t \in U : v = y + t$.

Soit H le sous-espace vectoriel de E engendré par F (qui est donc de dimension finie et donc fermé).

Soit $v \in E \setminus H$. On peut supposer que $v \in V$ car il existe un entier n et un élément $w \in V$ tel que $nv = w$.

Il s'ensuit qu'il existe $u_1 \in F, w_1 \in U : v = u_1 + w_1$. Autrement dit $v - u_1 \in U$. Il s'ensuit que $10v - 10u_1 \in V$. On a donc un élément $h_1 \in H$ tel que $10(v - h_1) \in V$. On peut recommencer avec $10(v - h_1)$ à la place de v , ce qui donne un élément $k \in H$ tel que:

$10(10(v - h_1) - k) \in V$. Autrement dit $100v - 100h_1 - 10k \in V$. Cela donne en fait un élément $h_2 \in H$ tel que $100(v - h_2) \in V$.

Finalement, on obtient une suite d'éléments h_n de H telle que pour tout entier $n : z_n := 10^n(v - h_n) \in V \subseteq K$ qui est compact.

Soit a une valeur d'adhérence de $n \mapsto z_n$. On sait que $10^{-n}.x$ tend vers 0_E quand x tend vers a et n tend vers l'infini. Soit donc O un ouvert tel que $0_E \in O$. il existe un ouvert L tel que $a \in L$ et un entier k tels que $\forall y \in L \forall n \geq k : 10^{-n}.y \in O$. Or pour une infinité d'entiers n , $10^n(v - h_n) \in L$. Pour ces entiers-là, $v - h_n \in O$. il s'ensuit, puisque c'est valable pour tout o que $v \in \text{adh}(H)$ et comme H est fermé que $v \in H$ contradiction.

5.10 Stone-Weirstrass

Théorème 47 *Soit E un espace compact. Soit C l'espace des applications continues de E dans \mathbb{R} , muni de la métrique de la convergence uniforme. Il*

suffit de peu de choses pour qu'une partie de C soit dense dans C (la preuve ci-dessous indique une condition suffisante)

Soit $f \in C, e > 0$. Soit Y l'ensemble des ouverts U de E tel qu'il existe $h \in A : \forall x \in U : h(x) \in]f(x), f(x) + e[$. Les hypothèses faites sur A assurent que Y est un recouvrement (par des ouverts) de E . La compacité de E entraîne l'existence d'un ensemble fini $F \subseteq Y$ tel que $\text{union}(F) = E$. Soit $U \mapsto h_U$ allant de F dans A tel que $\forall U \in F \forall x \in U : h_U(x) \in]f(x), f(x) + e[$. Alors la fonction $g(x) := \min_{U \in F} h_U(x)$ vérifie la conclusion qu'on cherche.

Chapter 6

Complétions, compactifications

6.1 Problématique

Parfois, on a une irrésistible envie, partant d'une espace topologique (E, T) , que l'on trouve "trop petit" ou "trop laid" de trouver un espace topologique (A, M) avec: (1) $E \subseteq A$ et (2) T est la topologie induite sur E par l'espace topologique (A, M) (3) (A, M) a tout plein de propriétés excitantes du genre, il est complet, il est compact, etc... Dans ce genre de lancée, évidemment les ultrafiltres sont les meilleurs guides.

Par exemple si on veut compactifier un espace (c'est à dire le voir comme sous-ensemble d'un espace compact plus grand), l'idée est toute trouvée: on veut que tout ultrafiltre converge, et bin, il suffit de demander que tout ultrafiltre converge vers "lui-même" en quelque sorte, comme ça on est tranquille.

6.2 Deux lemmes très peu présents dans la littérature

Théorème 48 *Soit $S \subseteq P(E)$ telle que de tout recouvrement de E par des éléments de S on peut extraire un sous-recouvrement fini. Alors la topologie T engendrée par S est quasi-compacte.*

6.2.1 Preuve

soit W un ultrafiltre sur E . Supposons que $\forall e \in E \exists U(e) \in T$ tel que $e \in U(e)$ et $U(e) \notin W$. Comme $U(e)$ est une réunion d'intersections finies d'éléments

de S , on peut supposer que chaque $U(e)$ est en fait une intersection finie d'éléments de S quitte à remplacer la réunion qu'est $U(e)$ par l'item de cette réunion qui $\ni e$. Soit $F(e)$ un ensemble fini inclus dans S tel que $U(e) = \text{inter}(E, F(e))$. Comme $U(e) \notin W$, il existe un élément $R(e) \in F(e)$ tel que $R(e) \notin W$. Mais $e \in R(e)$. Ainsi $e \mapsto R(e)$ est un recouvrement de E par des éléments de S et il existe un ensemble fini G tel que $\forall x \in E \exists e \in G : x \in R(e)$. Il existe $e \in G : R(e) \in W$, contradiction.

6.2.2 Deuxième lemme

Théorème 49 *Soit S une partie de $P(E)$ et T la topologie engendrée par S . Soit W un ultrafiltre sur E et $e \in E$ tel que $\forall X \in S$ si $e \in X$ alors $X \in W$. Alors e est limite de W au sens de la topologie T .*

La preuve est laissée au lecteur.

6.3 Une compactification historique

6.3.1 Définition du compactifié d'Alexandroff

Nous évoquons le compactifié d'Alexandroff. Soit (E, T) un espace topologique et $a \notin E$. Soit $F := \{a\} \cup E$. Soit S l'ensemble des parties X de F telles que si $a \in X$ alors $E \setminus X$ est fermé et quasi-compact et sinon $X \in T$. Soit T_1 la topologie engendrée par S . Soit W un ultrafiltre sur E . Si a n'est pas sa T_1 -limite dans F alors il existe une partie fermée et quasi-compact K de E telle que $K \in W$. Il s'ensuit qu'il existe $b \in E$ qui soit une T -limite de W . Soit maintenant $U \in T_1$ tel que $b \in U$ et $U \notin W$. Il s'ensuit que comme U est réunion d'intersections finies d'éléments de S donc il existe $X \in S$ tel que $b \in X$ et $X \notin W$ et donc que $X \notin T$. Par conséquent, il existe un ensemble fermé (et compact) L de l'espace (E, T) tel que $b \notin L$ et $L \in W$ ce qui est une contradiction. Conclusion: (F, S) est quasi-compact.

Supposons que $X \in T_1$. Alors X est réunion d'intersections finies d'éléments de S . Il s'ensuit que $X \cap E$ est réunion d'intersections finies d'ensembles de la forme $Y \cap E$ avec $Y \in S$. Se peut-il qu'il y ait un $Y \in S$ tel que $Y \cap E \notin T$. Dans ce cas ça voudrait dire que Y est de la forme $F \setminus K$ où K est un T

fermé-quasicompact de E . Mais alors $Y \cap E$ serait de la forme $E \setminus K$, mais ce dernier ensemble appartient à T , contradiction.

Soit maintenant $X \in T$. Il existe de manière évidente $Y \in T_1$ tel que $Y \cap E = X$. Tout bêtement $Y := X$.

Conclusion:

Théorème 50 T est la topologie induite sur E par (F, T_1) .

Je renvoie à wikipedia ou d'autres documentations pour plus d'informations sur ce procédé, néanmoins preuve du lemme suivant ci-dessous:

Théorème 51 *le compactifié d'Alexandroff est séparé ssi l'espace de départ est localement compact*

6.3.2 Preuve

On garde les notations du paragraphe précédent. Si (F, T_1) est séparé, chaque ultrafiltre sur F n'a qu'une seule limite. Soit $b \in E$. Supposons qu'aucun quasi-compact fermé de E ne contienne b dans son intérieur. Il existe alors un ultrafiltre W sur F tel que $E \in W$ et vérifiant: pour tout $X \in T$ si $b \in X$ alors $X \in W$. Mais par ailleurs pour tout $X \in S$ si $a \in X$ alors $X \in W$. pour tout $X \in T_1$ si $a \in X$ alors $X \in W$. Cela donne un ultrafiltre W qui a comme limites les deux éléments différents a et b , contradiction

Réciproquement: si E est localement compact alors (F, T_1) est évidemment séparé, il l'est même par les éléments de S et pas seulement par les éléments de T_1 .

6.4 Complétion

cette section pourrie est à refaire entièrement

Soit (E, d) un espace métrique. Soit Z l'ensemble des ultrafiltres de Cauchy sur E . Notons $V \equiv W$ la relation d'équivalence sur Z définie par $\forall \epsilon > 0$ il existe $A \subseteq E$ tel que le diamètre de A est $\leq \epsilon$ et $A \in V \cap W$. Exercice: prouver que c'est une relation d'équivalence.

Soit c, d deux éléments de $Y := Z / \equiv$ qui sont différents. Alors la borne inférieure des diamètres des parties A tel qu'il existe $(V, W) \in c \times d$ avec $A \in V \cap W$ est un nombre strictement positif (exercice) que l'on notera $d_2(c, d)$. Exercice: (Y, d_2) est un espace métrique. L'application $j : a \in$

$E \mapsto classe_{==}(W_a(E))$ est une isométrie et $Im(j)$ est dense dans (Y, d_2) . (Ceci sont des exercices routiniers qui ne demandent aucune inspiration et qui sont fastidieux seulement au niveau de la gestion formelle). On note T_3 la topologie induite par la métrique d_2 sur Y .

Soit S un ultrafiltre de Cauchy sur (Y, d_2) . Soit W un ultrafiltre sur E qui contient toutes les boules X de l'espace métrique (E, d) telles que $adh_{T_3}(\{j(x)/x \in X\}) \in S$. Montrer que W est de Cauchy et que $classe_{==}(W)$ est une limite de l'ultrafiltre S dans l'espace (Y, d_2) .

Conclusion: (Y, d_2) est complet.

6.5 Compactification de Stone-Cech

C'est le procédé probablement le plus "sain", ou du moins le plus intelligent. Contrairement à la compactification d'Alexandroff, ce procédé ne se contente d'envoyer tous les éléments virtuels qui sont "loin de tout" à un état de superproximité d'un unique élément ∞ ajouté à l'espace.

C'est aussi le procédé le plus "évident" si on fait abstraction des paradoxes ensemblistes qui empêchent, sous peine de contradiction, de prendre n'importe quelles collections comme ensembles. On va faire semblant d'ignorer cette difficulté (peu importante en fait) de manière à montrer que la compactification de Stone-Cech est la plus "simple" à décrire. En plus on obtiendra tout de suite ce que les fans de "catégories" appellent des "un objet universel".

6.5.1 Définition "fictive"

Soit (E, T) un espace topologique quelconque.

Soit Big l'ensemble des couples (f, K) où f est une application continue de E dans un espace compact K . (Evidemment, en fait Big est une collection et non pas un ensemble).

Soit $Huge$ l'ensemble des applications s définies sur Big telles que $\forall (f, K) \in Big : s(f, K) \in K$.

On munit $Huge$ de la topologie produit, c'est à dire de la topologie engendrée par l'ensemble des ensembles suivants: $a(f, K, U) := \{s \in Huge / s(f, K) \in U\}$ quand (f, K, U) parcourt l'ensemble des triplets tels que f est une application continue de E dans K et U est un ouvert de la topologie de K .

Pour $x \in E$, $(f, K) \in Big$, on note $j(x)(f, K) := f(x)$.

L'application j va de E dans $Huge$ et elle est manifestement continue. Par Tychonoff, $Huge$ est un espace compact. On appelle $Stone(E)$ l'adhérence de l'image de E par j dans $Huge$. Par définition l'image de E par j est dense dans $Stone(E)$.

Soit maintenant un espace compact K et une application continue f de E dans K . Autrement dit, un élément de Big . Soit g l'application de $Huge$ dans $K : s \in Huge \mapsto s(f, K)$, qui est évidemment elle aussi continue. Alors $f = goj$. En effet, $f(x) = j(x)(f, K) = g(j(x))$.

6.5.2 Définition moins idéaliste

Soit Z l'ensemble des ultrafiltres sur E . Soit $(f, K) \in Big, W \in Z$. La compacité de K donne une unique limite $=: li(f, K, W)$ à $f[W]$. On obtient donc une application naturelle h allant de Z dans $Huge$ définie par: $(f, K) \mapsto li(f, K, W)$. En fait $\forall W \in Z : h(W) \in Stone(E)$.

Supposons que non. Soit un ouvert X de $Huge$ tel que $h(W) \in X$ et $X \cap Stone(E) = \emptyset$. On peut supposer (X est une réunion de tels ensembles) qu'il est de la forme $\{s \in Huge / \forall (f, K) \in F : s(f, K) \in U(f, K)\}$ où F est une partie finie de Big et U une application définie sur F qui associe à chaque $(f, K) \in F$ un ouvert de K . Il s'ensuit que pour tout $x \in E$ il existe $(f, K) \in F$ tel que $j(x)(f, K) = f(x) \notin U(f, K)$. Il existe donc $(f, K) \in F$ tel que l'ensemble des $x \in E$ tel que $f(x) \notin U(f, K)$ est un élément de l'ultrafiltre W . Or $h(W)(f, K) =$ la limite de $f[W]$ et $U(f, K) \notin f[W]$. Mais comme $U(f, K)$ est un ouvert de K , il s'ensuit que $h(W)(f, K) \notin U(f, K)$ contradiction.

Demandons-nous si tout élément de $Stone(E)$ est de la forme $h(W)$ pour au moins un $W \in Z$. (Autrement dit est-ce que h est surjective?). Soit $s \in Stone(E)$. Tout ouvert de l'espace $Huge$ qui $\ni s$ rencontre l'image de E par j . Supposons cependant que pour tout ultrafiltre W , il existe $(f, K) \in Big$ (qui dépend de W) tel que $h(W)(f, K) \neq s(f, K)$. La séparation de K donne alors deux ouverts $U(W), V(W)$ qui séparent $h(W)(f, K)$ et $s(f, K)$. Il s'ensuit en particulier (vu que $h(W)(f, K)$ est la limite de $f[W]$) que $V(W) \notin f[W]$ et donc que l'ensemble des $x \in E$ tels que $f(x) \notin V(W)$ est un élément de W (que l'on notera $D(W)$). Soit F un ensemble fini inclus dans Z tel que $\forall x \in E \exists W \in F : x \in D(W)$. Le couple (f, K) de l'argument précédent est maintenant noté provisoirement $f(W), K(W)$. L'ensemble des $t \in Huge$ tel que $\forall W \in F : t(f(W), K(W)) \in V(W)$ est un ouvert de $Huge$ qui contient s , donc il existe $x \in E$ tel que $\forall W \in F :$

$f(W)(x) = j(x)(f(W), K(W)) \in V(W)$. C'est exactement le contraire de l'énoncé: $\forall x \in E \exists W \in F : f(W)(x) \in D(W)$. Contradiction.

Soit $==$ la relation d'équivalence sur Z définie par $W_1 == W_2$ ssi $h(W_1) = h(W_2)$. L'application surjective h de Z dans $Stone(E)$ induit donc une bijection de $Z/==$ sur $Stone(E)$.

Il ne reste plus qu'à transporter la topologie de $Stone(E)$ sur $Z/==$.

6.5.3 Utilité langagière

En quelque sorte le compactifié de Stone-Cech est l'ensemble de "toutes les limites" possibles de n'importe quoi qui "varie" (sans préciser le sens du mot "varier") dans un espace topologique (E, T) . C'est l'outil idéal et formellement valide qui permettrait d'écrire, si l'habitude était prise des expressions comme:

$f(x)$ tend vers ceci quand x tend vers cela

Les ceci et cela peuvent être remplacés par des ultrafiltres dans TOUS LES CAS

Chapter 7

Topologie quotient

Soit (E, T) un espace topologique et soit \equiv une relation d'équivalence sur E . L'ensemble des classes d'équivalence est traditionnellement noté E/\equiv . Dans la suite on note $Q := E/\equiv$

Soit T_2 l'ensemble des parties X de Q telles que $\text{union}(X) \in T$.

Théorème 52 (Q, T_2) est un espace topologique. Il est appelé le quotient de l'espace (E, T) par \equiv

Remarque: ce théorème est en fait une évidence: une réunion d'élément de T_2 est un élément de T_2 et une intersection finie d'éléments de T_2 aussi. Ce dernier point est peut-être un poil moins évident? $\text{union}(X) \cap \text{union}(Y)$ est l'ensemble des $x \in E$ tels qu'il existe $i \in X$ et $j \in Y$ vérifiant $x \in i$ et $x \in j$. Deux éléments différents de Q étant disjoints, il s'ensuit que $\text{union}(X) \cap \text{union}(Y)$ est l'ensemble des $x \in E$ tels qu'il existe $i \in X \cap Y$ vérifiant $x \in i$. Autrement dit $\text{union}(X) \cap \text{union}(Y) = \text{union}(X \cap Y)$

7.1 Un exemple élaboré

Soient E, F des Banach (la définition et quelques propriétés classiques sont donnés plus loin). Soit f, g des applications linéaires de E dans F . Pour $x \in \mathbb{R}$, on note $B(x)$ la boule fermée de E centrée en 0_E et de rayon x , autrement dit $\{v \in E / \text{normre}_E(v) \leq x\}$.

On suppose qu'il existe un sous-ensemble compact K de F tel que l'image par g de $B(1)$ est incluse dans K . On suppose aussi que f est continue, ce

qui signifie, dans le cadre des applications linéaires qu'il existe $r > 0$ tel que $\forall x \in B(1) : norme_F(f(x)) \leq r$.

Le but du jeu est de démontrer qu'il existe un compact G de F tel que $\forall x \in B(1) : f(x) \in G$.

En "jargon" d'analyste fonctionnel, *un opérateur borné dont l'image est incluse dans celle d'un opérateur compact est lui-même un opérateur compact*.

Remarque: ça n'a rien d'évident car a priori, il se peut que bien qu'incluse dans $Im(g)$, l'image de $B(1)$ par f peut n'être incluse dans aucune image par g de quelque boule que ce soit.

Dans la suite, je donne une preuve que je recopie sur JLT un intervenant du forum, lien:

<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?4,738489,page=1>

7.2 Preuve

Soit Z le noyau de l'application linéaire g . Supposons que $f(x) = g(y)$ et $z \in Z$. Alors $f(x) = g(y) + 0_F = g(y) + g(z) = g(y + z)$. Ainsi, en notation symbolique, $\{f(x)\} \supseteq g(y + Z)$. De plus comme le premier membre est un singleton, en fait $\{f(x)\} = g(y + Z)$. Il apparait donc que les sous-ensembles $t + Z$ de E forment une partition P importante pour ce problème. La relation d'équivalence induite sera noté $==$. Autrement dit $x == y$ ssi $x - y \in Z$.

Nous allons munir très classiquement P d'une structure d'espace vectoriel, d'une norme et montrer que c'est un Banach pour cette norme.

Dans la suite, pour $a \in E$, la notation $a + Z$ désigne l'ensemble des $x \in E$ tels que $x - a \in Z$.

Soit H l'ensemble des couples $(x, Y) \in E \times P$ tels que $\exists t \in Y : f(x) = g(t)$. C'est une **application** allant de E dans P .

On décrète que $norme_P$ d'un élément $X \in P$ est $inf(\{norme_E(x)/x \in X\})$. La somme de $a + Z$ et de $b + Z$ est $(a + b) + Z$. Quand x est un réel, on définit $x.(a + Z)$ comme étant l'élément $(x.a) + Z$

Pour avoir un sens, ces définitions doivent être telles que si $a == a'$ et $b == b'$ alors $(a + b) + Z = (a' + b') + Z$, et idem avec la multiplication. Si $a' = a + e$ et $b' = b + u$ avec e, u dans Z et $r \in IR$ alors $a' + b' = a + b + (e + u)$ et $r.a' = r.a + r.e$. Or $e + u$ ainsi que $r.e$ sont des éléments de Z .

Exercice: H est une application linéaire de E dans P .

Admettons que $P(+, \cdot, norme_P)$ soit un espace de Banach (Ca n'a rien d'évident, il faut vérifier que $norme_P$ est une norme et qu'elle rend complet

l'espace métrique induit). Soit W un ultrafiltre tel que $B(1) \in W$. On souhaite prouver que $f[W]$ a une limite. $H[W]$ est un ultrafiltre sur P . Supposons que r soit un réel tel que $\{x/H(x) \cap B(r) \neq \emptyset\} \in W$. Alors il existe un ultrafiltre W_2 sur E tel que $f[W] = g[W_2]$ et $B(r) \in W_2$. Mais par hypothèse, $g[W_2]$ a alors une limite et cqfd.

Il s'ensuit que pour tout réel r , $\{x/H(x) \cap B(r) = \emptyset\} \in W$. C'est très exactement dire que $\forall r \in \mathbb{R} : \{x \in E / \text{norme}_P(H(x)) > r\} \in W$. Autrement dit, c'est très exactement dire que l'application linéaire H allant de E dans P n'est pas continue.

7.2.1 Un outil

Il y a un théorème apparemment fructueux d'analyse fonctionnelle qui dit la chose suivante:

Théorème 53 *si (le graphe d')une application linéaire allant d'un Banach dans un autre est fermé dans le produit topologique des deux Banach alors elle est continue.*

Ce théorème est un corollaire du théorème de l'application ouverte donné dans la section sur les Banach un peu plus loin dans le document.

7.2.2 Suite et fin

Il suffit donc de prouver que H est fermée dans $E \times P$. Et là, je vais le rédiger EXCEPTIONNELLEMENT en ANS et en donner une traduction informelle très simple à traduire en argument formel classique:

7.2.3 Rédaction ANS

Supposons que le couple $(x, Y) \in H$ soit superproche de l'élément standard $(a, C) \in E \times P$. Cela signifie qu'il existe $y \in Y, c \in C$ tel que $\text{norme}_E(y - a)$ est superproche de 0. Il s'ensuit donc que $\text{norme}_F(g(y) - g(c))$ est elle-même superproche de 0. Or $g(y) = f(x)$. Donc, comme f est continue et que F est un espace topologique séparé, $g(c)$ est superproche de $f(x)$ qui est lui-même superproche de $f(a)$ et finalement $g(c) = f(a)$ ce qui prouve que $(a, C) \in H$.

7.2.4 Rédaction informelle

Remplacer “superproche” par “aussi proche que l’in veut”.

7.2.5 Ce qui n’a pas été justifié

- la linéarité de H
- le fait que $norme_P$ est une norme sur l’espace vectoriel P
- le fait que $(x, y) \mapsto norme_P(x - y)$ est une distance d telle que (P, d) est complet (voir section suivante).

CQFD

7.3 Complétude

soit E un Banach et F un sev fermé de E . La norme de E est notée $\|\cdot\|$

Soit P l’ensemble des espaces affines $x + F$ de E (tous fermés). On munit P de la norme suivante: $N(X) := \inf\{\|x\| \mid x \in X\}$. On suppose compris que P est muni des opérations décrites à la section précédente qui en font un espace vectoriel.

Dans cette section, on prouve la complétude de $P = E/F$ est un Banach, argument admis à la section d’avant), cadire que sa N est bien une norme qui fait de P un evn et qu’il est complet.

- Soit X, Y dans P . Si $N(X + Y) > N(X) + N(Y) + e$ alors pour tout $z \in X + Y : \|z\| > N(X) + N(Y) + e$. Il existe donc deux éléments x, y respectivement dans X, Y tels que $\|z\| > \|x\| + \|y\| + e$. Pourtant $x + y \in X + Y$ contradiction. En effet, x peut s’écrire $a + o_1$, y peut s’écrire $b + o_2$ avec des $o_i \in F$ et $x + y = (a + b) + (o_1 + o_2) \in X + Y$.
- On raisonne de même pour prouver que $N(a.X) = |a|.N(X)$
- Si $N(X) = 0$, la fermeture de F entraîne que $0_E \in X$ et donc que $X = 0_P$.
- Il reste à prouver la complétude. Soit des X_n formant une suite de Cauchy d’éléments de P . On peut supposer que $\forall n, p$ si $n < p$ alors $dist(X_n, X_p) < 10^{-n}$. Ayant construit $x_n \in X_n$, on choisit $x_{n+1} \in X_{n+1}$

tel que $\|x_n - x_{n+1}\| \leq 2 \cdot 10^{-n}$. Remarquer que c'est toujours possible car les X_n ne sont pas n'importe quels sev de E , mais des sev deux à deux "parallèles" (il s'ensuit que si $(u, v) \in X \times Y$ vérifient $\|u - v\| < e$ et $x \in X$ alors il existe $y \in Y$ tel que $\|x - y\| < e$. Il suffit en effet de prendre $y := x + (v - u)$).

Soit alors b une limite de $n \mapsto x_n$. Soit $e > 0$. Alors $\text{dist}(b + F, X_n) < e$ dès que n est assez grand car $(b, x_n) \in (b + F) \times X_n$.

Chapter 8

Remarques sur la topologie algébrique

Je n’y connais pas grand chose, par contre, je peux, au gré de mes promenades sur le forum, réimporter quelques résultats marquants dans le présent fichier, quand ça ne me coute pas trop cher en temps.

La topologie algébrique est un corpus de techniques qui essentiellement montre sa puissance en prouvant le théorème de Brouwer et le théorème de Lefschetz. Les deux sont naturels, mais c’est le deuxième qui est intuitif.

8.1 Théorème de Lefschetz (version corollaire)

Le “thorme” suivant necessaite des hypothses

Théorème 54 *Soit $n > 0$ un entier, soit E un sous-espace compact et triangulé de \mathbb{R}^n . Soit $a \in \mathbb{R}^n$. Soit f une application continue de $[0, 1] \times E$ dans E telle que $\forall x \in E : f(0, x) = a$. Alors il existe $x \in E$ tel que $f(1, x) = x$.*

8.1.1 Preuve intuitive

Considérons la situation “physique” suivante:

- une suite de cabine toute indiscernable
- dans chaque cabine, un petit personnage

- tout le monde est fabriqué sur le même modèle, dans un monde mécanique déterministe.
- à l'instant $-n$, le réveil sonne dans la cabine numéro n . Le petit personnage se réveille alors (il est en position a de la cabine). Il lit sur son écran que son homologue d'avant a terminé son aventure d'une unité de temps en position y_{n+1}
- Ce petit personnage fait alors "ce qu'il veut", mais doit s'immobiliser en position y_n et se recoucher avant l'instant $1 - n$

Intuitivement, à moins que ces IN copies du même personnage soient douées de libre-arbitre, sinon on pourra leur aventure (en les identifiant à des points matériels), comme des applications de $[0, 1]$ dans E (l'espace de la cabine est E).

Intuitivement toute application continue du type de f peut servir de guide matériel (déterministe) à leur comportement. Le personnage se réveille en position a et lit sur son écran x . son aventure est alors l'application $t \mapsto f(t, x)$

La symétrie du protocole oblige à admettre que les IN aventure seront la même et que $y_n = y_{n+1}$. Mais $y_n = f(1, y_{n+1})$, d'où l'existence affirmée par le théorème

Il va sans dire que le petit argument précédent n'est vraiment pas une preuve!!!

8.2 Théorème de Brouwer

Théorème 55 *Pour tout entier n , toute fonction d'un convexe compact de IR^n dans lui-même a un point fixe.*

Le théorème de Brouwer est corollaire évident du théorème de Lefchetz

A SUIVRE

8.3 Un résultat amusant

Théorème 56 *Soit $n > 1$ un entier et soit H une application continue de IR^n dans IR . On suppose que $H^{-1}(]-\infty, 0])$ n'a que des composantes connexes non bornées ainsi que $H^{-1}(]0, +\infty[)$*

Alors $H^{-1}(0)$ possède au moins une composante connexe non bornée

Ce résultat est récupéré sur le forum. J'en donne une preuve qui utilise un lemme de topologie algébrique signalé par JLT.

8.3.1 Preuve

Lemme de topologie algébrique de JLT

Théorème 57 Soit $n \geq 2$. Soit K un compact connexe de IR^n . Soit U la composante connexe non bornée de $IR^n \setminus K$. Alors pour tout $\epsilon > 0$, l'ouvert $U_\epsilon = \{x \in U \mid d(x, K) < \epsilon\}$ est connexe.

En effet, soit F le complémentaire de U . C'est un borné de IR^n car si B est une boule contenant K , alors U contient le complémentaire de B donc $F \subset B$. De plus, F est un fermé car c'est le complémentaire d'un ouvert. Donc F est compact.

L'ensemble F est connexe. En effet, soit $f : F \rightarrow \{0, 1\}$ continue. Comme K est connexe, f est constante sur K . Pour se fixer les idées, supposons par exemple que $f(x) = 0$ pour tout $x \in K$.

Si $x \in F \setminus K$, considérons une demi-droite $\{x + ta \mid t \geq 0\}$ issue de x . Comme x n'est pas dans la composante connexe non bornée de $IR^n \setminus K$, cette demi-droite doit rencontrer K . Soit $t_0 > 0$ le plus petit réel positif tel que $x + t_0a \in K$. Alors $[x, x + t_0a] \subset F$, donc f est constante sur ce segment, donc elle y est nulle.

Bref, F est compact connexe.

Soit $F_\epsilon = \{x \in IR^n \mid d(x, F) < \epsilon\}$. On vérifie facilement que $F_\epsilon = F \cup U_\epsilon$. C'est un voisinage ouvert de F . De plus, il est connexe. En effet, si $f : F_\epsilon \rightarrow \{0, 1\}$ est continue, elle est constante sur F et aussi sur toutes les boules ouvertes $B(x, \epsilon)$ où $x \in F$, donc on voit facilement qu'elle est constante sur F_ϵ .

En considérant la suite exacte des groupes de cohomologie (mettons de de Rham)

$$0 \rightarrow H^0(IR^n) \rightarrow H^0(F_\epsilon) \oplus H^0(U) \rightarrow H^0(U_\epsilon) \rightarrow H^1(IR^n)$$

on voit que $H^0(U_\epsilon) = IR$ donc U_ϵ est connexe.

Preuve du théorème

Notons A_e l'ensemble des x tels que $e > |H(x)|$.

Soit une assez grande boule B (fermée) centrée en 0. Soit D la réunion de B avec les composantes connexes dans A_e des éléments de $B \cap A_e$. Soit K son adhérence. Par l'absurde, K peut être supposé compact (il est évidemment connexe, tout point étant connecté à la boule). Par le théorème de JLT, sa frontière F est connexe. Sur F , H est non nulle et de signe constant. Contradiction si on choisit une boule assez grande dans laquelle figure des x tels que $H(x)$ puisse être de signe opposé audit signe constant.

Il s'ensuit que pour tout $e > 0$ il existe un élément $x \in B$ tel que x a une composante connexe non bornée dans A_e . A chaque $e > 0$, associons $x(e) \in B$ ainsi et $C(e)$ sa composante connexe dans A_e (qui rappelons-le a été choisie non bornée).

Soit un ultrafiltre W sur IR tel que pour tout $e > 0 :]0, e] \in W$. Soit $a \in B$ limite de l'image de W par $e \mapsto x(e)$ et notons L l'ultrafiltre image de W par $e \mapsto C(e)$. Soit D l'ensemble des $x \in IR^n$ tel que pour tout $e > 0 : \{C \mid e > \text{dist}(x, C)\} \in L$. Comme D intersecte chaque sphère centrée en 0 (ces sphères sont compactes), D n'est pas bornée. Par ailleurs D est connexe et $\forall x \in D : H(x) = 0$. Et comme $a \in D$, cqfd.

Chapter 9

Des evt particuliers: les Banach et les Hilbert

9.1 Les Hilbert

9.1.1 Définition

Un pré-Hilbert est un espace vectoriel sur \mathbb{R} muni d'un produit scalaire $(x, y) \mapsto (x|y)$. Il est muni d'une norme naturelle $norme(x)$ qui consiste à prendre la racine carrée de $(x|x)$. L'application $(x, y) \mapsto norme(x - y)$ est alors une distance. Un pré-hilbertien est appelé *un espace de Hilbert* quand l'espace métrique (H, d) est complet. Ce sont des cas particulier de Banach qui sont abordés à la section suivante.

On note $B_r(H)$ la boule fermée, centrée en 0_H et de rayon r .

D'une manière générale, quand B est un Banach, l'ensemble des formes linéaires h sur B telles qu'il existe $k \in \mathbb{R} \forall x \in B_1(B) : |h(x)| \leq k$ est lui-même un Banach muni de la norme $\|h\| := \sup_{x \in B_1(B)} |h(x)|$.

Il ya toute une littérature importante sur les Hilbert, je ne vais pas m'étendre (surtout que je n'y connais pas grand chose). Il y a cependant un truc célèbre les concernant, **c'est qu'ils sont réflexifs**.

Théorème 58 *Un espace de hlibert est réflexif*

9.1.2 Preuve de la réflexivité des Hilbert

Soit H un Hilbert et W un ultrafiltre sur H . On appelle *porte vers W* un élément $a \in H$ qui est le plus proche possible de W . En termes formels:

1. notons $distt(x, W)$ la limite dans $IR \cup +\infty$ de l'ultrafiltre $f_x[W]$ image de W par $y \mapsto norme(x - y)$
2. a est une porte vers W quand $\forall x \in H : distt(x, W) \geq distt(a, W)$

Intuitivement, W est un élément virtuel de H et a est “son suppléant” réel dans H . Le point important avec les Hilbert est le suivant:

Théorème 59 *Si $distt(x, W) < +\infty$ alors il existe une unique porte a dans H qui mène vers W .*

Il s'ensuit que pour tout autre $b \in H$, le vecteur $a - b$ est “orthogonal” au vecteur virtuel qui mènerait de a à W . Précisément: pour tout $e > 0$, l'ensemble des x tel que $|(a - b, a - x)| < e$ est un élément de W .

Preuve: en effet, sinon, il y aurait un moyen simple de s'approcher plus de W que a ne le fait, en parcourant la droite (ab) et en se plaçant sur cette droite en un point le plus près possible de W (le plus court chemin qui mène d'un point à une droite consiste à y aller perpendiculairement et ce fait est encore valable dans les Hilbert). L'existence de portes est proposée en exercice à une section ultérieure

Remarque: c'est le caractère complet de H qui assure l'existence de suffisamment de portes.

Notons, comme c'est l'usage H' le Banach des formes linéaires continues sur H que l'on dote de la norme $sup|f(x)|$, la borne sup étant prise sur l'ensemble des x tels que $norme(x) \leq 1$.

Énoncé

La réflexivité est l'énoncé qui dit:

Théorème 60 $\forall f \in (H')' \exists a \in H \forall h \in H' : f(h) = h(a)$

Suite de la preuve

Soit ϕ une forme linéaire continue sur H' . **On peut supposer que** $\forall h \in B_1(H') : |\phi(h)| \leq 1$

On cherche un élément $a \in H$ tel que $\forall h \in H' : \phi(h) = h(a)$. Le lemme de JLT fournit un ultrafiltre W sur H tel que $B_1(H) \in W$ et vérifiant: pour tout $e > 0$ et toute $h \in B_1(H') : \{x \in B_1 / |h(x) - \phi(h)| < e\} \in W$.

L'ultrafiltre W contenant la boule unité de H , il existe une (unique) porte qui mène à W . Notons-la a . Rappelons que si $b \neq a$ alors il existe $e > 0$ tel que $\{x / \text{dist}(x, b) > \text{dist}(x, a) + e\} \in W$ *****

On peut raisonnablement espérer que comme “ a est l'élément le plus proche de W ”, on aura que $\forall h \in H' : \phi(h) = h(a)$. Essayons de le prouver.

Soit $h \in B_1(H')$ telle que $\phi(h) \neq h(a)$. Soit $r := \phi(h)$. Soit b l'élément de l'hyperplan affine fermé $P := \{x / h(x) = r\}$ qui est le plus proche possible de a , autrement dit, b est le projeté orthogonal de a sur P . Rappelons-nous que $\{x / \text{dist}(x, a) \leq 1\} \in W$. On sait que pour tout $e > 0 : \{x / |(a-x|a-b)| < e\}$. Notons $Z = f[W]$ où f est la projection orthogonale sur P . Il s'ensuit que $\{z / h(z) = r\} \in Z$ et $\{x / \text{dist}(x, f(x)) < e\} \in W$ pour n'importe quel $e > 0$. Mais cela oblige $\{z / b \text{ est plus proche de } z \text{ que } a \text{ ne l'est}\}$ à être un élément de Z . Ceci est en contradiction avec *****. Il s'ensuit que $a \in P$ et donc que $\phi(h) = h(a)$.

Résumé de la preuve

Je résume cette preuve par un slogan intuitif et simplificateur: *si a est la porte qui mène à W et $h \in H'$ alors $h(a)$ et $h[W] = W_{f(h)}(H)$ sont obligés d'être infiniment proches.*

Remarque:

La *preuve intuitive* ci-dessus montre qu'on n'a essentiellement besoin que d'avoir l'unicité des portes et l'unicité du projeté sur un hyperplan fermé. Cela permet de “deviner” que les espaces vectoriels normés complets (ils s'appellent des espaces de Banach) qui ont des boules suffisamment “arrondies” (en fait ils suffit qu'elles soient uniformément strictement convexes) sont réflexifs.

9.1.3 Détails

Dans cette section, je répare des tricheries commise dans la section précédente. En effet, j'ai prétendu de manière très cavalière, et sans argument sur les problèmes soulevés par la continuité que tel ou tel ultrafiltre induisait telle ou telle forme linéaire.. continue et réciproquement. Tout ceci aurait dû être justifié. On est dans un Hilbert ambiant durant toute la section.

Dans le sens ultrafiltres vers formes

Théorème 61 *Soit W un ultrafiltre sur H qui appartient à la boule unité. Soit f la forme linéaire définie par $f(x) := \lim((y \mapsto (x|y))[W])$. Alors si f est bien définie alors elle est continue.*

Preuve: la linéarité ne pose aucun problème. Soit $x \in H$ de norme au plus 1. Si $\|y\| \leq 1$ alors $|(x|y)| \leq 1$ et donc $\{y \mid |(x|y)| \leq 1 + e \text{ et } |f(x) - (x|y)| \leq e\} \in W$. Ceci valant pour tout $e > 0$, cqfd.

Théorème 62 *Soit W un ultrafiltre sur H' qui appartient à la boule unité de H' . Soit f la forme linéaire définie par $f(x) := \lim((g \mapsto g(x))[W])$. Alors si f est bien définie alors elle est continue. (En d'autres mots, l'injection canonique de H dans H'' est continue).*

La preuve est laissée au lecteur et plus simple encore que la précédente.

Dans l'autre sens

Si $\phi \in H''$ dont la norme est ≤ 1 . On sait évidemment trouver des ultrafiltres W sur E tels que $\forall h \in H' : \{x \in E \mid \phi(h) = h(x)\} \in W$. Bon, mais dans ce qui précède, j'ai été très cavalier avec ça, en supposant même qu'il serait facile de choisir un tel W de manière qu'il contienne une boule B_r . (On pourrait dire qu'il est "borné", si l'usage des ultrafiltres était courant dans ce domaine).

Or rien n'indique qu'il soit facile d'obtenir un tel ultrafiltre, ni même qu'il existe avec le signe = plutôt qu'une contrainte moins exigeante de égal approximatif.

Pour réparer cette tricherie, je reproduis ci-dessous un lemme qui m'a été donné par l'intervenant JLT du forum *lesmathematiquepointnet*. En termes résumé, ce lemme exprime, et ceci est valable dans tous les Banach, que l'application $H \rightarrow (H')'$ qui à chaque $x \in H$ associe $f \in H' \mapsto f(x)$ a une image qui est dense dans $(H')'$.

Le lemme de JLT

Théorème 63 *Soit donc B un Banach et ϕ un élément de son bidual qui soit de norme ≤ 1 . Soit $e > 0$ et F une partie finie de B' le dual de B , incluse dans la boule unité de B' . Il existe x dans la boule unité de B vérifiant:*

$$\forall h \in F : |h(x) - \phi(h)| < e$$

Lien: <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?14,737905,739508#msg-739508>

Preuve de JLT

Je me place dans le cas où le corps de base est IR .

Notons h_1, \dots, h_n les éléments de F . Considérons l'application

$$f : B \rightarrow IR^n$$

définie par $f(x) = (h_1(x), \dots, h_n(x))$. Notons B_1 la boule fermée de B de centre 0 et de rayon 1. Supposons par l'absurde que pour tout $x \in B_1$ on ait $\|f(x) - (\phi(h_1), \dots, \phi(h_n))\| > e$. D'après le théorème de Hahn-Banach de séparation des convexes (en dimension finie), il existe $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ et $c \in IR$ tels que $h = \lambda_1 h_1 + \dots + \lambda_n h_n$ vérifie

$$h(x) < c < \phi(h)$$

pour tout $x \in B_1$.

En passant au sup** sur x , on obtient $\|h\| \leq c < |\phi(h)|$, donc $\|\phi\| > 1$. Impossible

Remarque: ** ne pas oublier que la boule unité est non seulement convexe mais équilibrée. Autrement dit, si $h(x) < -c$ avec x dans la boule unité alors $h(-x) > c$ avec $-x$ dans la boule unité

9.1.4 Bilan

L'existence de portes dans les Hilbert est proposée un peu plus loin dans ce document en exercice. Le schéma que j'ai proposé ci-dessus (avant le lemme) est un schéma intuitif mais qui se formalise facilement **une fois qu'on est assuré de l'existence d'un ultrafiltre dans la boule unité**. Je recommande au lecteur de traduire ce schéma en démonstration rigoureuse.

9.2 Les Banach

Un Banach est un espace vectoriel normé et complet. La topologie induite par la distance (elle-même induite par la norme) en fait un evt. Les Hilbert du paragraphe ci-dessus sont des Banach particuliers.

On appelle demi-espace un ouvert un ensemble de la forme $\{x \in B / h(x) > a\}$ où a est un réel et h une forme linéaire continue

J'essaie de me souvenir des choses dont les fans d'analyse fonctionnelle parlent souvent. Soit B un Banach

9.3 Liste

Théorème 64 *si la topologie engendrée par les demi-espaces ouverts fait de la boule unité un compact alors B est réflexif.*

Théorème 65 *si B est réflexif alors la topologie engendrée par les demi-espaces ouverts fait de la boule unité un compact*

Théorème 66 *si une application linéaire continue de B dans B' est surjective alors l'image de tout ouvert qui contient 0_B contient elle-même un ouvert qui contient $0_{B'}$.*

Théorème 67 *un théorème célèbre qui concerne en fait les evt généraux: Hahn-Banach! C'est un théorème multiforme qui dit en résumé que quand deux convexes sont disjoints ou ont des intérieures disjoints, il existe un hyperplan qui les sépare. Il y a plusieurs formes à ces théorèmes de Hahn Banach selon qu'on prend uniquement l'aspect algébrique ou l'aspect topologique. Par exemple, pour séparer des convexes fermés ou ouverts, on obtiendra un hyperplan fermé, etc.*

Théorème 68 *Si E est un evn de dimension infinie alors il existe une forme linéaire non continue. Si B est une base algébrique de E (base de Hamel), il n'y a pas de contradiction à supposer que tous les éléments de sa base duale sont des formes continues*

Pour l'instant, je ne me souviens de rien de plus... Je compléterai éventuellement. Je mets les preuves à la section suivante.

9.4 Preuve

9.4.1 discontinuité en dimension infinie

Le corps est \mathbb{R} .

En considérant l'espace vectoriel libre sur une base qui est un ensemble infini, on peut le normer de telle sorte que la norme fasse de tous les éléments de la base duale une forme linéaire continue.

Soit E un evn, dont la norme nous est imposée.

Supposons que toutes les formes linéaires sur E soient continues. Soit F un sev de E qui est dense. Soit $v \notin F$ et G un supplémentaire de $F + \mathbb{R}v$. Tout élément x s'écrit d'une manière unique $u(x) + f(x)v + v(x)$ avec $(u(x), f(x), v(x)) \in F \times \mathbb{R} \times G$. La forme linéaire f est continue. Son noyau est fermé et dense donc $F + G = E$ donc $v \in F + G$ contradiction.

Il n'y a donc pas de sev dense autre que E inclus dans E .

Or il y a un moyen de fabriquer facilement des sev denses: choisir dans chaque boule de rayon 2 un élément. L'ensemble de ces éléments engendrent un sev dense, donc E tout entier.

Soit μ le plus petit ordinal possible tel qu'on puisse indiquer une famille $T : i \in \mu \mapsto t_i$ génératrice par lui.

Le **sous-ensemble** A des combinaisons linéaires à coefficients rationnels des éléments de T est un ensemble **dense** dans E et de cardinal μ . Soit $s := i \in \mu \mapsto s_i$ une bijection de μ dans A

Soit $v \in E$ un vecteur non nul. On construit par récurrence ordinale, un élément $w(i)$ tel que $v \notin \text{vect}(\{w(j) | j \leq i\})$ et $w(i) \in$ la boule ouverte de centre s_i et de rayon 2. On s'arrête au premier ordinal a tel qu'on ne peut construire $w(a)$. On a donc $a \in \mu$, puisque sinon l'ensemble des $w(i)$ engendrerait un espace vectoriel dense, donc qui serait E tout entier donc contiendrait v .

Puisqu'on ne peut construire $w(a)$, il s'ensuit que tout élément de la boule de centre s_a et de rayon 2 est une combinaison linéaire de $w(j), j \in a$ en nombre fini, et de v . Mais donc c'est aussi le cas de tout élément de E . Par conséquent, on est arrivé à la contradiction que $v \cup \{w(i), i \in a\}$ est une famille génératrice indicable par un ordinal strictement plus petit que μ .

Il y a un corollaire presque évident à ça:

Théorème 69 *La famille des duaux d'une base de Hamel n'engendre jamais la dual entièrement (il suffit de choisir une norme qui les rend toutes continues)*

9.4.2 Compacité et réflexivité

- soit $\phi \in (H)'$ le dual topologique du dual topologique de H . Soit W un ultrafiltre contenant au moins une boule sur H tel que pour tout $f \in H'$ l'ensemble des $x \in B$ tels que $f(x) = \phi(f)$ est un élément de W (l'existence de W est la même que pour le cas des Hilbert et pour tout dire, elle est valable dans tout espace vectoriel sans aucune considération topologique. Pour obtenir que W appartienne à au moins une boule se référer au **lemme de JLT**). On peut supposer quitte à faire des homothéties et en regardant la norme de ϕ que la boule unité $\in W$. Soit a une limite W pour la topologie engendrée par les demi-espaces ouverts. Alors $\forall f \in H' : f(a) = \phi(f)$.
- Soit B un Banach. Soit W un ultrafiltre sur la boule unité fermée. La réflexivité de B entraîne l'existence de $a \in B$ tel que pour toute $h \in B'$ et tout $\epsilon > 0$ l'ensemble $A(h, \epsilon)$ des x tels que $\epsilon > |h(a) - h(x)|$ vérifie $A(h, \epsilon) \in W$. Soit $D := \{x/h(x) > u\}$ un demi-espace ouvert tel que $a \in D$. Alors $h(a) < u$ et donc $D \in W$. Tout demi-espace ouvert qui $\ni a$ est forcément un élément de W et donc a est une limite de W pour la topologie engendrée par les demi-espaces ouverts, cqfd.

9.4.3 Hahn-Banach

Les preuves des théorèmes de Hahn-Banach sont très médiatisées sur internet, je m'abstiens donc. Lien:

http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Hahn-Banach

9.4.4 Ouverture des applications linéaires continues et surjectives

Je ne donne pas une preuve complète (inutile) mais un plan qui permet de la reconstruire. Le fait que B soit de Baire, entraîne qu'il existe un ouvert U tel que $0_E \in U$ et $U \subseteq$ dans l'adhérence de l'image par f de la boule unité. Il suffit ensuite de montrer que tout ultrafiltre W qui converge vers 0_E est tel que l'image de la boule unité par f est un élément de W . En se servant de la linéarité et de la continuité de f on procède comme pour le théorème de Riesz en construisant une suite de Cauchy u telle que $x - u_n$ appartient à

$Boule(0_B, 1/2^n)$ pour tout entier n , chaque terme de la suite appartenant en outre à l'adhérence de la boule centrée en 0_B de rayon $1/2$. Cette adhérence étant incluse dans la boule unité. Je laisse au lecteur le soin de trouver cette construction. Elle se trouve aisément sur internet:

http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Banach-Schauder

9.4.5 Corollaire

Soient E, F des Banach. Soit f une application linéaire allant de E dans F . On suppose que f (rappel: $f \subseteq E \times F$) est fermée dans l'espace topologique produit $E \times F$ pour lequel on peut considérer (exercice) qu'il est un Banach normé par $norme(x, y) := \max\{norme_E(x), norme_F(y)\}$. Mais alors f est une sous-Banach de $E \times F$, munissable de la norme induite. L'application $(x, y) \in f \in E \mapsto x$ allant du banach f dans E est une application linéaire surjective et continue. Il s'ensuit qu'il existe un réel $r > 0$ tel que pour tout élément $x \in E$ vérifiant $norme_E(x) < r$, il existe (u, v) de norme au plus 1 dans f tel que $u = x$ (et donc $v = f(x)$). En particulier: $\forall x \in E : si\ norme_E(x) < r\ alors\ norme_F(f(x)) < 1$.

Conclusion: la fermeture dans $E \times F$ de f entraîne la continuité de f

Chapter 10

Multifacettes des ultrafiltres

10.1 Théorème de Hindman

Soit (G, \cdot) un monoïde associatif muni d'une topologie qui rend, pour chaque $a \in G$ l'application $x \mapsto a \cdot x$ continue. On suppose la topologie compacte.

il existe alors $a \in G$ tel que $a \cdot a = a$ Soit F un sous-ensemble fermé et stable par \cdot qui soit non vide et minimal pour l'inclusion (Zorn). Soit $a \in F$. Alors l'ensemble des x tels que $\exists y \in F : x = a \cdot y$ est stable par \cdot et fermé. Donc il existe $b \in F$ tel que $a \cdot b = a$. Cela montre que l'ensemble des $x \in F$ tels que $a \cdot x = a$ est non vide. Il est évident fermé. Il s'ensuit que $a \cdot a = a$.

$U \cdot U$ est défini par $X \in U \cdot U$ ssi $\{x / \{y / x + y \in X\} \in U\} \in U$

En termes imagés, $X \in U \cdot U$ ssi pour U -presque x (pour U -presque tout y : $x + y \in X$)

Soit U un ultrafiltre non principal sur \mathbb{N} tel que $U \cdot U = U$. Soit s une application de \mathbb{N} dans un ensemble fini F . Soit $A(0) \in U$ dont l'image par s soit un singleton $\{i\}$. L'ensemble $B(0)$ des $x \in A(0)$ tels que $\{y \in A(0) / x + y \in A(0)\} \in U$ est tel que $B(0) \in U$ car $U \cdot U = U$. Soit $a(0) \in B(0)$ et $A(1)$ l'ensemble des x tels que $x > a(0)$ tels que $x \in A(0)$ et $a(0) + x \in A(0)$. On vient de voir que $A(1) \in U$. Il s'ensuit que l'ensemble $B(1) \subseteq A(1)$ des x tels que $\{y \in A(1) / x + y \in A(1)\} \in U$. On peut donc choisir $a(1) \in B(1)$ et poser $A(2) \subseteq B(1)$ l'ensemble des $x \in B(1)$ tels que $x > a(1)$ tels que $a(0) + x \in A(0)$ et $a(1) + x \in A(1)$ et $a(0) + a(1) + x \in A(0)$ de sorte qu'on aura $A(2) \in U$. En continuant ainsi, on obtient une suite $a : n \mapsto a(n)$ telle qu'une somme finie quelconque d'éléments de l'image de a est envoyé sur i par l'application s .

Je laisse au lecteur le soin de formaliser plus précisément ce qui précède et d'en déduire le théorème de Hindman:

Théorème 70 *si s est une application IN dans F (un ensemble fini) alors il existe $i \in F$, il existe une partie infinie A de IN telle que toute somme x d'éléments de A vérifie $s(x) = i$*

10.2 Théorème de Ramsey

Exercice proposé au lecteur: on note T l'ensemble des parties finies de IN . Soit Z une partie de T . On suppose qu'il n'existe pas de partie infinie de IN dont toutes les parties finies sont en dehors de Z .

Théorème 71 *Montrer l'existence d'une partie infinie A de IN telle que pour toute suite u strictement croissante à valeurs dans A , il existe un entier n tel que $\{u_0, \dots, u_{n-1}\} \in Z$. En déduire le théorème de Ramsey "classique" quand l'appartenance de F à Z ne dépend que des n premiers éléments de F .*

10.3 Un théorème rigolo

Voici un énoncé que j'avais filé en exo sur le forum "lesmathspointnet". Il m'était donné par les ultrafiltres. Un des intervenants, **Gottfried**, dont je recopie la preuve ci-dessous, en a donné une preuve totalement académique (entendez "sans utiliser d'ultrafiltres").

10.3.1 Lien

<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?14,724969,731450>

10.3.2 Le théorème

Théorème 72 *Soit E et H deux espaces topologiques et f une application continue de $E \times H$ dans E telle que la relation $==$ définie par $x == y$ ssi $\exists h \in H : x = f(y, h)$ soit une relation d'équivalence sur E . Si H et $E/==$ sont quasi-compacts, alors E est quasi-compact*

10.3.3 Preuve (comme toujours dans ce cas, trivialisée avec des ultrafiltres)

Soit W un ultrafiltre sur E . Soit $Z := classe[W]$ l'ultrafiltre sur $E/ ==$ image de W par $x \mapsto classe_{==}(x)$. Soit C une limite de Z dans $E/ ==$ supposé quasi-compact. Tout ouvert $\supseteq C$ de E qui est réunion de classes est un élément de W . Soit V un ouvert tel que $C \subseteq V$ et G l'ensemble des classes D telles que $D \cap V \neq \emptyset$. Soit $S := reunion(G)$. L'ensemble S , qui est une réunion de classes est en fait un ouvert car si $f(b, h) \in V$ et si x est assez proche de b alors $f(x, h) \in V$. Il s'ensuit que $S \in W$.

Ainsi tout ouvert V qui contient C vérifie $V \in W$. Il s'ensuit qu'il existe $a \in C$ (chaque classe est quasicompacte) tel que tout ouvert U qui contient a vérifie $\{x/classse(x) \text{ rencontre } U\} \in W$. Soit L un ultrafiltre sur $E \times H$ dont a est une limite de la première projection et tel que $f[L] = W$. Soit h une limite de la deuxième projection de L . Alors $f(a, h)$ est limite de W .

(La longueur de la rédaction ne doit pas cacher qu'il s'agit de quelque chose de très "routinier" en ANS. L'usage des ultrafiltres rallonge un peu)

10.3.4 Preuve de Gottfried

on notera π la surjection canonique de E sur $E/ ==$.

Supposons donné un recouvrement par des ouverts $U_x, x \in E$.

Soit $x \in E$ fixé, et soit pour chaque $h \in H$, $O_h = f^{-1}(U_{f(x,h)})$. C'est un ouvert de $E \times H$ qui contient le couple (x, h) . Il contient donc un produit cartésien $W_h \times V_h$ avec W_h voisinage ouvert de x dans E et V_h voisinage ouvert de h dans H . Les V_h forment un recouvrement de H dont par quasi-compactité on peut extraire un sous-recouvrement fini par des V_i associés à des h_i . Notons Z_x l'intersection des W_i associés aux h_i . C'est un voisinage ouvert de x dans E . Aussi on notera $U_i = U_{f(x,h_i)}$ et $O_i = f^{-1}(U_i)$.

Considérons maintenant $f(Z_x \times H)$. C'est une réunion de classes et parmi elles il y a la classe C de x . Montrons que $f(Z_x \times H)$ est ouvert. Si y en est un élément il est de la forme $f(z, h)$ avec $z \in Z_x$. Donc $z = f(y, k)$ pour un certain $k \in H$. Notons $f_k : E \rightarrow E$ l'application $y \mapsto f(y, k)$. Elle est continue, donc $f_k^{-1}(Z_x)$ est un ouvert, qui contient y . Si $w \in f_k^{-1}(Z_x)$, alors $f(w, k)$ est un élément de Z_x donc $w = f(f(w, k), k')$ pour un certain k' et est un élément de $f(Z_x \times H)$. Ainsi ce dernier est un voisinage ouvert de y . Donc $f(Z_x \times H)$ est un ouvert de E .

Soit à nouveau $y = f(z, h)$ dans cet ouvert. Il existe un h_i et un V_i associé

tel que $h \in V_i$. Donc $y \in f(Z_x \times V_i) \subset f(W_i \times V_i) \subset U_i$. Ainsi $f(Z_x \times H)$ est inclus dans une union finie d'ouverts du recouvrement initial.

Par ailleurs $f(Z_x \times H)$ est de la forme $\pi^{-1}(R_x)$ avec R_x un ouvert de E/H contenant la classe C de x . Par la quasi-compacité de E/H un nombre fini de tels R_x le recouvrent. Donc E est recouvert par un nombre fini de $f(Z_x \times H)$ et finalement par un nombre fini d'ouverts du recouvrement initial. Donc E est quasi-compact.

10.4 Finitude des corps compacts

Soit (K, T) un corps quasicompact. T étant la topologie qu'on met dessus pour laquelle les opérations du corps sont continues. Soit W un ultrafiltre non principal sur K et a une limite de W . En passant à $f[W]$ où $f : x \mapsto x - a$, on peut supposer que 0 est limite de W . Soit L l'ultrafiltre $g[W]$ où $g : x \mapsto x^{-1}$ et b une limite de L . La continuité de la multiplication entraîne que $0 = 0.b$ est une limite de l'ultrafiltre principal $W_1(K)$ et donc 1 est dans tout voisinage de 0.

10.5 Séparation de groupes quasi-compacts quotients

Théorème 73 *Soit G un groupe compact (donc séparé) et H un sous-groupe fermé de G . Si on munit G/H de la topologie quotient alors on obtient un espace évidemment quasi-compact mais aussi **séparé**.*

10.5.1 Preuve

Soit W un ultrafiltre sur G tel que $classe[W]$ a deux limites différentes c, d . Cela signifie que toute réunion de classes qui est un ouvert et qui rencontre $c \cup d$ est un élément de W . Soit U un ouvert de G tel que $c \subseteq U$. Soit S l'ensemble des $d \in G/H$ telles que $d \cap U \neq \emptyset$ et $P := union(S)$. Supposons que $x \in P$. Cela signifie qu'il existe $h \in H$ tel que $xh \in U$. Un élément y proche de x est alors tel que $yh \in U$ et donc $y \in P$. Ainsi, P est une réunion de classes et ouvert. Il s'ensuit que $P \in W$. Il en va de même avec d à la place de c . Il existe donc un ultrafiltre L sur G^2 tel que l'ensemble des (x, y) vérifiant $x ==_H y$ est un élément de L et tel que la première projection de

10.6. FINITUDE DES QUOTIENTS DES ANNEAUX NOETHÉRIENS PAR DES IDÉAUX MAXIMAUX

L soit dans c est la deuxième dans d . La fermeture de H entraîne alors que ces deux limites sont \equiv_H et donc que $c = d$.

10.6 Finitude des quotients des anneaux noethériens par des idéaux maximaux

Ou bien on procède avec du background académique (ce qui est gaspillant en références et mémoire), ou bien on refait la preuve de ci-dessus. Soit A un anneau topologique compact noetherien. Soit M un idéal maximal de A et W un ultrafiltre sur A tel que $classe_M(W)$ n'est pas un ultrafiltre principal sur A/M . Soient (e_1, \dots, e_n) des générateurs de M . On les utilise pour dire que M est fermé, car il est l'image de A^n par $x \mapsto \sum x_i e_i$. Soit a une limite de W de sorte qu'on peut supposer comme ci-dessus que 0 est limite de W . Soit h, m définies sur $A \setminus M$ telle que $\forall x \notin M : h(x).x + m(x) = 1$ et $m(x) \in M$. Soient h', m' les limites respectives de $h[W]$ et $m[W]$. La fermeture de M entraîne que $m' \in M$. On obtient que $h'.0 + m' = 1$ par continuité de la multiplication et $1 \in M$.

10.7 Un exercice

Théorème 74 Soit (E, T) un espace compact (donc séparé) et tel que tout ensemble d'ouverts 2 à 2 disjoints est fini. Alors que E est fini

10.7.1 Correction

Soit W un ultrafiltre non principal sur E . Il n'a qu'une seule limite, disons a . Soit L un ultrafiltre sur T tel que pour tout $U \in T$ si $a \in U$ alors l'ensemble des $X \in T$ tel que $a \in X \subseteq U$ est un élément de L . L'existence de W entraîne que a n'est pas un point isolé de E . Soient U_1, \dots, U_n des ouverts vérifiant $A := \{X / \forall i \leq n : U_i \cap X = \emptyset\} \in L$. Soit $U \in A$ et $x \in U$ tel que $x \neq a$. Il existe alors deux ouverts, U_{n+1}, V vérifiant: $x \in U_{n+1}$ et $a \in V$ et $U_{n+1} \cap V = \emptyset$. Il s'ensuit que $\{X / U_{n+1} \cap X = \emptyset\} \in L$. Cela permet de construire par récurrence une suite d'ouverts deux à deux disjoints et d'obtenir une contradiction.

10.7.2 Sans l'hypothèse de compacité

Théorème 75 Soit (E, T) un espace topologique séparé et tel que tout ensemble d'ouverts 2 à 2 disjoints est fini. Alors que E est fini

En fait, le rôle joué par a ci-dessus n'a vraiment aucune importance autre que de ne pas être isolé. Il suffit de remarquer que l'ensemble S des points isolé est fini et que si $a \notin S$ alors **il existe** un ultrafiltre non principal W dont a est une (la) limite.

10.8 Petitesse des anneaux noethériens topologiques séparés et compacts

Dans cette sous-section, j'illustre la "facilité" que procure l'outil ultrafiltres. Je n'y connais pas grand-chose en algèbre et jamais je ne me serais amusé à trouver une preuve "classique" de la petitesse des anneaux noethériens et compact pour le plaisir. Il fallait vraiment qu'elle "saute aux yeux".

- Soit A un anneau noethérien, séparé et compact (pléonoasme vu que j'utilise la terminologie française). Pour maintenir la preuve intuitive, je ne donne pas de définition du mot *gros*. Elle va apparaitre naturellement.
- On prend un idéal J de A qui soit maximal parmi les idéaux qui font que A/J est gros. L'anneau A/J (car J est fermé) est séparé pour la topologie quotient ce qui fait qu'on peut supposer $J = (0)$.
- Première question: se peut-il que A ne soit pas intègre? Dans ce cas il existe u, v vérifiant $uv = 0$, mais $u \neq 0$ et $v \neq 0$. Soit P_1, P_2 de petits ensembles vérifiant $\forall x \in A \exists t \in P_1 : x - t \in (u)$ (idem pour P_2 et (v)).
- Soit alors $x \in A$. Il existe $a \in P_1, t \in A$ tel que $x = a + tu$. Il existe $b \in P_2, s \in A$ tels que $t = b + sv$. Il s'ensuit que $x = a + (b + sv)u = a + bu$ et $(a, b) \in P_1 \times P_2 \mapsto a + bu$ est une surjection.
- Il s'ensuit que A est un anneau intègre. Soit $a \in A$ un élément non nul de A . On note J_n l'ensemble des x qui sont des multiples de a^n . (Dans un anneau x est un multiple de y quand $\exists t \in A : x = ty$)

- Soit b tel que $\forall n : b \in J_n$. Pour tout entier n , il existe $c(n)$ tel que $b = c(n)a^n$. Il s'ensuit que $c(n+1).a.a^n = c(n).a^n$ et donc $a^n = 0$ ou $c(n+1).a = c(n)$, pour chaque entier n . Par conséquent, comme $a^n \neq 0$ donc $c(n) \in (c(n+1))$ et la suite d'idéaux $n \mapsto (c(n))$ est croissante. Il existe un entier n tel que $(c(n)) = (c(n+1))$ et donc $t \in A$ tel que $c(n+1) = t.c(n)$. Mais alors $(ta - 1).c(n) = 0$ et donc $b = 0$ ou a est inversible. Si A ne contient que des inversibles comme éléments non nuls, on sait qu'il est fini par une des sections d'avant (tout corps compact est fini). Si on a choisi un a ni nul ni inversible, on vient de prouver que $b = 0$ et donc que l'intersection des J_n vaut (0) .
- On fixe un tel a . Soient des petits ensembles (chaque A/J_n est petit) P_n tel que $\forall x \in A \exists y \in P_n : x - y \in J_n$. A chaque $x \in A$ on associe une suite $u(x)$ telle que pour tout entier $n : x - u(x)(n) \in J_n$ et $u(x)(n) \in P_n$. On vient de prouver que c'est une injection de A dans le produit des P_n et A est donc lui aussi petit.

10.8.1 Remarque

La compacité de l'anneau n'a servi qu'à une chose: prouver que si A est un corps alors A est fini. Autrement dit, on a montré que tout gros anneau noethérien a au moins un idéal maximal M tel que A/M est gros. Pour info, la démonstration ci-dessus permet de comprendre comment sont les anneaux noethériens compacts. (Essentiellement des quotients de sous-anneaux de produits dénombrables de corps finis ou quelque chose dans ce genre). L'utilité des ultrafiltres est dans la séparation des quotients.

10.9 Finitude des anneaux artiniens et compacts

Un anneau est artinien quand il ne contient aucune suite strictement décroissante pour l'inclusion d'idéaux. **Un théorème célèbre affirme que tous les anneaux qui sont artiniens sont forcément noethériens.**

Par exemple un corps est un anneau artinien (il contient exactement deux idéaux).

Théorème 76 *Un anneau artinien ne peut pas être intègre, sauf s'il est un corps*

En effet, si la suite des idéaux (a^n) n'est pas strictement décroissante alors l'existence d'un x tel que $xa^{n+1} = a^n$ entraîne que $a^n = 0$ (donc $a = 0$) ou $xa = 1$ quand l'anneau est intègre. De la même manière, tout idéal premier d'un anneau artinien est forcément maximal, et il ne peut y avoir qu'un nombre fini d'idéaux premiers puisque sinon on aurait la suite strictement décroissante de $P_1 \cap P_2 \cap \dots \cap P_n$. Rappel: un élément qui appartient à tous les idéaux premiers est nilpotent (exercice).

On se place maintenant dans un anneau artinien topologique qui est séparé et compact. But du jeu: prouver qu'il est fini.

10.9.1 Preuve

- Soit W un ultrafiltre non principal sur A dont on peut supposer qu'il a 0 comme limite. Supposons qu'il existe un idéal premier P tel que $P \notin W$. Soit r, m telle que $\forall x \notin P : r(x).x + m(x) = 1$ et $m(x) \in P$. Soit a, b les limites respectives de $r[W], m[W]$. On obtient que $a.0 + b = 1$, autrement dit que $P \in m[W]$ et 1 est limite de $m[W]$. Or tous les idéaux d'un anneau noethérien topologique séparé sont fermés et ça conduit à une contradiction. Remarque: on a utilisé le fait que artinien implique noethérien!
- Finalement tous les idéaux premiers (en nombre fini) sont des éléments de W . Dans n'importe quel anneau noethérien il existe une suite finie d'idéaux premiers P_1, \dots, P_n telle que $P_1 P_2 \dots P_n = (0)$. Il s'ensuit que $N \in W$ où N désigne l'ensemble des éléments nilpotent de A . On peut aussi supposer que l'anneau A est tel que pour tout idéal J non nul, A/J est fini, car dès le départ, on aurait pu prendre un idéal maximal I tel que A/I est fini, idéal forcément fermé (A est noethérien), donnant un quotient compact, artinien, séparé.
- Soit donc $b \in A$ qui est non nul. Il existe donc $t \in A$ tel que $\{x/x - t \in (b)\} \in W$ et ce ci est valable pour tout $b \neq 0$. En particulier, si $b^2 = 0$ et si $x = t_1 + r(x)b$ et $r(x) = t_2 + s(x)b$, on obtient que $x = t_1 + (t_2 + s(x)b)b = t_1 + t_2 b$. Ce calcul montre alors que W est l'ultrafiltre principal $W_{t_1+t_2b}(A)$. Il n'existe donc pas d'élément $b \in A$

tel que $b^2 = 0$ et $b \neq 0$ et il s'ensuit donc que A n'a pas d'éléments nilpotents non nuls et donc $\{0\} \in W$, cqfd.

Chapter 11

Pot pourri d'outils admis (ou non) dans ce qui précède

11.1 Adhérence, intérieur

Théorème 77 *L'adhérence d'un ensemble est l'intersection des fermés qui le contiennent*

Preuve: soit (E, t) un espace topologique. la définition ci-dessus que j'ai donnée de l'adhérence de A est $adh(A) = \{x \in E / \forall U \in T \text{ si } x \in U \text{ alors } U \cap A \neq \emptyset\}$. Soit F un fermé. Si $A \subseteq F$ alors $E \setminus F \in T$ et donc $adh(A) \subseteq F$. Réciproquement, soit $x \in$ l'intersection des fermés qui $\supseteq A$. Soit $x \notin adh(A)$ alors il existe $U \in T$ tel que $x \in U$ et $A \subseteq E \setminus U$ qui est un fermé, contradiction.

Théorème 78 *l'intérieur d'un ensemble est la réunion des ouverts inclus dedans*

Même preuve que ci-dessus.

11.2 Fonctions continues sur un ensemble

Théorème 79 *Soit $(E, T_1); (F, T_2)$ deux espaces topologiques. Soit f une application de E dans F . Alors f est continue sur E ssi pour tout $V \in T_2$ l'ensemble des $x \in E$ tels que $f(x) \in V$ est un élément de T_1 .*

Preuve: si f est continue en a et si V est un ouvert qui contient $f(a)$ alors l'ensemble des x tels que $f(x) \in V$ est par définition un voisinage de a . Il suffit donc de montrer que:

Théorème 80 *Une partie X de l'espace topologique (E, T) est un ouvert (ie $X \in T$ ssi X est voisinage de tous ses éléments*

Exercice laissé au lecteur.

11.3 fermés et compacts

Théorème 81 *Soit (E, T) un espace topologique à la fois quasicompact et séparé (autrement dit compact). Soit A une partie de E qui est quasicompacte pour la topologie induite. Alors A est fermé.*

Il suffit de montrer que si W est un ultrafiltre sur E tel que $A \in W$ et si a est une limite de W alors $a \in A$. Soit b une limite de W dans A . Comme E est séparé, $a = b$ et donc $a \in A$.

11.4 Images continues de compacts

Théorème 82 *Soit (E, T) un espace topologique compact et f une application continue de E dans un espace topologique quelconque (F, T_1) . Alors l'image G de E par f est quasi-compacte.*

Preuve: il suffit de montrer que tout ultrafiltre $W \ni G$ a une limite. Soit Z un ultrafiltre sur E tel que $W \supseteq f[Z]$. Soit $a \in E$ une limite de Z . Alors $f(a)$ est une limite de W .

11.5 Noyaux de formes linéaires

Théorème 83 *Soit E un espace vectoriel sur un corps K . Soient f_1, \dots, f_n des formes linéaires sur E . Soit g une forme linéaire telle que $\forall x \in E : \text{si } \forall i : f_i(x) = 0 \text{ alors } g(x) = 0$. Alors g est combinaison linéaire des f_i*

Preuve: en supposant que n est l'entier le plus petit possible permettant un contre-exemple à cet énoncé sur au moins un espace vectoriel et en se plaçant dans le noyau de f_1 , on sait qu'il existe x_i tels que pour tout vecteur $v \in E$ si $f_1(v) = 0$ alors $g(v) = x_2.f_2(v) + ..x_n.f_n(v)$. Soit alors w un vecteur tel que $\forall i \geq 2 : f_i(w) = 0$ et $f_1(w) = g(w)$. Soit $u \in E$ **un vecteur quelconque**. Soit $y \in IR$ et v tels que $u = yw + v$ et $f_1(v) = 0$. Alors $g(u) = y.g(w) + g(v) = y.f_1(w) + x_2.f_2(v) + ..x_n.f_n(v) = y.f_1(u) + x_2.f_2(u) + .. + x_n.f_n(u)$.

Il s'ensuit que w n'existe pas. Soit w tel que $g(w) \neq 0$ et $\forall i \geq 2 : f_i(w) = 0$. On peut supposer que w existe sinon g est combinaison linéaire de $(f_2, .., f_n)$. Soit par ailleurs u tel que $f_1(u) = 0$ et $g(u) \neq 0$. Alors $g(xu + w) = xg(u) + g(w) \neq f_1(xu + w) = xf_1(u) + f_1(w) = f_1(w)$ pour tout $x \in K$. Autrement dit $g(u) = 0$ contradiction.

11.6 Existence et unicité de portes dans les Hilbert

Soit r un nombre réel et W un ultrafiltre sur H tel que $Boule(0, r) \in W$. Soit m tel que $\forall s > e$ il existe $a \in H$ tel que $\{x/m \leq dist(a, x) < s\} \in W$. (Il suffit de prendre la borne inférieure des $dist(x, W)$). On suppose que pour tout $c \in E : dist(c, W) \geq m$.

Soit $a_n \in H$ tel que pour tout $e > 0$ l'ensemble A_n des x tels que $dist(a_n, x) \leq m + 1/n$ soit tel que $A_n \in W$. Montrer $n \mapsto a_n$ est de Cauchy. Soit b une limite de la suite a . Montrer que $\forall e > 0 : \{x/dist(x, b) < m + e\} \in W$. En déduire que b est une porte de W . Montrer son unicité.

11.7 Un lemme algébrique pur

Les deux sections suivantes racontent des choses classiques sur les Hilbert et les Banach. Cependant il y a un phénomène qui ne porte pas de nom qui est tacitement supposé connu qui me semble souvent utilisé. C'est le suivant:

11.7.1 Le lemme

Théorème 84 Soit E un espace vectoriel sur IR et F un ensemble fini de formes linéaires. Soit ϕ une forme linéaire sur E^* (l'ensemble des formes

linéaires sur E). Alors il existe $x \in E \forall f \in F : f(x) = \phi(f)$

11.7.2 Preuve

Supposons que F ait un cardinal le plus petit possible qui soit un contre-exemple à l'affirmation précédente. Supposons que $F = \{f_1; \dots; f_n; g\}$. Soit $a \in E$ tel que $\forall i : \phi(f_i) = f_i(a)$. Soit $b \in$ l'intersection des $\text{Ker}(f_i)$ tel que $g(b) \neq 0$. Il suffit alors de choisir un réel x comme il faut pour obtenir que pour tout i , $f_i(a + xb) = f_i(a) = \phi(f_i)$ et $g(a + xb) = g(a) + xg(b) = \phi(g)$. Si ce n'est pas possible, cela signifie que g est combinaison linéaire $\sum x_i f_i$ des f_i (exercice laissé au lecteur) et donc que $\phi(g) = \sum x_i \phi(f_i) = \sum x_i f_i(a) = g(a)$

Chapter 12

Index

12.1 Liste des mots presents dans le texte

Les reperes rouge du texte permettent de retrouver les mots de l'index. En face de chaque vous trouvez la liste de ses occurences.

"wlog:104757
 jIN:60934
 ANS:83635; 82166; 81264; 44117; 31109; 31072; 2356; 1944; 1748; 1321
 Admettons:30500
 Ainsi:107034; 102223; 101493; 101093; 99282; 98685; 98140; 96652; 78762; 45808; 44979; 44833; 43890; 29853; 24628
 Alice:75466; 74592; 74469; 74398
 Alors:110813; 110732; 110567; 110547; 110525; 110501; 110481; 110418; 110400; 108978; 108350; 107661; 106812; 106690; 105895; 102316; 102104; 101710; 101606; 101275; 100695; 100296; 100156; 99850; 99446; 99136; 98454; 98256; 97993; 97897; 97762; 97539; 95634; 92368; 86538; 86346; 86069; 85931; 85812; 85592; 85262; 84406; 83981; 83592; 83455; 81542; 78661; 73360; 70924; 70118; 69860; 68014; 65243; 62052; 61411; 59891; 59701; 59028; 58712; 58388; 57716; 54929; 54305; 53899; 53103; 50865; 50778; 50527; 50479; 46946; 46500; 44055; 42217; 41071; 40903; 37613; 37387; 34054; 33664; 33504; 32707; 32370; 30666; 29830; 27475; 26279; 25353; 24821; 24361; 23939; 22148; 20815; 20758; 20642; 20483; 19364; 18828; 18589; 17734; 17044; 16689; 15142; 13446; 12644; 11998; 8387; 7548; 5896; 4533; 4287; 2260; 1527
 Amusement:51055
 Analyse:79701
 Anneau:84477
 Anneaux:106185; 105708; 105450; 105438; 95114
 Appelons:82265
 Appendice:109302
 Associons:70605
 Atteinte:18319
 Attention:16851
 Aucune:79992
 Aussi:110702; 44504
 Autre:59620; 1934; 1559
 Autrement:113159; 99487; 95651; 86585; 80260; 78720; 68235; 67752; 48388; 38685; 30814; 29979; 29221; 27415; 23229; 23094; 17053; 16135
 Aux:107113
 Avant:107545; 91334
 Avantages:66164
 Avec:90550; 73498; 50295
 Axiome:63796; 63568; 59279; 54780
 Axiomes:112147; 109310; 63236
 Ayant:32118
 B":67666
 Baire:41317; 20556; 20536; 20110; 20089; 15240; 15214; 11117
 Banach:108839; 54712; 51134; 41819; 41780; 41692; 41659; 41236; 41189; 41173; 40931; 39359; 39278; 39053; 38947; 38881; 38875; 38505; 38111; 38027; 36098; 35295; 35240; 35164; 34992; 31685; 31498; 30997; 30946; 30922; 30525; 30041; 29261
 Bien:65916; 64497; 61787
 Big:28156; 27785; 27542; 27427; 27241; 27073; 27059; 27017; 26962
 Bilan:102820; 84269; 83844; 52537; 52254; 38738
 Bob:74613; 74578; 74490; 74419
 Bon:82094; 37787
 Boole:95407; 70435; 70415; 68633; 68586; 68406; 68096; 67995; 67980; 66979; 66688; 64773; 64763
 Bref:34099; 16022
 Brouwer:33376; 33312; 32560
 But:48921
 C'est:114211; 108887; 108176; 105850; 104954; 96928; 94666; 90042; 80867; 75302; 73836; 71419; 69929; 69239; 68125; 65154; 64999; 57586; 56352; 55012; 52754; 44565; 44481; 44269; 39281; 34156; 33735; 30779; 30145; 28724; 28483; 26781; 26683; 22403; 20565; 16172; 16051; 8859; 8268
 CAS:28818
 CQFD:111209; 110960; 110717; 109524; 96299; 93886; 83113; 81174; 31481; 15023
 Cardinaux:59974
 Cas:108291
 Cauchy:86848; 41495; 32068; 26607; 26513; 26147; 21017; 20300; 11037; 10795
 Cech:28669; 26878; 26679
 Ceci:110932; 69486; 37527; 36886; 20994; 7247; 4810; 4743; 156
 Cela:109464; 107730; 82062; 64081; 46850; 45742; 45617; 42286; 37093; 31155; 25968; 23250; 8598; 8508
 Cependant:113360; 108842
 Certaines:113384
 Certains:96101; 89118; 74168
 Certes:55513
 Ces:62668
 Cet:14775
 Cette:81947; 66836; 65671; 62626; 54866; 41584; 18452
 Chacun:108561; 67356
 Chacune:51229
 Chalons:109
 Chaque:102735; 5992
 Christophe:631; 107
 Clay:73514
 Comme:114606; 110695; 110653; 110628; 110364; 107935; 106975; 105742; 101336; 99169; 97950; 96577; 96001; 92248; 89689; 85709; 83722; 82008; 79604; 79334; 78134; 75575; 69636; 69442; 58440; 58220; 57971; 34888; 33975; 33870; 24585; 24456; 19550; 19156; 16798; 16712; 15787; 13945; 13243
 Comment:73540
 Compactification:26673
 Conclusion:114644; 114090; 113711; 106162; 73043; 70949; 66083; 42012; 26652; 25617; 25322; 6322
 Conservation:69899
 Constructibles:62243
 Construction:53292
 Contradiction:69738; 54862; 54039; 34575; 28514; 22748; 22379; 21406; 14152
 Contrairement:26711
 Corollaire:100672; 100137; 41672; 18927; 13277
 Correction:717973; 73281; 46520
 Couple:56211
 Courage:2578
 Cube:7875
 D'abord:65758
 D'une:68750; 35223
 Dans:111567; 108226; 107495; 106431; 103284; 103242; 101168; 97446; 95516; 90375; 89293; 88240; 83232; 81374; 81235; 71690; 69073; 62535; 62514; 54743; 49231; 47444; 47116; 37703; 37303; 37170; 31656; 30052; 29702; 28889; 25452; 24141; 17847; 17542; 6355
 Demandons:28013
 Des:107390; 34983
 Deux:83330; 29154; 24287
 Didacticiel:80374; 7662
 Donc:111182; 111119; 111110; 111091; 111067; 110955; 110925; 110914; 110686; 107981; 106821; 105787; 105383; 105216; 100566; 97329; 94294; 93625; 84260; 83833; 82869; 78810; 78686; 58291; 58274; 58075; 57488; 54955; 54944; 53875; 52160; 45177; 45126; 44943; 44854; 44664; 42261; 33823; 31237; 22321; 20968; 19893; 19472; 18724; 14981; 14787; 13841; 13459; 7112; 6019; 5531; 5518; 5500; 4801
 Durant:81203
 EXCEPTIONNELLEMENT:31068
 Elle:111702; 111665; 72906; 53037; 47305; 44712; 41624
 Ensembles:65309; 64378; 61773; 95
 Entiers:56307; 56131
 Espaces:17274; 6807
 Essayons:36570
 Est:70026
 Etant:72774; 71353; 71153; 65572; 64559
 Evidemment:113792; 60913; 22587; 17013; 4680
 Exemple:106386; 60609; 50616; 17135; 9563; 1013

Exemples:81191; 80366
 Exercice:85501; 72941; 71286; 62190; 59558; 56257;
 56070; 43031; 30466; 26353; 26230
 Exercices:76166
 Existe:77739; 77691; 77638; 77544; 77429
 Existence:86603; 50661
 Fin:102358
 Finalement:102794; 83033; 75801; 70291; 56954; 49202;
 23287; 5621
 Finitude:48533; 46019; 45195
 Fixons:51754
 Fonctions:85196
 Formellement:112313
 Game:74366
 Godel:62129
 Gottfried:44141; 43336
 Grand:60521; 60476
 Greg:97599; 97503
 H^m:37716; 37656
 Hahn:41234; 41187; 41171; 39357; 38503
 Hamel:40562
 Hanh:39276
 Henri:91210
 Hilbert:108833; 86617; 40749; 38933; 38752; 37286;
 35689; 35460; 35448; 35348; 35132; 35020; 35006; 34998;
 7879
 Hindman:42916; 42065
 Hige:28433; 28101; 27743; 27680; 27613; 27442; 27342;
 27301; 27281; 27140; 27091; 27041
 INTERSECTIONS:68161
 INVALIDE:113918
 IST:79710; 933; 251
 Idem:53780; 53252
 IIs:67788; 8899
 Images:85742
 Imaginez:1701
 Impossible:38643
 Index:114716
 Intersection:18978
 Introduction:73494; 49794; 641; 152
 Intuitivement:51368; 35637; 33096; 32999; 11264; 3864
 Inversement:101735; 97849
 J'ai:66498; 11665; 699; 451
 J'ajoute:104705; 49734
 J'en:63927; 33553; 22430; 1336
 J'essaie:39018
 J'invite:56074
 JLT:40818; 38310; 38091; 37986; 36325; 34533; 33602;
 33579; 29725
 Jacobson:89397
 L'anneau:101840; 93535; 47365
 L'appendice:56141
 L'application:90287; 41841; 35092; 28567; 27264; 26373
 L'argument:113277
 L'autre:99298; 5255
 L'avantage:63820
 L'axiome:114360; 112332; 87867; 77849
 L'ensemble:111839; 106074; 89768; 75119; 59113; 58348;
 57552; 56363; 55697; 43803; 42545; 39985; 33836; 28867;
 28394; 16596; 14911; 14715; 13357; 9399; 9233; 7415; 3313
 L'existence:46643; 38742; 36025; 19300; 1861
 L'expression:6931
 L'hybride:74360
 L'image:94093; 92196
 L'inexistence:14155
 L'ordinal:53673
 L'ultrafiltre:36411; 14577
 L'un:103888
 L'univers:75944
 L'usage:44120
 L'utilisation:15075
 LES:28816
 LangMath:111226
 Lebesgue:63333
 Lefchetz:33390; 32605
 Lemme:101834; 101540; 101221; 99018; 98226; 33592
 Lemmes:110078; 56708; 3951
 Lepfchetz:32570
 Les:114747; 112792; 112214; 108813; 104734; 102832;
 102626; 88849; 88149; 87414; 86969; 83648; 83338; 82734;
 79906; 79718; 62641; 54347; 52350; 50677; 50349; 44380;
 41177; 38931; 38873; 35004; 32573; 28792; 23810; 18265;
 17594; 17516; 15401; 14482; 12863; 12836; 12790; 9691;
 6410; 4024; 3972; 3108; 3065; 1275; 815; 392; 369; 348
 Leurs:96613
 Lien:43382; 41209; 38266
 Lipschitzienne:63761; 63717
 Liste:114723; 39058
 Lombardi:91212
 Lorsqu'on:9462
 Lorsque:70966; 9747; 3549
 Lowenheim:65812
 M;N:59802
 MAXIMUM:107687
 MAis:110666
 Mais:113845; 113248; 101051; 100071; 99253; 98101;
 94455; 84697; 82935; 82836; 82636; 78846; 71627; 70839;
 70177; 69690; 61564; 61274; 59050; 52601; 52215; 50134;
 47992; 41805; 40423; 36828; 33234; 30713; 27968; 25906;
 25513; 24619; 22283; 20352; 13820; 13084; 12051
 Modules:107359; 89444
 Montrr:86921; 86872; 86834; 43131; 26595
 Montrons:101636; 100788; 100340; 98494; 82600; 71477;
 70575; 44604
 Mul:88566; 88479; 88377
 Multifacettes:42051
 Nature:113200
 Nelson:79712; 937; 253
 Non:57307
 Notation:97603
 Notons:75262; 72917; 71235; 44689; 44449; 38413; 38352;
 36749; 36453; 36083; 34371; 26156; 8225
 Nous:114509; 113462; 75045; 73600; 72263; 71081; 64894;
 30004; 24898
 Noyaux:85955
 Ordinaux:56504
 Oubliions:51837
 Ouverture:41248
 PAR:68159
 Par:114294; 111941; 111881; 111288; 106519; 102674;
 102599; 102374; 100750; 99914; 99876; 99744; 99203; 98828;
 98521; 96274; 95231; 90429; 88683; 84308; 84124; 84092;
 83883; 83078; 81887; 80803; 80603; 78383; 78194; 73412;
 66705; 59921; 57266; 56215; 53331; 49897; 48616; 47900;
 45087; 45013; 40448; 39380; 34928; 34525; 34484; 27346;
 27295; 25260; 24169; 22663; 15886; 12016; 11299; 9704;
 8718; 8439; 8180
 Parfois:23991
 Parmi:102929; 52475; 52439; 52116
 Partant:94700
 Passage:69514
 Petit:68554
 Petites:11916
 Petitesse:47098; 19657
 Peut:16384
 Plus:113205; 104689; 88563; 88476; 88310; 76315
 Plutot:111979
 Posons:102261; 99826; 97980
 Pot:84877
 Pour:113529; 113508; 111138; 109855; 109821; 97280;
 94677; 90051; 72345; 70675; 69023; 64322; 63692; 63576;
 63389; 63260; 63065; 62976; 62918; 62856; 62779; 62722;
 60938; 54679; 53489; 50104; 48441; 47812; 47271; 40783;
 39536; 37953; 33896; 33321; 30285; 29311; 27225; 23539;
 22066; 14549; 9340; 9196; 5222; 5168
 Pourquoi:67816; 15719
 Pourtant:68897; 31864; 19515; 1739
 Prendre:74004
 Prenons:108308; 54138; 15736
 Presque:52097; 1615
 Preuve:114494; 113547; 111036; 110822; 110741; 110578;
 110490; 110407; 110333; 110286; 110236; 110155; 110097;
 109008; 107802; 106944; 97593; 93124; 91804; 86097; 85849;
 85337; 84940; 84567; 75448; 74742; 70666; 59723; 59355;

- 58866; 53063; 48941; 45567; 44137; 43585; 39590; 38306;
 37417; 35870; 35438; 34356; 33586; 32741; 29781; 25746;
 24395; 20686; 19123; 18851; 18535; 16618; 14521; 8054;
 7034; 1328
 Preuves:83633; 62622; 60816; 57014; 53714; 18245;
 12914; 11850; 7857; 5159; 4654
 Principal:94657
 Principe:63810
 Produit:89937; 7285
 Proposition:99427; 97743
 Prouver:68542; 68525; 59586
 Puis:60986; 11887
 Puisqu'il:61138
 Puisqu'on:40341
 Puisque:100376; 99635; 98068; 97926
 QUELCONQUES:68163
 Quand:111406; 107247; 97417; 89876; 89720; 84032;
 74870; 72068; 62360; 62272; 61082; 60382; 58794; 50372;
 30245; 10206; 3179; 577
 Quant:87205
 Quelques:111222; 107371; 104558; 15035; 6345
 Question:106463
 Questions:77250
 Quitte:78535; 78056; 19489
 Ramsey:43232; 43027
 Rapidement:60820
 Rappel:109963; 106603; 104137; 84727; 48862; 20412
 Rappelons:72560; 72285; 36692; 36462
 Regardons:96142; 92088; 52078
 Remarque:113788; 91824; 88985; 83119; 73194; 72032;
 64846; 55509; 54560; 49177; 48338; 38651; 37037; 36049;
 29613; 29003; 19968; 15675
 Remarque:32188
 Remarques:32428
 Remarquons:100873; 98926
 Remplacer:31337
 Revenons:70475; 17139
 Riesz:41483; 22764
 Rudiments:54721
 S'il:95743; 76435; 12364
 S'ils:94888
 STABLES:68157
 SUIVRE:33397
 Sans:81267; 72687; 51069; 46890
 Schauder:41661
 Ses:89400
 Sinon:103834; 89757; 82611; 57164
 Skolem:65814
 Smith:95071; 94661; 94457; 94335; 93908; 91605; 91509;
 91463; 91305; 91266; 91250; 90953
 Smith":91520; 91411
 Soient:105135; 99024; 98233; 92529; 90000; 87986; 85991;
 81962; 81769; 64209; 58991; 51645; 51492; 50460; 48162;
 46676; 46357; 46182; 41682; 29251; 19178; 17644; 14682;
 12512; 5013
 Soit:114498; 113984; 113605; 113499; 113439; 110884;
 109110; 109082; 108943; 108908; 108437; 108414; 108078;
 108064; 108041; 107902; 107872; 107861; 107823; 107564;
 106954; 106783; 106727; 106716; 106707; 106655; 106642;
 106211; 106198; 106065; 106048; 105922; 105876; 105798;
 105714; 105625; 105554; 105506; 105456; 105119; 103641;
 102299; 102085; 102052; 101662; 101586; 101255; 100678;
 100251; 100223; 100143; 99568; 99433; 99116; 99095; 98422;
 98396; 97884; 97749; 97526; 97312; 97237; 96890; 96039;
 95977; 95621; 95589; 94372; 94346; 94171; 94108; 94019;
 93989; 92292; 90462; 88884; 88307; 88170; 86851; 86765;
 86668; 86627; 86507; 86431; 86309; 86290; 86246; 86019;
 85970; 85912; 85885; 85759; 85686; 85561; 85528; 85239;
 85215; 85091; 85026; 84513; 84371; 83946; 83691; 83517;
 83390; 82676; 82575; 82534; 82495; 82467; 82170; 81993;
 81694; 81631; 81499; 79381; 79077; 78939; 78639; 78511;
 78447; 78305; 78262; 78082; 78028; 75926; 75869; 75840;
 75630; 75560; 75331; 75108; 74970; 74844; 74765; 74385;
 74372; 73297; 72646; 72528; 72484; 71863; 71524; 70915;
 70904; 70776; 70696; 70588; 70488; 69839; 65885; 65428;
 65385; 65335; 65127; 65116; 65021; 64970; 64961; 64783;
 62246; 61860; 61385; 61332; 60848; 60160; 59839; 59806;
 59733; 59633; 59495; 59462; 59365; 59075; 58932; 58911;
 58877; 58689; 58652; 58615; 58604; 58359; 58321; 58201;
 58130; 58109; 57941; 57698; 57651; 57565; 57420; 57368;
 57092; 54901; 54392; 54279; 54174; 53886; 53828; 53304;
 53076; 53067; 51285; 51258; 50910; 50848; 50827; 50814;
 50743; 50726; 50713; 50622; 50546; 50510; 50443; 50189;
 49448; 49068; 49028; 48960; 47788; 47690; 47548; 47486;
 47233; 46905; 46726; 46568; 46529; 46457; 46307; 46258;
 46118; 46101; 45691; 45664; 45576; 45471; 45341; 45258;
 45210; 44879; 44217; 44030; 43979; 43793; 43744; 43673;
 43630; 43613; 43435; 43063; 42605; 42513; 42484; 42451;
 42208; 42165; 42069; 41695; 41037; 40934; 40923; 40870;
 40653; 40163; 40129; 40015; 39775; 39752; 39701; 39045;
 38151; 38101; 37585; 37550; 37439; 37355; 37322; 36612;
 36602; 36581; 36235; 35452; 34841; 34786; 34750; 34473;
 34426; 34401; 34115; 34021; 33639; 33620; 33611; 33414;
 32659; 32650; 32618; 32363; 32340; 32050; 31758; 31542;
 30571; 30105; 29790; 29284; 28910; 28831; 28520; 28319;
 28083; 27667; 27535; 27516; 27431; 27376; 27038; 26959;
 26940; 26526; 26501; 26248; 26133; 26118; 25804; 25561;
 25158; 25043; 25022; 24955; 24939; 24916; 24733; 24550;
 24310; 23887; 23759; 23747; 23640; 23627; 23428; 23351;
 22997; 22948; 22899; 22818; 22548; 22449; 22239; 21979;
 21944; 21864; 21714; 21697; 21687; 21662; 21352; 21345;
 21286; 21184; 20924; 20907; 20776; 20767; 20741; 20320;
 20303; 20256; 20125; 19743; 19717; 19397; 19333; 19279;
 19234; 19132; 19025; 18990; 18809; 18776; 18671; 18637;
 18610; 18551; 18372; 18355; 18338; 17201; 17170; 17153;
 16775; 16756; 16658; 16635; 16027; 15770; 15627; 15443;
 15112; 15095; 14894; 14805; 14798; 14532; 14299; 14028;
 14007; 13917; 13896; 13604; 13537; 13516; 13390; 13322;
 13303; 13207; 13155; 13133; 12957; 12619; 12586; 12483;
 12466; 12327; 12297; 12183; 11941; 11748; 11719; 11185;
 11170; 10848; 10747; 10679; 10521; 10445; 10131; 10122;
 10107; 9305; 9161; 8648; 8625; 8549; 8071; 7517; 7475; 7294;
 7189; 6958; 6914; 6651; 6631; 5958; 5416; 5041; 4500; 4491;
 4364; 3716; 3625; 3370; 3357; 3302; 3223; 1952; 1565; 1507;
 1449; 1017
 Soleil:113062; 112847; 112594; 112521; 112481
 Son:88102; 39868
 Stone:28667; 26876; 26677; 23614; 15704
 Suite:70962; 36225; 31018
 Supposons:112492; 111086; 109057; 109017; 108387;
 100832; 100419; 99594; 97660; 74754; 72497; 70099; 69775;
 69743; 69532; 49001; 45731; 44185; 39729; 38450; 31118;
 30629; 29811; 28130; 27660; 25813; 25340; 24421; 22121;
 21201; 18544; 16231; 14883; 13108; 12974; 12154; 11980;
 8326; 8096
 Sur:79459; 34549
 TOUS:28814
 Tarski:54714; 51136
 Tartanpion:17234; 16987; 16870; 16806; 16770; 16722;
 16653; 16600; 16481; 16392; 16343
 Topologie:28825; 3031
 Topologies:8990
 Tous:104237; 104121; 102164; 97192; 73081; 70725;
 55829
 Tout:110043; 109373; 105817; 105525; 101546; 101227;
 100808; 95800; 95448; 95401; 95310; 95270; 92511; 91718;
 91301; 87965; 87885; 80402; 60455; 43705; 41088; 39804;
 37265; 28092; 25603; 22775; 11854; 1054
 Toute:113425
 Toutes:55623
 Traduction:4453
 Tribus:52842; 49726
 Trois:55760
 Tychonoff:27297; 13487; 11601
 UMV:91016
 UQP:102293; 97307
 Ultrafiltres:3346
 Une:113333; 106426; 96712; 88006; 87678; 85442; 82162;
 81482; 80306; 73704; 73623; 70354; 67872; 66168; 60564;
 54419; 52846; 24876; 21604; 18755; 10627; 6813; 6660; 6297;
 199
 Utilisation:12087
 Voici:93136; 84461; 43288; 11366
 WUX:102322; 97334

Weirstrass:23616; 15706
 XQS:102145; 97173
 ZFC:79847; 69918
 Zero:88569; 88482; 88447
 Zorn:59629; 12095
 "Ascoli:14293
 "P:73531
 "V":66217
 "accessible":67633
 "arrondies":37135
 "assez":88877
 "aussi:31343
 "authentiquement":72113
 "axiome:114433; 55149
 "axiomes:931
 "banale":62598
 "basse:73446
 "bien:65827
 "c":50402
 "ce:32954
 "classique":47178; 43234
 "coller":50106
 "constructible":62415
 "d'avalier":67890
 "d'une:51042
 "dans:71462
 "delta:72091
 "deviner":37099
 "diviseurs:92893
 "ensemble:60682
 "ensembles:67830
 "fictive":26936
 "fini":74089
 "fixe":2526
 "font:976
 "force":69096; 69069; 66626
 "forcing:74684
 "game:74607
 "grands:89120
 "hasard:49839
 "il:62070
 "indivisibles":68460
 "inf":66790
 "ij":114305
 "jargon":29560
 "la:91573; 75255; 802
 "les:67182
 "lesmathspointnet":96549; 43310
 "loin:26746
 "lui:24257
 "minimaux":83318
 "nombre:71454
 "ordinal:60038
 "orthogonal":35791
 "passe:69054
 "physique":32758
 "platoniciens":67923
 "pour:91044; 69229
 "premier":83160; 83137
 "presque":96470; 87927
 "prolongement":90329
 "qu'il:50036
 "routinier":44113
 "sain":26695
 "sans:43371
 "saute:47211
 "sensible":73250
 "ses:51111
 "simple":26886
 "son:35666
 "sont:64398
 "st":80518; 80235; 80182; 80065; 79872
 "sup":66805
 "superproche":31339
 "surunivers":65631
 "tilt":2728
 "tout":113296
 "toutes:28677
 "transformer":823
 "trop:24032; 24026
 "u":51849
 "ultrafiltres":7845
 "un:26923
 "varie":28693
 "vrai:67656
 "wlog":72037
 "buvreur:111007
 ajb:53528
 ajb;cjd:71266
 aQR:102158; 102143; 97186; 97171
 abc:91061
 able:40492
 absolument:65937; 16251
 absorbant:17871
 abstraction:26801
 abstraite:70390; 11683
 abstraites:14496
 absurde:105213
 abus:49899
 accorder:50059
 acquis:70358; 1315
 actives:113178
 actuellement:77316
 addition:98681
 adeptes:55895
 adh:26573
 adjectifs:10257; 10216; 9693
 admet:109755; 99472; 79643; 78474; 59707
 admette:13122
 admettre:33195
 admis:109888; 109848; 84883; 31690
 affaire:9466
 affaiblit:76284
 affine:36624
 affines:105942; 31554
 affirme:104875; 48590
 affirmer:84055
 aides:70350
 aient:22135
 ailleurs:114296; 106521; 88685; 86511; 84126; 81889;
 66707; 64679; 57268; 45015; 34930; 25910; 8720; 622
 ainsi:98566; 95126; 82204; 79577; 76302; 71438; 61109;
 57713; 51709; 42813; 34707; 33486; 30441; 16455; 11735;
 7833; 2494; 544
 ais:111232; 17781; 15072
 aise:4459
 ait:112262; 109025; 91442; 77584; 66592; 38472; 25429;
 16920; 16278; 13996
 ajoutant:93793; 93737
 ajoute:112279; 79730
 algorithme:103961
 allant:93188; 68613; 50224; 41855; 41707; 30918; 30837;
 30155; 27602; 23897
 aller:36002
 allons:114511; 113464; 75047; 71083; 64896; 30006
 alors:114069; 114033; 113690; 113654; 113131; 113040;
 112501; 111828; 111693; 110981; 110899; 110891; 110340;
 110324; 110276; 110225; 110144; 110020; 109704; 109689;
 109678; 109663; 109631; 109596; 109571; 109546; 109142;
 108698; 107478; 107447; 106748; 106709; 105995; 105354;
 105298; 105186; 105060; 104926; 102687; 102663; 102276;
 101991; 101968; 101935; 101892; 101424; 101053; 100623;
 100489; 100073; 99255; 99067; 98962; 98362; 97863; 97825;
 97717; 97682; 97395; 97258; 97106; 95924; 95756; 95712;
 95379; 95299; 94564; 93387; 92816; 91945; 89275; 88744;
 88294; 87793; 86248; 86221; 86060; 85677; 85384; 85099;
 85045; 85014; 84756; 84699; 84526; 83766; 82703; 80477;
 78979; 78848; 78709; 77949; 77238; 77184; 77133; 77071;
 75774; 75674; 74338; 73927; 72753; 72393; 72013; 71629;
 71591; 71489; 71301; 71023; 70843; 70227; 70181; 69804;
 69692; 68691; 68044; 67127; 66302; 65979; 65534; 65189;
 64433; 63031; 61615; 61276; 60957; 60749; 60736; 60543;
 59052; 58265; 58052; 57916; 57817; 57769; 57403; 57279;
 57134; 57042; 56889; 56854; 56756; 56286; 55137; 54813;

- 54504; 54235; 54221; 54083; 54029; 53993; 53959; 53761;
 53531; 53208; 52913; 52065; 50571; 50280; 49602; 48715;
 48377; 47994; 47550; 47056; 46757; 46606; 45979; 45785;
 45529; 44768; 43864; 43564; 42953; 42138; 41997; 41807;
 39446; 39201; 39131; 39100; 38712; 37627; 37471; 37401;
 36997; 36474; 35715; 35106; 33768; 33170; 32952; 32873;
 32342; 32284; 32101; 31785; 30948; 30728; 30394; 30324;
 28197; 26025; 25959; 25930; 25897; 25848; 25515; 25086;
 24989; 24812; 22623; 21922; 21373; 20341; 19880; 19616;
 19570; 19447; 18949; 18414; 18192; 17970; 17760; 17706;
 17122; 17003; 16570; 16519; 16161; 15640; 15561; 14103;
 14066; 13717; 13196; 13086; 13004; 12554; 12389; 11779;
 11335; 11255; 10380; 10161; 8748; 8493; 7211; 6718; 6560;
 6478; 6145; 6070; 5823; 5778; 5744; 5551; 5461; 5298; 5080;
 4980; 4792; 4723; 4440; 4211; 4141; 4095; 3634; 3500; 2249
 ambiant:37288
 amsmath:15
 amusant:33406
 amusante:96663
 amusantes:90637
 amuser:78005
 analogie:91757
 analystes:1205
 analytiquement:2704
 anneau:106924; 106702; 106650; 106527; 106412; 106361;
 106206; 105884; 105806; 105722; 105514; 105464; 104350;
 104200; 104192; 104162; 104154; 103969; 103485; 103246;
 102920; 101486; 101459; 101191; 100686; 100191; 100151;
 99441; 99335; 97844; 97835; 97757; 97534; 97403; 96983;
 96898; 96844; 96832; 96767; 96703; 96414; 96076; 95934;
 95830; 95802; 95520; 95460; 95413; 95403; 95336; 95318;
 95272; 95244; 95199; 95189; 93157; 92513; 91720; 91684;
 91303; 91246; 91169; 91074; 90945; 89993; 89490; 89450;
 89387; 89297; 89093; 88704; 88492; 88178; 87742; 87704;
 87550; 87503; 87495; 87465; 87457; 87356; 87073; 84817;
 83735; 83236; 81378; 81219; 49237; 49148; 48904; 48793;
 48653; 48628; 48549; 48405; 47751; 47685; 47241; 46109
 anneaux:106866; 106482; 106450; 106396; 104241; 104125;
 103288; 103029; 103000; 102973; 102946; 102933; 102834;
 99400; 99034; 98251; 96588; 96374; 96362; 91792; 91495;
 87996; 86946; 81359; 81289; 48598; 48537; 48483; 48466;
 47188; 47102; 46027
 anneua:95428
 annulateur:103649
 ant:93687; 86164; 67652; 35946; 20591
 apartie:74572
 apparaissent:88832
 apparait:29918
 apparaitre:47309
 apparement:91567; 30879
 apparence:90923; 55382
 appartenant:41549
 appartenir:12570
 appartient:40793
 appartiennent:77406
 appartient:96218; 89191; 84648; 84591; 84422; 83997;
 74912; 57218; 48871; 37568; 37343; 25546; 22729; 12069
 appatient:41513
 appellera:9932
 appelle:110991; 79767; 67170; 60132; 54631; 50202;
 38956; 35481; 27315; 6873
 appellent:72081; 26919
 appellera:50591
 appellerons:19008
 appendice:56343; 56175; 463
 application:113447; 112124; 112091; 111960; 111926;
 111621; 111520; 88008; 85783; 85247; 79581; 77909; 77872;
 77765; 77458; 75957; 71808; 71105; 68600; 67489; 67450;
 65595; 62783; 61666; 61113; 59737; 59302; 58722; 58697;
 54439; 54243; 50218; 43462; 42934; 42492; 41875; 41703;
 39179; 33435; 33100; 32667; 30914; 30477; 30152; 27796;
 27594; 27394; 27182; 26987; 21294; 19380; 18757; 18380;
 15120; 14849; 14620; 11756; 7318; 6662; 5904; 3732; 1633;
 1037
 applications:111737; 89913; 89776; 89705; 87107; 82183;
 41252; 33062; 29472; 29294; 27048; 23650; 18486; 15472;
 14309; 7423; 5336; 1589; 696
 applique:100635
 appliquer:93038
 applications:56192
 approximatif:37948
 arbitrairement:2274; 2073; 2044
 arbitre:33030
 argument:113849; 66111; 37218; 33288; 31688; 31096
 arrive:114237; 113135; 113128; 110114; 110106; 110057;
 110049; 72411
 arrivent:66347
 arsenal:50156
 artiniens:107486; 105808; 105724; 104393; 104156; 96913;
 96771; 95850; 95810; 87459; 49438; 49192; 48906; 48795;
 48655; 48630; 48553
 artiniens:107476; 107366; 105710; 104291; 104243; 104127;
 103002; 48604; 48539
 artiniens":107766
 assez:107263; 79326; 65799; 62596; 49968; 43854; 34587;
 34405; 32392
 associatif:42082
 associatifs:109743
 associe:113951; 113572; 72135; 71822; 63958; 61699;
 61504; 61003; 59765; 48230; 38052; 27808; 19814; 7322
 associations:34699
 assure:84155; 36068
 assurent:23822
 astuce:65825
 asymptotiquement:76237
 atemporelles:50051
 atomiques:69144
 atteint:958
 attention:90266
 attestant:64247
 attestations:112816; 112750
 atteste:73010
 attestera:67565
 attribuer:16388
 aacun:83208; 81269; 79827; 72302; 69086; 66109; 64514;
 37434
 aucune:84734; 51071; 48563; 46993; 40776; 29677; 26437;
 16351; 8317
 audit:34621
 aura:112199; 105084; 94945; 74672; 68860; 42800; 36552
 aurait:105203; 84180; 83780; 83175; 82417; 71633; 58572;
 58512; 57325; 50038; 49382; 48832; 37269; 35891; 19528;
 16934; 13043
 aussi:111418; 110314; 110263; 110116; 110059; 107349;
 105782; 105194; 101303; 101048; 98733; 98108; 97880; 89059;
 88875; 87624; 79357; 73117; 72743; 71579; 69731; 69710;
 67137; 66308; 64426; 59172; 55772; 52105; 49327; 48322;
 45547; 40429; 34224; 29444; 29073; 27470; 26783; 16582;
 12071; 1903; 1072; 459; 222; 176
 autant:112808; 107021; 82215; 52358
 auteur:9909
 automatiquement:9784
 autorise:55741
 autre:114218; 112935; 89800; 89717; 79996; 70311;
 69922; 65823; 49746; 46997; 39922; 35770; 30928; 11644;
 2555; 1193
 autrement:75902; 67669; 52631; 52194; 49109; 36662;
 29361; 6604
 autres:86958; 83332; 55833; 54349
 aux:103985; 80221; 80142; 68131; 67635; 67567; 66506;
 47213; 44471; 968; 778
 auxquelles:77268
 avait:105176; 100473; 82378
 avant:109926; 96555; 75523; 68382; 50073; 49884; 32983;
 3000
 avantage:76184
 avec:112169; 109812; 108656; 108182; 105273; 105155;
 104346; 103801; 96604; 96058; 94844; 94592; 94551; 84688;
 84115; 83185; 82924; 82362; 81679; 80151; 80061; 79898;
 77859; 77707; 76340; 73454; 70861; 70830; 69681; 67271;
 64273; 64022; 63138; 62613; 62482; 62319; 62144; 61572;
 60120; 58982; 54211; 52816; 46051; 45853; 45046; 44653;
 44325; 43600; 39834; 38720; 38698; 37924; 37809; 36894;
 35685; 34442; 31917; 30372; 30345; 26315; 25410; 24052;

23166; 22574; 22415; 21408; 19935; 17320; 9973; 9588; 8865; 5387; 2750; 1004
 aventure:33205; 33166; 33041; 32918
 avez:109484; 90213; 87947
 avoir:112798; 105288; 95676; 78156; 57189; 50024; 48814;
 30287; 22599; 21622; 12856; 3962
 axiomatique:79708
 axiome:112291; 109990; 80194; 80094; 79949; 76476;
 76465; 76454; 70301; 69935; 69911; 427
 axiomes:114427; 81262; 79908; 79814; 79720; 76294;
 74170; 69903; 62645; 62148; 55034; 537
 ayant:103538; 103352; 73774; 67382; 2065
 bja:77902
 bja:16124
 bac:76381
 background:46055; 7759
 banach:41859
 banal:68086
 bar:2630
 bas:5105
 base:87062; 87018; 56712; 40558; 39686; 39639; 39518;
 39473; 38341; 22100; 21999
 bases:109977; 8000; 180
 basique:165
 basiques:11381; 7816
 bateau:62090; 50618; 8944
 bateaux:50691
 bcp:55690; 2897
 beaucoup:103206; 91291; 73519
 besoin:114271; 114246; 95678; 83202; 75521; 37064;
 7752
 bidual:38128
 bidule:94638
 bien:114653; 114476; 114383; 113309; 105086; 105025;
 104871; 104814; 98893; 97806; 91676; 91646; 90262; 82101;
 80629; 80055; 79393; 79346; 77672; 77666; 76367; 73831;
 70198; 70045; 70030; 67841; 65329; 64703; 63751; 63707;
 62210; 61975; 61807; 61775; 60350; 59945; 59751; 59663;
 58809; 57220; 56827; 56817; 56122; 53691; 53685; 52572;
 52552; 46078; 46045; 37623; 37397; 31713; 29644; 18219;
 16906; 16081; 16065; 9807; 3990; 3984; 1163
 bijection:79635; 63136; 60118; 60001; 40148; 28593
 bijective:111708; 99177; 99166
 bilan:103188; 102799
 bin:82097; 24236
 blabla:111470; 111454; 111363; 111284; 3145; 3126;
 3102; 3083
 blablabla:80360
 bleu:111869; 111798
 blue:104268; 54898
 bob:74780
 bon:114529; 87935; 78993; 78975; 72057; 71599; 70148;
 65259; 65167; 65158; 65029; 65005; 64939; 63914; 60336;
 51266
 bonne:91575; 67874; 792
 bons:81304; 75593; 74707; 73307; 72857; 70528; 70439;
 70366; 68637; 68074; 68002; 66983; 66694; 66598; 65361;
 64908; 64810; 64777
 book:4
 boole:95432; 68447
 borne:86725; 68695; 65283; 64923; 64916; 54515; 36138;
 26283; 10716
 bouche:51065
 boule:41596; 41563; 41420; 41371; 40948; 40859; 40803;
 40671; 40368; 40228; 39972; 39156; 39092; 38840; 38731;
 38708; 38668; 38423; 38223; 38197; 37852; 37574; 37349;
 36421; 35195; 34585; 34409; 33759; 29691; 29330; 26550;
 8555
 boules:37131; 34232; 20947; 20596; 20168; 11083; 8091
 but:29508
 c'est:113250; 112972; 111058; 107268; 105425; 102199;
 101978; 101464; 101455; 101137; 99863; 98772; 95063; 91857;
 89063; 82505; 81134; 79631; 79547; 79226; 74689; 74590;
 73740; 72564; 72176; 72053; 70991; 70450; 69013; 68208;
 67950; 66537; 65950; 64815; 64527; 63607; 62580; 61566;
 58803; 57811; 57763; 57490; 51469; 51202; 50374; 48284;
 40427; 36088; 36052; 35400; 33812; 32584; 32192; 30819;
 30037; 27103; 26237; 23566; 22166; 18222; 17875; 17303;
 12414; 9858; 8803; 8293; 7346; 6379; 2895; 2823; 2797; 1669;
 1304; 774
 cabalistique:55384
 cabalistiques:762
 cabine:33084; 32854; 32790; 32778
 cacher:113857; 44097; 1297
 cadire:31701
 cadre:56089; 55782; 55672; 29468
 cadres:55688
 calcul:96667; 95150; 83210; 49598
 calculatoire:105116; 92875; 91656; 91631
 calculatoire":91579
 calculs:104560; 97129
 caml:94696; 64414; 64384; 64349
 canonique:104975; 44163; 37645; 16401
 canoniquement:108476; 89812
 caprices:16369
 capricieuse:16916
 car:112738; 106108; 105296; 103376; 99158; 95128;
 90337; 82752; 78699; 78239; 73238; 72001; 70749; 70049;
 68872; 64870; 59056; 57724; 57470; 57310; 54027; 53991;
 53957; 49371; 46229; 43832; 42594; 33810; 33747; 32396;
 32198; 29629; 23022; 8838
 cardinal:109029; 77524; 74213; 74200; 67269; 66927;
 61397; 61340; 61321; 60924; 60447; 60417; 60392; 60363;
 60327; 60274; 60195; 60149; 60136; 60126; 60071; 40122;
 19696; 19674
 cardinale:72065
 cardinaux:74176; 73216; 73158; 73123; 73101; 67314;
 67275; 67218
 cas:111571; 108316; 104657; 103943; 101141; 71583;
 68439; 56356; 56198; 56160; 54351; 50378; 47448; 43595;
 40745; 40433; 38331; 35158; 25456; 20579; 18478; 7865;
 5864; 5113
 cause:84821; 54876; 49950
 cavalier:37807
 ceci:114478; 67519; 38015; 37267; 28794; 28772
 cela:112608; 112503; 112260; 109222; 95814; 91469;
 36830; 28798; 28785; 9514
 celle:92216; 91895; 89465; 87688; 66950; 29586
 celles:80010; 80000; 52460; 52335; 52321; 52309; 52164
 celui:73838; 67328
 central:69249
 centre:40372; 40234; 38435
 cependant:35384; 28132
 cerise:66865
 certain:96206; 94436; 69325; 44808; 44680
 certaine:114303
 certainement:81295
 certaines:113168; 72586; 64502; 52121; 51475
 certains:62685; 2395
 cerveau:49882
 ces:108565; 107526; 96144; 90728; 87951; 83654; 81318;
 76396; 64695; 56108; 55847; 54689; 52138; 51233; 45983;
 39989; 39350; 33008; 30294; 23541; 15721; 15083; 10255;
 994
 cesse:109933
 cet:113847; 111295; 86138; 82110; 75625; 65868; 63988;
 44898; 15678
 cette:113153; 112927; 112283; 108597; 92083; 90925;
 81207; 75534; 75249; 73475; 73414; 72542; 72477; 71692;
 70360; 69040; 68968; 66709; 65880; 65763; 64888; 51371;
 51078; 49890; 49736; 47118; 41619; 37957; 37172; 36947;
 35950; 34006; 31658; 30045; 26848; 26096; 24537; 14439;
 13532; 12053; 7741; 1185
 ceux:104742; 102938; 102847; 101405; 84498; 79837;
 72293
 chacun:95205; 9835
 chacune:103546
 chance:2789
 chances:51389
 changer:9925
 changez:51383
 chapitre:86936; 13776; 13664; 13635; 8929; 7843; 7709;
 3011; 2977
 chapitres:18259

- chaque:114778; 113941; 113562; 107167; 102610; 88629;
 81980; 81841; 81799; 81683; 72347; 72122; 71814; 71444;
 66394; 64533; 64437; 63950; 61691; 61487; 60990; 59747;
 48220; 47891; 44235; 42097; 41539; 39970; 38044; 34896;
 34692; 32788; 27812; 25785; 24489; 21000; 19804; 19748;
 13569; 7326; 2553; 2137
 charme:108593
 chemin:35980
 cher:104574; 32515
 cherche:105948; 36289; 23970; 22541
 chinois:102680
 choisi:92693; 82382; 79324; 66594; 59451; 57709; 52772;
 50995; 48089
 choisie:34739
 choisir:109146; 104928; 94448; 72368; 66665; 42724;
 40580; 39966; 37832; 21813
 choisis:103301
 choisissables:105023
 choisit:66894; 61046; 34581; 32135
 choix:114401; 114364; 112308; 88869; 87871; 79020;
 76480; 76469; 66300; 63872; 63856; 63814; 63800; 63246;
 62704; 62649; 62526; 60516; 59283; 59228; 20420; 19941;
 4002; 3944
 chose:114447; 114171; 81475; 68759; 68184; 67761;
 48501; 48358; 47150; 44107; 32450; 30893
 choses:108825; 70406; 66343; 39028; 23694; 12848
 ciel":64406
 clair:16532
 classe:96641; 87332; 46158; 45072; 44589; 43933; 43663;
 26614; 26383
 classes:105041; 102870; 45823; 45629; 44573; 43820;
 43774; 43729; 28871
 classique:104960; 96745; 94672; 81347; 78935; 76261;
 60523; 60478; 56097; 31100; 18759; 229; 206
 classement:30012
 classiques:108827; 107375; 94776; 81450; 76365; 62665;
 60018; 29273; 18292; 18251; 15039; 1279
 classiques":89122
 clos:79858
 codage:55378
 coder:55633
 coefficient:22086
 coefficients:104058; 103981; 103843; 103805; 103723;
 103587; 103295; 102168; 97196; 40086
 coefs:93604
 coeur:81316
 cohomologie:34292
 colle:97483; 96529
 collection:113796; 113239; 112929; 112823; 112195; 66376;
 64691; 64150; 62476; 62454; 55745; 55725; 55490; 55459;
 55435; 27023
 collections:112953; 112240; 55392; 55046; 26831
 collar:83680
 colonne:93807; 93749
 colonnes:103366; 103273
 comaximaux:102665
 combinaison:109234; 103703; 103573; 92942; 92918;
 92380; 86487; 86077; 40392
 combinaisons:40080
 combonatoire:72063
 comme:112974; 111585; 110668; 110429; 110181; 109886;
 109846; 109757; 109721; 109364; 109156; 108327; 107334;
 107124; 106141; 105249; 105188; 103526; 103083; 101453;
 93101; 84801; 83768; 83217; 82991; 82656; 82638; 82548;
 82250; 81868; 78589; 78164; 78117; 77288; 76412; 76123;
 75421; 74095; 73119; 73095; 73062; 70179; 69472; 66896;
 66861; 66563; 66553; 60255; 59990; 58555; 57513; 57312;
 56196; 53821; 50357; 50297; 49837; 48996; 48043; 47905;
 46284; 41473; 36525; 36086; 34958; 33058; 31240; 30270;
 29882; 28755; 27970; 26833; 25984; 25195; 24268; 24195;
 23588; 22668; 21819; 21541; 21533; 20354; 19432; 18726;
 17107; 16417; 15805; 15738; 13998; 12406; 11575; 11134;
 6119; 4573; 2620; 2393; 1756; 876; 434; 300
 commence:99312; 80553
 comment:113022; 112424; 112410; 79053; 48460; 11393
 commentaires:91338
 commise:37185
 commutatif:101193; 99337; 97759; 97536
 commutatifs:109739; 98253
 commutent:1595
 commutif:95191
 compact:106930; 106516; 106416; 106369; 106128; 105903;
 105892; 105814; 105730; 105668; 105522; 105472; 85773;
 49435; 48918; 48076; 47250; 47194; 46469; 46113; 45543;
 45481; 45188; 43702; 43574; 39162; 39098; 34499; 34108;
 33831; 33628; 33340; 32641; 29604; 29592; 29526; 29399;
 27384; 27310; 27003; 26023; 25819; 25736; 25335; 25102;
 25009; 24205; 24133; 23637; 23346; 22845; 22795; 21643;
 21112; 21070; 21042; 20891; 20863; 20550; 20530; 20010;
 19727; 19684; 19108; 19057; 19002; 18352; 18190; 15459;
 15356; 15313; 15109; 14468; 13300; 11628; 11430; 10435;
 10425; 10329; 9732; 9712; 8044; 7967; 1964; 1577; 1027
 compacte:85837; 42126; 24383; 19175; 15187
 compactes":812
 compactification:26872; 26717; 24878
 compactifications:23981
 compactifier:24179
 compacts:106486; 106458; 106402; 106189; 105444; 85748;
 85518; 48543; 48470; 47112; 45460; 45201; 43561; 19661;
 18984; 18329; 15407; 15292; 15260; 15208; 15181; 13513;
 11624; 972
 comparant:98046
 comparer:64298; 64123
 complet:87047; 38895; 36058; 35149; 31739; 31464;
 30562; 26665; 24126; 20887; 20859; 20583; 20104; 20083;
 11027
 complets:37111; 15284; 15264; 15234
 complexe:68771
 comportement:33130
 composante:34717; 34673; 33989; 33647; 33523
 composantes:34446; 33478
 comprendre:107736; 65925; 48458; 2614
 compris:55881; 31615; 15759
 compte:112438; 64525
 concentrer:66823; 8888
 concernant:35394; 15847; 11385; 8002; 4356
 concerne:39263
 concernent:86975; 10259; 9697
 concise:70396
 conclure:58008
 conclusion:110536; 73386; 68560; 67247; 23966; 4839
 conclut:112773
 concret:14510
 concrete:14271; 11694
 condition:68290; 23730; 3553
 conditions:52874; 3413
 conduis:96562
 conduit:51162; 49168
 cone:83755; 83699; 83398; 83379; 83170; 83061; 83047;
 82986; 82892; 82475; 82270
 cones:83430; 83406; 83193; 83108; 82338
 conitnue:27184
 connais:77258; 47144; 35369; 32444; 2735
 connaissant:81310
 connaissent:73525
 connaissez:583
 connaitra:16196
 connaitre:95682; 17821; 17803; 7790
 connexe:34938; 34719; 34675; 34546; 34507; 34348;
 34180; 34110; 33991; 33878; 33844; 33696; 33649; 33630;
 33525; 19112; 19053; 15191; 10294
 connexes:34448; 33480; 18986; 15183
 connu:108874; 104873; 97808; 73833; 59982; 58811;
 17789; 15694; 11587
 connue:114385; 105769; 103212
 connue":65829
 connus:56124
 connus:76369; 17522
 consacrerai:91319
 conseille:18300
 consideration:526
 consistant:77857; 2674
 consistante:62611
 consiste:109899; 80320; 35996; 35071

constant:97973; 34625; 34572
 constante:75146; 34263; 34214; 34077; 33887
 constants:101794; 98052
 constructible:64537; 64441
 constructibles:64380; 62460; 61781
 construction:100021; 58594; 41621
 construire:113466; 103409; 103125; 75049; 64357; 61094;
 55569; 46856; 40347; 40273; 19933
 construis:94713
 construisant:41487
 construit:61107; 40182; 32120
 construite:55729
 construits:21798
 contenant:101394; 100513; 100365; 100285; 45068; 40663;
 36417; 33761; 14179
 contenir:66103; 55444
 contenu:26730; 3572
 contenu:100173; 15686
 contiendrait:40332
 contienne:78231; 72505; 37848; 25831
 contienent:114103; 113724; 104547; 104530; 101005;
 100951; 96109; 84932; 84838; 84502; 83537; 83410; 82754;
 81878; 79864
 contient:105241; 104206; 104168; 101113; 100702; 100397;
 96919; 96260; 96252; 95912; 95760; 95747; 95706; 95342;
 93595; 92424; 92241; 92214; 90698; 87893; 87850; 87846;
 87826; 87509; 87471; 85378; 84660; 84619; 84607; 83102;
 82546; 82517; 82014; 76117; 75010; 73150; 65265; 65082;
 63517; 53815; 48635; 48561; 48035; 44743; 44302; 44286;
 43951; 43902; 39233; 39221; 39213; 33774; 28438; 26544;
 22869; 22830; 21539; 17101; 16647; 14277; 12771; 12761;
 12292; 12147; 4615; 2268; 2034; 1467
 continu:73236; 73177; 70483; 67343; 65718; 63848; 62607
 continuant:42811
 continue:105678; 99388; 85785; 85354; 85270; 44716;
 43464; 42115; 41883; 39865; 39696; 39460; 39183; 39015;
 37633; 37407; 37258; 36247; 34207; 33867; 33437; 33102;
 32669; 31248; 30954; 30855; 29454; 27472; 27396; 27292;
 26989; 17485; 17455; 17422; 15122; 13875; 11787; 9672;
 9632; 6785; 6768; 6687; 1039
 continues:85744; 85198; 45255; 41256; 39749; 39528;
 36107; 23652; 18488; 15474; 9559; 1591
 contradiction:109450; 108180; 105429; 104598; 101090;
 100126; 92488; 86595; 85140; 83792; 82967; 82866; 82729;
 82673; 81949; 78910; 78807; 78440; 76098; 72417; 61570;
 59187; 59054; 58316; 57835; 57825; 57806; 57787; 55533;
 54344; 49174; 46882; 40463; 39901; 39500; 36892; 31876;
 28007; 26820; 26007; 25555; 25319; 24714; 23606; 22545;
 20837; 20398; 19584; 19456; 18747; 14978; 14784; 13861;
 13270; 13101; 12558; 12080; 8863; 8434
 contradictions:112268
 contradictoire:113337; 112418; 112188; 80026; 54872;
 12416; 2882
 contradictoires:76278
 contraidction:59918
 contrainte:37938; 16353
 contraintes:73589
 contraire:50099; 28489
 contrairement:68129
 contre:109046; 106882; 106681; 104285; 103507; 92748;
 92697; 90431; 86132; 84094; 70704; 63240; 32455; 22374
 contredirait:100529; 71666
 contredire:15859; 843
 contruire:107044
 contruits:21516
 conventions:87324
 converge:41398; 24253; 24231; 22516; 21781; 21322;
 21181; 21136; 21094; 21030; 21023; 10897; 2482
 convergence:23679; 15504; 14375; 9453; 9298; 8976
 convergente:21630; 15335
 convexe:38678; 33338
 convexes:39391; 39303; 38513
 conviendra:66076; 1621
 convienne:1901
 cool:91187; 91084
 coolitude:91746; 91357
 coor:22258; 22227; 22214; 22115; 22079
 copie:97481; 96527
 copies:33014
 corollaire:114370; 102398; 101160; 84465; 83219; 59622;
 59214; 40525; 33380; 30973; 11646; 11577
 corps:106508; 106391; 102962; 102766; 101509; 97822;
 97788; 97581; 96999; 96940; 96623; 96461; 96386; 95282;
 95238; 89477; 85986; 48680; 48622; 48493; 48375; 48074;
 45251; 45220; 45199; 39608; 38337
 corpus:32534
 correspondant:17238
 correspond:112742
 correspondances:50123
 correspondant:104971
 corresponde:89967
 correspondront:64510
 corrige:77979
 coudre:113072
 coup:114311; 66810
 couple:90244; 76498; 75413; 73800; 73643; 73606; 71949;
 70262; 60992; 44290; 31124; 28363; 17577; 17307; 9722;
 9576; 8729
 couples:111546; 106233; 75642; 73887; 72572; 70075;
 59121; 56170; 56134; 30115; 26969; 12674
 coups:74839
 couramment:2617
 courant:68374; 50112; 37884; 1177
 courants:52033; 196
 cours:94774; 68976; 162
 court:63580; 35978
 courte:79048; 49892
 courtes:12885; 772
 coute:32509
 couvre:82202
 couvrir:664
 cpoids:54572; 50800; 50695; 50665; 50649; 50587; 50554;
 50518; 50451; 50397
 cqfd:103799; 93110; 69405; 49707; 41157; 37540; 34967;
 30736
 crivons:98154
 crois:77310
 croiser:735
 croissante:108024; 106780; 104218; 87521; 47939; 43168;
 21726
 d'Aladin:113054
 d'Alexandrov:26719; 25718; 24906; 24894
 d'Ascoli:14486; 14285; 11662
 d'abord:100810; 97651; 11856
 d'accord:67204; 67160
 d'aller:113269; 51103; 597
 d'analyse:39036; 30883
 d'analyste:29562
 d'anneau:91390; 88754; 88720; 88651; 87690
 d'anneaux:104289; 102872; 95452; 90393; 88157; 88099
 d'anneaux":96610
 d'antichaine:71686
 d'applications:82392; 82217; 9315; 9171
 d'arbitres:65962
 d'arriver:2759; 2601
 d'aucun:7757
 d'aucune:2506
 d'autre:54647; 53154
 d'autres:113320; 96115; 83187; 62695; 55579; 37638;
 25676; 15731; 178
 d'avance:17064
 d'avant:48070; 32910
 d'avoir:114248; 64288; 37068
 d'axiome:112287; 73210; 70335
 d'axiomes:113302; 76133; 54830
 d'efforts:55525
 d'en:110877; 110598; 42906; 9913
 d'encre:10018
 d'ensemble:77326; 76969; 76907; 76840; 76773; 76705;
 76591; 66143; 62076
 d'ensembles:73651; 73608; 63077; 62862; 62803; 62732;
 56941; 25396
 d'entiers:23521; 21728
 d'entre:103890; 52578; 2696

- d'envoyer:26732
d'espace:30022; 9927
d'espaces:13507; 11622; 11608; 7637; 7287
d'esprit:1746; 1319
d'essayer:76205
d'existences:113172
d'explication:113094
d'exprimer:73752
d'extensionnalite:112300
d'extraire:2456; 2374
d'habitude:75577
d'identifier:102215; 71038
d'ignorer:26846
d'inaccessible:62142
d'informations:25684
d'injection:60874; 59284; 59480
d'intersection:13648
d'intersections:25392; 25363; 25205; 24468; 6031; 5643; 4945
d'invariance:51674
d'nu:112600
d'objets:861
d'obtenir:113294; 46878; 37907
d'ordinal:56360
d'ordinaux:58335; 58023; 56887; 56852
d'outils:84881
d'ouverts:75162; 67408; 63349; 46931; 46866; 46485; 45168; 45002; 20139; 20032; 14177; 12676
d'um:114527; 113878; 112635; 112567; 112527; 112487; 108405; 108341; 106410; 100651; 96701; 95818; 95316; 90645; 89788; 89709; 89385; 87740; 87548; 87354; 85155; 84916; 79589; 78991; 78973; 73283; 70443; 70299; 68641; 68615; 68054; 68007; 67456; 66730; 66698; 65016; 64874; 64865; 63221; 62789; 61395; 61123; 60235; 60197; 59647; 57875; 56799; 56782; 55498; 55475; 55437; 55422; 54007; 49922; 49146; 48791; 48719; 38832; 35986; 35036; 33818; 33336; 30920; 30184; 29588; 26762; 24201; 23863; 19676; 18176; 18145; 16556; 14167; 12124; 10633; 9317; 9173; 2096
d'ume:114407; 112764; 107746; 97721; 94702; 93439; 89814; 77230; 68658; 68256; 64707; 55056; 54589; 53133; 51122; 43135; 42086; 40556; 39814; 35059; 32920; 30027; 30018; 24007; 17066; 14267; 9829; 2934; 1914
d'utilisation:80368
d'y:608
dans:114731; 113455; 113406; 113064; 112696; 112182; 112101; 111968; 111934; 111745; 111633; 111528; 109874; 109836; 109405; 108378; 107793; 106582; 105592; 105047; 105029; 104983; 104843; 104773; 104539; 104448; 103965; 103682; 103427; 103399; 103313; 103025; 100971; 100175; 96814; 96726; 95424; 95163; 94768; 94365; 94144; 94057; 93198; 93153; 92081; 91827; 91788; 91753; 91528; 91137; 90985; 90443; 90395; 90349; 90233; 89923; 89796; 89713; 89132; 88769; 88728; 88544; 88036; 88020; 87905; 87115; 87002; 86613; 86166; 85793; 85702; 85255; 84889; 84864; 84399; 84169; 84077; 83974; 83731; 83616; 83479; 83162; 82568; 82408; 82225; 82193; 81622; 81434; 81215; 80410; 80273; 79845; 79597; 79311; 79129; 78876; 77884; 77592; 77470; 76946; 76749; 76422; 76245; 75532; 75503; 75483; 75185; 73479; 73436; 73403; 73262; 73242; 73074; 73034; 73015; 72521; 72332; 72318; 72295; 71935; 71137; 71115; 71095; 70801; 69963; 69587; 69251; 68958; 68874; 68773; 68623; 68398; 68319; 68227; 67945; 67933; 67822; 67726; 67692; 67625; 67523; 67501; 67464; 67252; 67238; 67139; 66638; 66573; 66349; 66334; 66091; 65845; 65627; 65552; 65458; 65215; 65199; 65175; 64408; 64038; 63468; 63446; 63204; 62797; 62680; 62168; 61678; 61301; 61267; 61131; 60979; 60882; 60824; 59911; 59853; 59832; 59513; 59488; 59431; 59329; 58999; 58829; 58734; 58705; 57413; 56085; 55778; 55684; 55668; 54753; 54447; 51421; 51395; 51324; 51109; 51076; 51005; 50601; 50264; 50232; 48900; 48519; 48503; 48296; 45960; 45948; 45434; 44994; 44896; 44496; 44372; 44345; 43689; 43591; 43475; 43174; 42940; 42500; 42019; 41947; 41865; 41748; 41715; 41592; 41353; 40766; 40156; 40112; 39968; 39932; 39191; 38836; 38766; 38748; 38727; 38704; 38327; 38219; 38193; 38074; 38021; 37886; 37792; 37653; 37282; 37187; 36018; 35735; 35672; 35553; 34721; 34681; 34591; 34450; 33985; 33445; 33348; 33072; 32850; 32820; 32786; 32681; 32488; 31829; 31766; 31046; 31007; 30987; 30934; 30924; 30845; 30487; 30380; 30163; 29675; 29648; 29584; 29464; 29433; 29304; 28812; 28709; 28581; 28333; 27610; 27445; 27408; 27368; 27339; 27278; 27192; 26997; 26637; 26410; 25837; 25080; 24564; 24297; 23905; 23712; 23660; 22913; 21302; 20065; 19955; 19920; 19648; 19606; 18620; 18474; 18388; 18325; 18255; 18184; 17495; 17465; 17432; 16938; 16910; 16584; 16566; 15602; 15482; 15386; 15132; 14857; 14634; 14323; 12044; 11764; 10880; 10484; 9682; 9650; 9325; 9181; 7824; 7792; 7435; 6674; 6313; 6288; 5109; 4032; 3740; 2884; 2626; 2409; 2077; 1645; 1047; 806; 442; 190
date:50081
dedans:105198; 85171; 52372; 21601
definitions:500
dehors:75893; 72289; 55640; 43116; 7770
demande:107132; 15895; 1709
demandent:26435
demander:112976; 84135; 24245; 15953
demanderaient:81293
demi:41150; 41090; 41054; 40896; 39144; 39080; 38958; 34008; 33949
dense:75160; 73368; 71316; 65497; 65406; 40313; 40109; 39999; 39920; 39878; 39772; 38072; 27366; 26408; 23710; 6536
denses:66157; 65907; 39963; 20145
dernier:98999; 44837; 29078; 25542; 19947
derniers:96146; 53720; 996
des:114725; 114552; 114279; 113992; 113961; 113798; 113613; 113582; 113408; 113402; 113390; 113214; 113190; 113184; 113102; 112825; 112748; 112459; 112371; 112252; 112236; 112149; 111853; 111843; 111735; 111440; 109502; 109248; 109119; 108964; 108823; 108673; 108451; 108422; 108335; 108295; 108006; 107831; 107534; 107402; 106880; 106588; 106448; 106082; 105575; 105004; 104139; 104060; 103721; 103662; 103599; 103585; 103505; 103019; 102944; 102409; 102180; 100264; 100023; 97729; 97385; 97208; 97127; 96870; 96818; 96621; 96606; 96184; 96157; 96091; 95093; 95029; 94782; 94553; 93251; 93213; 92573; 92537; 91782; 91493; 90995; 90975; 90672; 90097; 90008; 89911; 89886; 89774; 89562; 89467; 89379; 89243; 89214; 89067; 89006; 88918; 88857; 88826; 88818; 88382; 88315; 88256; 88163; 88153; 88110; 87430; 87105; 86977; 86795; 86729; 86081; 86006; 85388; 85294; 85165; 85078; 84924; 84852; 84830; 84381; 83956; 83596; 83564; 83459; 83428; 82803; 82252; 82235; 81639; 81572; 81519; 81484; 81279; 81260; 80308; 80153; 80068; 80063; 79854; 79174; 78767; 78738; 78611; 78519; 77400; 76446; 76414; 76251; 76176; 76048; 75640; 75360; 75339; 75121; 74954; 74931; 74794; 73504; 73305; 73121; 73099; 72969; 72829; 71705; 71372; 71245; 71208; 71183; 71163; 71119; 71056; 70526; 70437; 70073; 69901; 69110; 68722; 68718; 68635; 68424; 68072; 67997; 67866; 67505; 67358; 67216; 66981; 66958; 66803; 66788; 66692; 66596; 66555; 66524; 66502; 66341; 66225; 66049; 65903; 65143; 65139; 65092; 64988; 64823; 64808; 64775; 64614; 64604; 64504; 64267; 64217; 64152; 63602; 62456; 62387; 62294; 61937; 61619; 61011; 60573; 59315; 59119; 58954; 58921; 58660; 57912; 56980; 56893; 56365; 56347; 56202; 56168; 56162; 56118; 55859; 55809; 55794; 55699; 55686; 55656; 55571; 55492; 55418; 55058; 55044; 54727; 54620; 54543; 54519; 53911; 53716; 53411; 53371; 53084; 51823; 51577; 51549; 51527; 50964; 50835; 50687; 50468; 50413; 50172; 50148; 50121; 49853; 49833; 49785; 49766; 49750; 49310; 49220; 48699; 48535; 48525; 48513; 48475; 48302; 48164; 48130; 48066; 48039; 47736; 47725; 47186; 47100; 47034; 46691; 46610; 46197; 46033; 46025; 46021; 45898; 45699; 45197; 44460; 44439; 44426; 44195; 44122; 43772; 43602; 43328; 43259; 43050; 42744; 42687; 42621; 42551; 42294; 42221; 42053; 41690; 41250; 41181; 41007; 40835; 40747; 40695; 40552; 40299; 40090; 40078; 39959; 39524; 39389; 39313; 39026; 38945; 38511; 37878; 37742; 37181; 37129; 37117; 37072; 36150; 36101; 35830; 35446; 35245; 35156; 34849; 34597; 34458; 34381; 34286; 33476; 33060; 33051; 32229; 32052; 31919; 31627; 31550; 30942; 30453; 30113; 30082; 29470; 29292; 29259; 29190; 29109; 28920; 28869; 28808; 28751; 28396; 28277; 27900; 27524; 27166; 27121; 27046; 26967; 26921; 26803; 26425; 26291; 26287;

26141; 24963; 24650; 24336; 23838; 23767; 23648; 21547;
 20782; 19659; 19343; 19180; 19145; 19020; 18559; 18247;
 18153; 17180; 16651; 16598; 15753; 15470; 15077; 14917;
 14813; 14719; 14492; 14307; 13419; 13330; 13067; 13008;
 12916; 12871; 12672; 12652; 12627; 12520; 12501; 12353;
 12335; 12191; 12034; 11920; 11903; 11868; 10933; 10720;
 10556; 10341; 10234; 10224; 10214; 9401; 9373; 9239; 9059;
 8235; 8089; 7895; 7837; 7812; 7772; 7670; 7467; 7421; 6966;
 5968; 5424; 5334; 5304; 5286; 5143; 5049; 4994; 4929; 4656;
 4508; 4311; 3916; 3785; 3315; 3231; 2809; 2763; 2458; 2376;
 2270; 2067; 2036; 1818; 1492; 1387; 1281; 1179; 869; 713;
 707; 482; 281
 descendante:102034
 description:66711; 66608
 dessous:93922; 43352; 37968; 25705; 23724; 14514
 dessus:113283; 112644; 112352; 111025; 105754; 97361;
 85189; 84970; 70422; 67364; 60104; 48452; 46987; 46288;
 46092; 45239; 38941; 38789; 37054; 15795; 9800; 8036; 7849;
 4911; 2644; 1830
 deux:112760; 110770; 108815; 108472; 108397; 104655;
 103534; 102671; 102667; 102656; 102652; 102439; 102435;
 99032; 98249; 96730; 94896; 87994; 85232; 83340; 83310;
 83306; 81444; 78233; 78062; 77386; 75538; 75066; 72865;
 72861; 72492; 72203; 67414; 67410; 55450; 54584; 54500;
 54496; 53718; 52872; 52576; 52352; 51667; 51663; 51500;
 50679; 48639; 46872; 46868; 46759; 45985; 45603; 43447;
 39301; 32575; 32237; 32233; 31817; 30944; 28199; 26256;
 25990; 17664; 16762; 12804; 10308; 5019; 1587
 devenir:112725
 deviennent:76330
 deviner:16415
 devinette:75431; 74601; 74382; 74300; 74264; 74225;
 73760; 73706; 73631; 73620; 73572
 devoir:49808
 devraient:52147
 devrait:12568
 diagonalement:2391
 didacticiel:7714
 difficile:105758; 96747; 660
 dijoints:29168
 dimension:39600; 39442; 38517; 22984; 22801; 21968;
 21918; 21847; 18202; 18141; 18102
 dira:108237; 65465; 65396; 56660; 50382
 dire:112614; 111062; 110295; 110245; 110164; 109751;
 101468; 98776; 94995; 92891; 89748; 82509; 80559; 80324;
 79230; 64857; 64819; 51206; 50970; 50943; 46216; 40757;
 37865; 33280; 30825; 30785; 27107; 25466; 24189; 17879;
 16409; 16182; 9990; 9862; 9716; 8807; 7350; 6383; 3576
 direct:99295
 directement:17076; 5263
 direz:68018
 dirons:73602
 disant:110206; 51019
 discours:986
 disent:114441
 disjoints:71869; 12059; 10304
 disjoints:78780
 disjoints:73653; 72867; 71722; 67416; 54502; 51762;
 51669; 46939; 46874; 46493; 39317; 39307
 disons:46561
 disparition:91780
 distance:63641; 38908; 35110; 31446; 19740
 distinct:100443; 100410; 100242; 100163
 distincts:102650; 102433; 100274; 78237
 distinguer:114277
 dit:113161; 112112; 112069; 111786; 106365; 106270;
 99489; 99345; 96583; 95826; 95653; 93953; 91234; 91173;
 91078; 91030; 90949; 90839; 90802; 90772; 90740; 90710;
 89057; 88939; 87746; 87622; 87554; 86587; 81361; 80262;
 79806; 78722; 75904; 70987; 68714; 68237; 67754; 67671;
 66457; 63476; 61795; 60375; 60280; 56526; 55242; 52633;
 52196; 49111; 48390; 39291; 38687; 36664; 36185; 30889;
 30816; 29981; 29363; 29223; 28058; 27417; 23231; 23096;
 17055; 16137; 11213; 11110; 11058; 11025; 10889; 10780;
 10480; 10423; 10325; 10292; 10059; 6606; 6452; 4593; 4385;
 3686; 3389; 3189
 dite:111706; 111669; 111641; 74605; 73710; 10179; 9445;
 9099; 9029; 6766; 6682; 6589; 6534
 dites:108617
 dits:90678
 divisait:95005
 diviseur:87634
 diviseurs:93165; 92517; 91813; 91796; 91725; 91670;
 91620; 91599; 90849
 dizaines:670
 document:114814; 81438; 68962; 67927; 56389; 38770;
 31011; 141
 documentations:25678
 documents:194
 doit:113853; 76400; 68392; 44093; 34012; 32963; 8884
 doivent:52239; 50055; 30298; 1293
 domaine:77917; 63098; 62892; 62826; 62753; 59415;
 58668; 2193; 1908
 don:64402
 donc:114134; 114115; 114081; 114045; 113755; 113736;
 113702; 113666; 112885; 112625; 112576; 112536; 112040;
 110946; 110909; 110857; 110712; 110661; 110648; 110609;
 110510; 110433; 110373; 110349; 110308; 110257; 110178;
 109522; 109266; 108772; 107328; 107300; 106892; 106151;
 105698; 105312; 105243; 105121; 105002; 104911; 104625;
 104344; 103955; 103451; 103050; 102563; 102558; 102392;
 102286; 102242; 102193; 102054; 102015; 101813; 101721;
 101291; 100963; 99998; 99223; 98891; 98862; 98799; 98636;
 98208; 98117; 98017; 97874; 97840; 97337; 97300; 97221;
 97073; 96930; 96911; 96693; 96331; 96294; 95779; 94985;
 94513; 94142; 93565; 93541; 93056; 92435; 92231; 85728;
 85425; 85057; 84668; 83314; 83086; 83009; 82974; 82864;
 82748; 82646; 82051; 81735; 81107; 81006; 80752; 80555;
 80527; 79190; 78794; 78483; 78219; 78183; 78125; 76081;
 75788; 75751; 75180; 75169; 73375; 72910; 72821; 72362;
 71526; 71328; 70789; 70274; 70208; 69470; 69456; 69336;
 68809; 67337; 66971; 65103; 64055; 64008; 61457; 61424;
 61315; 61255; 61161; 59176; 58500; 58416; 58308; 58254;
 58190; 58085; 57842; 57790; 57611; 57560; 57337; 57075;
 54964; 54325; 54123; 54096; 53224; 52657; 52391; 52103;
 50057; 49694; 49672; 49636; 49471; 49450; 48318; 48124;
 48008; 47968; 47913; 47866; 46000; 45876; 45799; 45426;
 44790; 44719; 44304; 42722; 41965; 41206; 41120; 41079;
 40425; 40330; 40316; 40284; 40002; 39912; 39890; 39880;
 38629; 38103; 37486; 36917; 34338; 34251; 34086; 34069;
 33786; 32020; 31815; 31201; 31030; 29920; 28589; 28445;
 28271; 27884; 27590; 25249; 25217; 23430; 23130; 22990;
 22980; 22723; 22451; 22386; 22175; 21469; 21439; 21040;
 21021; 20978; 20827; 19562; 19437; 18897; 18736; 16949;
 16891; 16830; 16811; 16743; 16726; 13953; 13809; 13261;
 13045; 12816; 12732; 8426; 7705; 7263; 7234; 7089; 6916;
 6253; 6187; 6165; 6102; 6094; 6047; 5612; 5594; 4824; 4757;
 4732; 4561; 2962; 335; 304
 donnant:49429
 donne:113088; 113012; 107504; 107195; 90625; 69264;
 65747; 64335; 63929; 58815; 56691; 56143; 55857; 47286;
 41268; 33555; 29711; 28195; 27561; 25970; 23252; 23193;
 22432; 14616; 11897; 9524; 8510; 6893; 1754; 1338
 donnent:96657; 865
 donner:107532; 82149; 51095; 49742; 31078; 11677
 donnera:2597
 dont:114256; 103755; 103611; 102979; 102849; 96737;
 96418; 95834; 89953; 88653; 80242; 77656; 77252; 74703;
 68452; 68144; 67939; 65440; 62822; 59955; 59411; 58664;
 56970; 48980; 47078; 44402; 43997; 43340; 43102; 42521;
 39712; 39030; 37719; 29576; 19004; 16331; 13057; 11807;
 10872; 10817; 4303; 470
 dote:36119
 double:111049
 doucement:96566
 dresse:89154
 droit:54614
 droite:95958; 35994; 35952; 35930; 34010; 33951; 22455;
 22394
 dual:40642; 40636; 40570; 38177
 duale:39688; 39520
 duaux:40554
 dupliquer:112806; 112746

- durant:37290
 durs:76332
 easy:1946
 effectivement:68848
 effet:114232; 113899; 106504; 103976; 101916; 101666;
 95691; 95421; 95354; 95288; 70103; 51459; 49981; 48690;
 37198; 35881; 34185; 33849; 33715; 32318; 31881; 27486;
 21509; 15826; 5698; 5673; 2406
 efficaces:717
 effort:81271; 55666
 egale:4915
 elle:112771; 111712; 103119; 92239; 81455; 75477; 73716;
 65777; 64748; 62592; 58412; 58186; 56811; 55483; 40760;
 39223; 37629; 37403; 34210; 34088; 31215; 30950; 27468;
 27286; 16470
 elles:52477; 52118; 44579; 12889; 2698
 else:104106; 104045; 103148; 103108; 95578
 elts:82760
 enchainer:109513
 encore:82963; 81136; 79922; 78537; 70398; 68359; 37690;
 36014; 4624; 3205
 enensemble:63213
 engendre:90137
 engendrent:105043; 39993
 engendrerait:40305
 enonces:18277
 enregistre:95077
 entraine:112505
 ensemble:114506; 113943; 113842; 113564; 112917; 112211;
 112061; 111976; 111938; 111867; 111792; 111538; 111330;
 111297; 111260; 108932; 107582; 107572; 90091; 88996; 85204;
 85157; 84918; 84319; 83894; 83271; 83094; 82386; 82178;
 80338; 78955; 77699; 77646; 77552; 77437; 77222; 77045;
 75158; 72568; 71925; 70976; 68617; 67406; 67024; 66995;
 66671; 65582; 65495; 65438; 65325; 64904; 64535; 64516;
 64439; 63484; 63283; 63126; 63069; 62980; 62922; 62860;
 62801; 62726; 62405; 62204; 62043; 61967; 61799; 60757;
 60672; 60457; 60199; 60108; 59643; 59290; 59235; 58612;
 58537; 58329; 58021; 56960; 56881; 56850; 56558; 56518;
 55753; 55500; 55477; 55439; 55424; 53825; 53312; 51758;
 50918; 50822; 50721; 50630; 50197; 46929; 46483; 42948;
 42504; 42175; 40104; 40071; 39647; 38968; 29397; 28327;
 25544; 25271; 24668; 24558; 24199; 23865; 22907; 21577;
 20937; 19764; 18365; 18188; 18030; 16641; 16489; 16282;
 16245; 14777; 14169; 11965; 11077; 10813; 10635; 9866;
 9319; 9313; 9175; 9169; 8272; 7558; 7395; 7354; 7302; 6387;
 4295; 3724; 3365; 3310; 2003; 1922
 ensembles:113216; 112254; 109997; 107776; 77388; 76253;
 76178; 76046; 74835; 71765; 67166; 66155; 65905; 63183;
 63151; 62458; 60575; 55496; 54729; 51659; 51502; 50701;
 50671; 50174; 48168; 47502; 29928; 27123; 26835; 18155;
 16764; 15405; 10238; 9815; 5306; 3233; 2811
 ensembliste:9780
 ensemblistes:73547; 72079; 49758; 26807; 7776; 3049
 ensuite:41380; 867
 entend:74680
 entendu:68652; 65918; 64499
 entier:112982; 112081; 103471; 91987; 91961; 91193;
 90706; 84679; 78625; 77448; 75208; 75116; 66005; 63922;
 60644; 58856; 56313; 55409; 54674; 48248; 47948; 47893;
 47816; 43187; 41532; 40328; 40010; 33422; 33325; 32626;
 23479; 23320; 23030; 22364; 21360; 21340; 20503; 20328;
 19832; 19750; 17914; 10999; 8656; 8448; 2538; 2304; 2139;
 1807; 1736; 1249
 entiers:111845; 103437; 56367; 56164; 23543; 10935
 entrainement:110776; 110448
 entraine:114343; 96087; 94459; 91776; 87873; 82354;
 77150; 76094; 62708; 60510; 51682; 48740; 46651; 46394;
 45977; 45394; 42033; 41320; 40965; 32006; 23859; 14163
 entrainement:74178
 entrainerait:81590
 entre:110786; 110458; 90914; 90878; 90682; 68915; 67917;
 67277; 63454; 63311; 54568; 16427; 15761; 558
 enumerate:112141; 111238; 111216; 110084; 110072;
 109985; 109956; 109326; 80301; 79939; 67352; 67078; 64318;
 63942; 63562; 63252; 63230; 62716; 60810; 60024; 57008;
 56718; 54856; 54771; 35633; 35535; 20249; 20185; 17508;
 17327; 14248; 12936; 12830; 11935; 11153; 9012; 7278; 7045;
 6798; 6442; 6338; 5270; 4887; 4673; 3545; 3428; 3338; 3057
 envie:112201; 112161; 51097; 24002; 2599
 envoie:92332; 90295; 88627
 equivalence:556
 esp:17397
 espace:108916; 86150; 85978; 85797; 85769; 85538;
 84959; 75627; 75570; 74699; 70445; 68643; 68009; 66898;
 66700; 65345; 64793; 46915; 46467; 45537; 41092; 41056;
 40770; 40309; 38960; 38887; 35419; 35128; 35026; 32639;
 31649; 31262; 30521; 28964; 28841; 28713; 27382; 27308;
 27001; 26950; 26368; 26128; 24926; 24203; 24183; 24042;
 24009; 23635; 22958; 22777; 21902; 21106; 21064; 20875;
 20847; 20548; 20528; 20100; 20079; 20004; 19678; 19000;
 18348; 15456; 15352; 15307; 15105; 14466; 12952; 12596;
 12476; 11731; 11518; 11467; 11418; 11180; 11106; 11052;
 11019; 10858; 10757; 10689; 10531; 10455; 10419; 10321;
 10286; 10117; 10037; 9854; 9601; 9329; 9185; 8042; 7336;
 6926; 6848; 6646; 6374; 1962; 1575; 1025
 espaces:89695; 89469; 85234; 43449; 41152; 40898; 39146;
 39082; 37119; 37105; 31552; 18135; 17340; 15280; 15256;
 15230; 15206; 10226; 5021; 970
 essaie:92718
 essaitopindex:114803
 essai:606
 essayer:16411
 essence:80605
 essences:113170
 essentiel:68122
 essentiellement:37062; 32542
 essentielles:55866
 est:114651; 114595; 114480; 114405; 114381; 114366;
 114185; 114142; 113816; 113763; 113492; 113241; 113074;
 113002; 112883; 112855; 112416; 112354; 112207; 112110;
 112067; 111956; 111922; 111849; 111796; 111760; 111714;
 111704; 111667; 111639; 111534; 111489; 111376; 111303;
 109717; 109354; 109341; 109232; 108868; 108356; 108276;
 108096; 107642; 107484; 107453; 107347; 107326; 107174;
 106932; 106778; 106698; 106512; 106418; 106381; 106363;
 106352; 106307; 106268; 106253; 106169; 106116; 106104;
 105899; 105827; 105746; 105696; 105660; 105535; 105196;
 105108; 104991; 104839; 104830; 104769; 104594; 104391;
 104327; 104196; 104158; 103906; 103894; 103761; 103617;
 103463; 102916; 102855; 102811; 102762; 102621; 102556;
 102535; 102387; 101747; 101647; 101617; 101570; 101556;
 101528; 101505; 101482; 101382; 101286; 101239; 101209;
 101187; 101103; 101060; 100799; 100616; 100589; 100544;
 100408; 100351; 100331; 100171; 99883; 99343; 99302; 99265;
 99218; 99190; 99175; 99164; 99079; 99053; 98980; 98943;
 98675; 98479; 98380; 98347; 98309; 98274; 98074; 97971;
 97932; 97869; 97858; 97831; 97818; 97804; 97784; 97768;
 97567; 97551; 97485; 97399; 97056; 96995; 96979; 96909;
 96840; 96812; 96783; 96769; 96741; 96504; 96480; 96468;
 96449; 96288; 96007; 95930; 95898; 95846; 95808; 95456;
 95409; 95322; 95278; 95240; 95213; 95195; 95047; 94967;
 94858; 94795; 94766; 94287; 94230; 94155; 94140; 94101;
 93537; 93518; 93486; 93467; 93180; 92877; 92873; 92783;
 92521; 92254; 91951; 91939; 91748; 91729; 91625; 91522;
 91430; 91413; 91394; 91359; 91307; 91262; 91248; 91181;
 91171; 91157; 91076; 91028; 90947; 90929; 90837; 90810;
 90800; 90782; 90770; 90738; 90718; 90702; 90609; 90424;
 90315; 90122; 89510; 89486; 89458; 89427; 89271; 89220;
 89177; 89105; 89095; 89002; 88945; 88914; 88714; 88700;
 88669; 88659; 88645; 88575; 88488; 88134; 88106; 87971;
 87925; 87901; 87744; 87706; 87686; 87632; 87614; 87589;
 87552; 87499; 87461; 87362; 87310; 87219; 87195; 87181;
 87077; 86908; 86844; 86485; 86116; 86075; 85937; 85833;
 85715; 85665; 85635; 85598; 85579; 85482; 85462; 85404;
 85370; 85352; 85312; 85268; 85159; 85133; 84988; 84920;
 84844; 84792; 84412; 84302; 84109; 84073; 83987; 83877;
 83774; 83751; 83028; 82997; 82982; 82875; 82662; 82595;
 82490; 81988; 81917; 81213; 81115; 81050; 81035; 81014;
 80967; 80928; 80897; 80880; 80835; 80700; 80641; 80585;
 80465; 80406; 80283; 79676; 79612; 79391; 79299; 79168;
 79142; 78824; 78802; 78788; 78715; 78634; 78607; 78583;
 78550; 78530; 78506; 78421; 78327; 77853; 77662; 77396;
 77353; 77312; 77005; 76934; 76872; 76805; 76737; 76665;

76512; 76241; 76141; 76067; 76026; 75889; 75501; 75381; 9409; 9263; 9111; 9037; 8942; 8591; 8533; 8038; 7965; 7786;
75318; 75154; 75144; 75030; 74733; 74651; 74637; 74603; 7554; 7374; 7013; 6817; 6783; 6764; 6680; 6616; 6587; 6532;
74580; 74346; 74308; 74272; 74241; 74049; 73829; 73708; 6450; 6370; 6311; 6286; 6045; 6025; 6002; 5941; 5765; 5637;
73616; 73366; 73179; 72908; 72888; 72849; 72667; 72360; 5359; 5086; 4988; 4969; 4913; 4603; 4548; 4466; 4436; 4393;
72190; 72111; 72007; 71804; 71460; 71314; 71034; 70972; 4129; 4065; 3928; 3883; 3871; 3833; 3684; 3655; 3608; 3584;
70849; 70716; 69558; 69247; 68854; 68795; 68574; 68533; 3486; 3397; 3325; 3197; 2932; 2923; 2880; 2846; 2793; 2106;
68473; 68338; 68246; 68188; 68107; 68082; 68025; 67781; 1918; 1869; 1214; 956; 656; 618; 220; 158
67688; 67631; 67556; 67424; 67366; 67345; 67265; 67028; estiment:10249
66915; 66840; 66751; 66713; 66628; 66370; 66264; 65853; etc.:111911; 109951; 109948; 82260; 73219; 60004; 56137;
65797; 65775; 65473; 65456; 65404; 65327; 65255; 65211; 49927; 49845; 39411; 24136; 17617
65193; 65171; 65063; 65012; 64935; 64878; 64746; 64733; euclidien:97837
64675; 64654; 64188; 64169; 64014; 63992; 63830; 63666; eux:103892; 90916; 90880; 90684; 66532; 52580; 9825
63486; 63466; 63323; 62828; 62630; 62609; 62570; 62528; evn:39709; 39438; 31731
62488; 62411; 62379; 62366; 62278; 62088; 62039; 61973; evt:39271; 38928; 34985; 21952; 21872; 18178; 18147;
61805; 61662; 61434; 61289; 61253; 61222; 60953; 60920; 18094; 17851; 17666; 17591; 17570
60783; 60765; 60747; 60690; 60678; 60441; 60423; 60419; exacte:34284
60413; 60388; 60373; 60323; 60288; 60278; 60241; 60187; exactement:112612; 102996; 102969; 102952; 101466;
60073; 60034; 59963; 59897; 59677; 59596; 59417; 59253; 101356; 96370; 82554; 48637; 30823; 30783; 28485; 17248
59149; 58676; 58564; 58433; 58394; 58354; 58178; 58104; excitantes:24115
57956; 57879; 57730; 57558; 57499; 57359; 57318; 57151; excitants:76168
57001; 56923; 56903; 56877; 56860; 56809; 56805; exemple:111943; 109048; 108312; 106683; 104891; 95233;
56786; 56767; 56750; 56668; 56574; 56564; 56524; 56315; 92699; 86134; 70706; 62119; 51706; 48618; 39382; 33911;
55590; 55521; 54978; 54870; 54580; 54476; 54435; 54406; 29245; 24171; 22376; 15888; 15740; 11301; 9706; 1936; 1561
54199; 53905; 53807; 53745; 53679; 53646; 53624; 53597; exemples:106884; 104287; 103509; 92750; 50689; 50681
53454; 53117; 52909; 52860; 52741; 52221; 51560; 51419; exercice:104958; 79660; 78929; 75385; 73997; 72059;
51143; 51036; 51009; 50885; 50796; 50786; 50645; 50583; 69893; 60338; 46448; 38774; 36037; 19312; 12098; 4021
50390; 49870; 49610; 49506; 49460; 49424; 49408; 49366; exercices:77983; 76416; 50427; 26427
49339; 49127; 48932; 48912; 48883; 48797; 48771; 48676; exercic:17222
48624; 48551; 48517; 48436; 48383; 48371; 48316; 48180; exhaltantes:87422
48078; 48058; 48022; 47937; 47757; 47681; 47659; 47383; exhaustif:87034
47379; 47360; 47084; 47040; 46955; 46941; 46630; 46508; exigeante:37942
46495; 46296; 46233; 46224; 46063; 45954; 45916; 45815; existaient:880
45783; 45651; 45633; 45432; 45406; 45330; 45184; 45133; existant:55479; 55441; 55426
45026; 44990; 44864; 44839; 44816; 44776; 44734; 44714; existants:55585
44639; 44631; 44618; 44063; 44003; 43935; 43852; 43822; existe:114617; 113112; 112120; 112077; 111123; 108982;
43812; 43731; 43723; 43570; 42930; 42854; 42582; 42354; 108727; 108585; 108130; 107681; 106979; 106546; 106278;
42323; 42314; 42246; 41871; 41813; 41776; 41744; 41430; 105999; 105573; 105000; 104503; 104458; 103569; 103477;
41408; 41126; 41104; 40762; 40733; 40713; 40480; 40455; 102407; 100838; 100727; 100423; 99930; 99755; 99707; 99663;
40388; 40100; 39872; 39863; 39770; 39720; 39643; 39610; 99494; 98121; 98021; 96014; 94298; 93563; 93391; 93267;
39469; 39434; 39197; 39127; 39106; 38997; 38883; 38824; 92914; 92820; 92433; 92263; 92004; 91680; 91650; 91487;
38797; 38754; 38672; 38343; 38070; 38017; 37869; 37725; 90973; 90885; 90581; 89314; 88955; 88748; 88402; 88335;
37676; 37659; 37631; 37621; 37405; 37395; 37280; 36973; 86686; 86477; 86187; 85103; 84805; 84672; 84524; 84346;
36888; 36844; 36763; 36671; 36645; 36532; 36179; 36031; 84315; 84285; 84228; 83921; 83890; 83860; 83801; 83090;
36012; 35853; 35789; 35691; 35664; 35644; 35599; 35507; 83053; 82031; 81739; 81546; 80817; 80762; 80717; 80658;
35425; 35287; 35236; 35147; 35119; 35104; 35055; 35022; 79960; 79285; 79259; 79188; 78389; 78364; 78280; 78093;
34936; 34560; 34544; 34503; 34346; 34261; 34212; 34205; 77899; 77812; 77804; 77492; 77101; 77053; 75953; 75725;
34178; 34106; 34092; 34075; 33885; 33876; 33842; 33829; 75678; 75216; 75178; 74695; 74209; 73022; 72617; 72201;
33804; 33755; 33694; 33542; 33378; 33168; 33086; 32877; 71921; 71400; 70787; 70382; 70231; 70122; 69800; 69647;
32807; 32592; 32530; 32390; 31737; 31711; 31681; 31623; 69585; 69334; 69152; 67702; 67477; 67226; 67135; 67098;
31529; 31462; 31442; 31405; 31285; 31273; 31258; 31246; 66444; 64542; 63892; 63755; 63711; 63408; 63341; 63279;
31213; 31186; 31042; 30969; 30952; 30930; 30616; 30550; 63194; 63162; 63086; 63035; 62946; 62880; 62876; 62812;
30473; 30251; 30234; 30194; 29890; 29594; 29580; 29514; 62741; 62549; 62421; 61983; 61580; 61186; 60571; 59939;
29452; 29429; 29186; 29105; 29082; 29041; 29010; 28971; 59782; 59565; 59298; 59243; 58952; 58716; 58459; 58056;
28960; 28875; 28671; 28424; 28377; 28295; 28247; 28070; 56605; 54239; 54094; 53846; 53550; 53012; 52978; 49469;
28060; 28029; 27978; 27920; 27774; 27730; 27715; 27364; 49243; 49005; 47944; 47825; 47591; 47561; 47452; 47063;
27304; 27288; 27204; 27178; 27019; 26983; 26880; 26663; 46755; 45874; 45748; 44905; 43923; 43183; 42968; 42957;
26623; 26603; 26406; 26394; 26364; 26326; 26211; 26102; 42265; 42136; 41929; 41892; 41324; 39450; 39322; 38524;
26035; 26019; 25780; 25732; 25720; 25632; 25494; 25474; 38211; 37922; 36478; 36434; 35719; 35265; 34649; 32711;
25388; 25359; 25331; 25315; 25201; 24997; 24863; 24827; 32288; 31813; 31161; 30670; 29522; 29478; 29391; 29202;
24636; 24495; 24462; 24379; 24278; 24214; 24131; 24124; 29121; 28449; 28149; 27882; 27851; 26303; 26189; 25846;
24071; 23830; 23594; 23344; 22978; 22797; 22791; 22611; 25574; 25267; 25221; 25131; 25090; 24700; 24664; 24596;
22425; 22398; 22342; 21926; 21914; 21896; 21823; 21680; 23785; 23455; 23065; 23026; 21467; 21248; 21213; 20933;
21110; 21068; 21038; 21013; 20889; 20861; 20552; 20532; 20646; 20487; 20150; 20026; 19986; 19908; 19620; 19376;
20374; 20362; 20296; 20286; 20231; 20106; 20085; 19899; 18953; 18856; 18703; 18571; 18501; 18418; 17974; 17910;
19686; 19644; 19602; 19308; 19169; 19106; 18937; 18595; 16693; 15644; 15545; 15366; 15146; 13721; 13677; 12730;
18298; 18196; 18180; 18065; 18036; 17866; 17787; 17562; 12425; 12276; 11073; 10809; 10384; 8585; 8457; 8347; 8187;
17483; 17453; 17420; 17393; 17111; 16718; 16604; 16576; 8144; 7157; 7093; 7070; 6722; 6169; 6074; 5900; 5555; 5465;
16564; 16552; 16472; 16464; 16337; 16214; 16061; 15987; 5302; 4291; 4215; 4145; 2281; 2050; 1227
15968; 15958; 15918; 15901; 15682; 15494; 15311; 15185; existence:859
14973; 14950; 14779; 14755; 14659; 14585; 14462; 14109; existent:67931
14054; 13885; 13826; 13788; 13642; 13465; 13363; 13298; exister:112348
13249; 13182; 12777; 12696; 12254; 12217; 12111; 12057; exister":978
12042; 11826; 11813; 11785; 11626; 11612; 11585; 11528; existerait:82897; 82795; 82616; 81570; 71599
11477; 11428; 11282; 11221; 11108; 11056; 11023; 10971; exo:110752; 73287; 68556; 43302
10951; 10823; 10788; 10712; 10641; 10598; 10552; 10478; exploite:92879
10431; 10421; 10400; 10323; 10290; 10167; 10067; 10033; exposer:65730
9890; 9850; 9782; 9730; 9670; 9630; 9614; 9597; 9572; 9443; expression:111764; 28753; 589

- expressions:3110; 3067
- exprime:38010
- exprimer:73549
- extension:75487
- extraire:44414; 24350; 21171; 21126; 21084; 15327; 10349
- extraite:21769
- fabriquer:108470; 39955; 1629
- face:114774; 17564; 16239
- facile:110744; 97725; 97657; 96755; 72947; 72115; 37905; 37828
- facilement:39957; 38813; 34257; 34139
- faciliter:49861
- faiblement:91264; 90951; 90784; 90742
- faibles:113414; 113396; 88861; 76323
- faire:104005; 90264; 83674; 83206; 82125; 76420; 76387; 69003; 65688; 63578; 40833; 26842; 1002; 236
- fait:114415; 113373; 113288; 112336; 109470; 108186; 105407; 105387; 105220; 104780; 100533; 97353; 96357; 94690; 93656; 87185; 84131; 66602; 66588; 66518; 66389; 63878; 61576; 60636; 55788; 55542; 55402; 52796; 49188; 47399; 46970; 43826; 41305; 39267; 39150; 39086; 38924; 37139; 36010; 35921; 32950; 31721; 31426; 31395; 29899; 29014; 27636; 27015; 26799; 24499; 23256; 22407; 21412; 14388; 12897; 7992; 6201; 2726; 2420; 2372; 1877; 833
- faite:111768; 51680; 5858
- faites:109506; 23814; 943
- faits:18249; 11924; 11875; 4658
- fallait:47205
- fallu:16936
- famille:107048; 106550; 106229; 103719; 103583; 100262; 99759; 99579; 99451; 92008; 72876; 72853; 72827; 71867; 40550; 40484; 40041; 13534; 13505; 7635
- fans:39034; 26913
- fasse:39672
- fastidieux:26447; 2672
- faudrait:90276
- fausse:73181; 67347
- faut:109160; 90260; 65923; 55770; 30538; 12852
- faute:273
- faux:109437
- faux":67658
- ferai:269
- fermeture:82258; 46386; 45969; 42017; 31998; 21853
- fichier:32494
- figure:34595
- filigrane:106619
- filtrant:66147
- filtrante:18980; 15177
- filtre:80610; 80589; 80469; 80404; 71674; 69642; 62932; 12258; 12139; 12126; 12107; 4133; 3588
- fin:88542; 72109; 31022
- final:404
- finale:73196
- finalement:108784; 101815; 93858; 92468; 91701; 78413; 57854; 54966; 53799; 52603; 45158; 31301; 14991
- fini:112071; 108934; 104792; 102958; 102782; 101119; 101011; 100733; 100708; 99893; 99377; 97577; 96936; 96457; 96382; 92604; 88961; 84321; 83896; 83096; 82334; 81659; 81393; 80340; 80106; 78826; 78804; 78790; 78717; 78636; 78552; 78532; 78508; 74051; 73919; 73815; 71927; 66318; 50632; 49368; 48934; 48820; 48385; 48060; 47042; 46957; 46943; 46510; 46497; 45166; 45143; 45108; 44422; 42506; 40411; 28329; 24670; 24560; 24358; 23867; 22909; 20939; 19766; 18616; 16208; 15877; 15594; 13152; 11967; 11079; 10953; 10402; 10357; 8420; 8114; 4438; 4297; 4093; 849
- finie:106321; 96496; 89320; 80706; 80647; 71851; 49249; 45000; 42838; 38167; 29061; 27780; 24505; 22986; 22803; 21970; 21920; 21849; 19626; 18204; 18143; 18104; 14171; 13683; 13650; 13188; 13051; 12708; 12431; 12223; 12165; 8129; 7135; 6008; 5947; 5724; 5365; 4703; 4194; 3492; 2179; 1442; 829
- finies:107397; 89010; 68177; 54547; 50839; 43110; 43054; 25394; 25365; 25207; 24470; 6276; 6033; 5645; 5094; 4977; 4947; 4480; 2438; 2009; 1391; 1070
- finiment:107176; 106377; 106309; 105991; 104993; 104466; 104432; 102897; 97389; 97018; 90756; 89107; 88947
- finir:84210
- finis:73877; 72027; 62864; 48495
- finissant:91052
- finitiste:73848
- fixe:114226; 114148; 113882; 113769; 113435; 89989; 48151; 33360
- fixer:60352; 33900
- fixes:114335
- flemme:11673
- fois:112762; 112684; 105767; 93799; 93743; 85546; 72316; 70356; 69134; 67852; 66170; 62107; 38820; 21796; 21514; 16856; 7990; 2522; 1348; 1313
- fonction:113427; 103129; 103087; 77339; 76982; 76920; 63759; 63715; 63090; 62884; 62816; 62745; 59409; 55577; 33334; 23943; 17029; 16862; 16449; 16375; 2133; 1916; 1511
- fonctionnel:29564
- fonctionnelle:62254; 61868; 39038; 30885
- fonctionnelles:59988
- fonctionner:103311
- fonctions:58662; 56188
- fond:92883
- fondation:76458
- fonde:62182; 2852
- font:55614; 50962; 47350; 31645
- force:72741; 72725; 72656; 72633; 70247; 70187; 70089; 69832; 69820; 69785; 69729; 69718; 69704; 69675; 69663; 69629; 69607; 69540; 69462; 69448; 69414; 69395; 69374; 69313; 69298; 69186; 68941; 68828; 66475
- forcing:74653; 73434; 73401; 73202; 69257; 66656; 65734; 65706; 65692
- forcing":67898
- formaient:58533
- formalisation:246
- formalise:38811
- formaliser:64324; 42892
- formaliserai:15045
- formalisme:2754
- formant:108016; 32060
- format:88548
- forme:114453; 111495; 108951; 104639; 103767; 103623; 101753; 101362; 99240; 98280; 95067; 94403; 94027; 93997; 93184; 92787; 92554; 92390; 92300; 92119; 92039; 91109; 90217; 89016; 86027; 81923; 74188; 71771; 70855; 69941; 66738; 64575; 63998; 61896; 54205; 45032; 44645; 39855; 39692; 39454; 39011; 38974; 37593; 37363; 37252; 36243; 28035; 27736; 25529; 25480; 25402; 16087; 16071; 13373; 9965; 3116; 3073; 295
- formel:31098
- formelle:64363
- formellement:28732; 10360
- formelles:72592
- formels:35528
- formet:102866; 44389; 29942; 17246
- formes:108966; 108938; 88859; 86008; 85959; 55060; 53913; 39737; 39526; 39343; 37313; 36103; 35247
- formons:96178
- formule:64486; 64192; 63896; 62315
- formules:69172; 69142; 64420
- forts:62691
- forum:97507; 96547; 43308; 37990; 33550; 32477; 29733; 745
- forums:7672
- fournir:103957; 96637; 62115
- fournissent:50685
- fournit:36327
- froncer:81324
- fructueux:30881
- fun:77989
- gagnante:75474
- game:74639
- garantie:73778
- garantir:70323
- gardant:83367
- garde:75481; 25757
- garrot:69007
- gaspillant:46065
- gaspilleur:10016

gateau:66871
 gauche:95960
 genre:24145; 24119
 gens:112167; 111999; 73523; 67767; 18215; 17528; 10210;
 9757; 7686
 gestion:68799; 26459
 goj:27480
 grace:776
 gramme:112853; 112637; 112602; 112529; 112489
 grand:107265; 94670; 82721; 81473; 81461; 81345; 79328;
 73214; 67061; 60054; 52594; 47148; 35373; 32448; 32394;
 15972
 grande:114264; 113824; 34589; 34407; 2938; 2046
 grandes:80310; 65753
 grands:107373; 74174; 18290; 15037
 graphe:30910
 gratifiante:66842
 green:64724; 32749; 364
 gris:42
 gros:90046; 48438; 48403; 47362; 47301
 groupe:77236; 45497; 45479; 9710; 9618; 9568
 groupes:52302; 45456; 34288
 guide:76312; 33120
 guides:24164
 habitants:67637; 67569; 66087
 habite:68327
 habitudes:60356; 55547; 49756
 habituels:68135
 hasard:51181; 51001
 hasard":51048
 haut:73293
 haute:73450
 heures:67904
 hiltbertien:35117
 histoire:70362
 historique:24880
 historiquement:55516
 hlibert:35423
 hoc:76201
 homologue:32908
 hors:3019
 http:43391; 41643; 41218; 38270; 29746
 humain:112901
 hyperplan:39406; 39326; 37088
 hypocritement:68787
 ipn:21806
 ici:103198; 89947; 89149; 86954; 68150; 66549; 56156;
 8302; 2791; 2337
 idal:49390
 idem:109810; 81100; 30343; 11642
 identifiant:33047
 identiques:83666
 iest:27464
 ile:12145
 illustration:49748
 illustrent:12891
 illustrer:2350
 ils:112025; 102659; 101003; 96655; 96627; 95130; 90339;
 76328; 67200; 55610; 51022; 37141; 11395; 10247; 962
 image:92085; 43650; 38066; 35574; 34824; 29679; 3773
 imaginable:91381
 imaginables:112959
 imaginaire:65633
 implicitement:109937
 implique:114202; 112841; 112674; 112670; 112666; 112662;
 112588; 112557; 112515; 112475; 111199; 111173; 111159;
 111102; 111081; 110920; 110790; 110728; 110707; 110690;
 110657; 110621; 110587; 110563; 110551; 110529; 110514;
 110505; 110485; 110466; 110422; 110414; 110396; 110383;
 110377; 110368; 110359; 110353; 110345; 110328; 109917;
 109865; 109861; 109827; 109708; 109700; 109667; 109648;
 109639; 109627; 109619; 109604; 109592; 109586; 109575;
 109567; 109561; 109550; 109542; 109534; 109376; 94659;
 94337; 93975; 91818; 91603; 91461; 79014; 69526; 53270;
 49194; 21851; 3170; 3099; 2840; 562; 530
 importance:46995; 8319
 important:35683; 11579; 2901
 importante:35342; 29952; 26854
 importants:75542; 11376; 7981
 importe:51254; 51150
 inaccessible:112895; 62206; 62045; 60759
 inaccessible":62078; 60684
 inamivibles:55870
 inclus:104841; 104771; 104537; 104446; 87903; 85169;
 84167; 84075; 82566; 80408; 71933; 65213; 65197; 65173;
 44992; 39930; 28331; 24562; 22911; 19604; 18618; 18182;
 15600
 incluse:83613; 83476; 41590; 38191; 29673; 29582; 29431;
 19646
 incomparables:83304
 indicer:40037
 indices:1659; 1424
 indique:23726
 indiscernable:32782
 indivisibles:68428
 induisait:37244
 induit:71093; 28587
 induite:85589; 74817; 41838; 38914; 38902; 29967; 26478;
 25638; 24077; 19065; 14431; 10277; 10186; 8026; 6882
 inf:31594
 infaillible:74775; 74621
 infini:78585; 77701; 77554; 77439; 77328; 76971; 76909;
 61342; 60955; 60862; 60501; 60459; 60276; 50824; 50723;
 49410; 39649
 infinie:43139; 43094; 42974; 39602; 39444
 infinies:54624
 infinement:68260; 37024
 infinis:73160; 67316; 60591; 51760; 51661; 50703; 50673
 influencer:113048
 info:48443
 informatique:96674; 95545; 64347
 informatiques:96602
 informelle:63935; 31333; 31084
 initial:105106; 71427; 70997; 66577; 66338; 66243; 45174;
 45008; 2094
 initiaux:71123; 71060; 2071
 injectif:90611; 90426
 injection:106574; 103413; 103380; 79303; 79121; 76938;
 76741; 67230; 63198; 61293; 61259; 60971; 59995; 59903;
 51312; 48288; 19912; 15370
 injective:111716; 111671; 87618; 87591; 79583; 71107;
 52705; 19901
 injectivement:20063; 19953
 inquiet:91855
 insister:7719
 inspiration:26439
 institute:73516
 instructions:96600
 intelligent:26708
 internet:41634; 41199
 intersecte:71326; 34894
 intersection:108654; 96494; 68520; 63345; 58345; 53973;
 29059; 24503; 19158; 15175; 13681; 12055; 6274; 6006; 5945
 intersections:68175; 5092; 4975; 4478
 intervalle:16057; 13367
 intervenant:96541; 29729
 intervenants:43330
 intuitif:38803; 36957; 32594
 intuitionniste:55903
 intuitive:47279; 37049; 32743
 intuitivement:113243; 55052
 invalider:112714
 inversible:107330; 106833; 89429; 87651; 48103; 48024
 inversibles:95097; 94561; 48041
 iserait:82631
 isomorphe:97569
 isomorphisme:101315; 99113
 isont:106490
 issue:64341; 33966
 italique:109403
 itemize:114706; 114538; 114161; 113933; 113782; 113554;
 108557; 108494; 108219; 107816; 107491; 107382; 104228;
 104147; 103180; 102826; 102787; 97640; 95857; 95261; 93893;
 93233; 93116; 91916; 91708; 91345; 91201; 90667; 89680;

- 89582; 89435; 89167; 87858; 87758; 87669; 87566; 87531; 87450; 87286; 87127; 84457; 83641; 81182; 80437; 79691; 79071; 78918; 78022; 74353; 74256; 67811; 67398; 65303; 64955; 62464; 62267; 61766; 60840; 58585; 57028; 56683; 56510; 56064; 55910; 55264; 55069; 54377; 53733; 53485; 53355; 53285; 53172; 52952; 52887; 50345; 50250; 49715; 48954; 48331; 47227; 41164; 40620; 32995; 32767; 32419; 31753; 31477; 31374; 21840; 21151; 16845; 16629; 8875; 8065
- items:63532; 11569
- j'ai:106440; 97464; 94686; 90569; 84974; 70425; 68785; 68378; 38783; 37801; 37201; 3005; 731; 604; 472
- j'appellerai:800
- j'avais:43296
- j'en:91862; 67818; 11686
- j'entends:73418; 232
- j'essaie:87039
- j'illustre:47125
- j'utilise:47258
- j'utiliserai:76444
- jamais:95344; 56733; 52790; 47158; 40566; 16198; 15855
- jeter:51473
- jeu:74393; 66855; 48925; 29512
- jeux:63604
- jj':81934
- jolie:91552
- joue:74471; 74400
- jour:112274
- juste:89156; 82484; 69275; 67952; 67654; 66851; 66539; 65749; 62381; 14490; 2868; 2346; 494
- L'ANS:79724
- l'a:83726
- l'aboutissement:55523
- l'absence:114329; 96081
- l'abstraction:96709; 96682
- l'absurde:38454; 34486
- l'adjectif:9501
- l'affirmation:109052
- l'ai:96581; 2654
- l'aide:55792
- l'aiment:18217
- l'air:2915
- l'ajout:73208
- l'analyse:79912; 1165; 923; 212
- l'anneau:106124; 103067; 90704; 89734; 89236; 89205; 88579; 88500; 84042; 83509; 49333; 48769; 48348
- l'appartenance:82844; 64253; 43238
- l'appelle:88497; 75246
- l'appendice:3002; 601
- l'application:105676; 90078; 88610; 68215; 65929; 59845; 50867; 44701; 42866; 42105; 38379; 38032; 33172; 30981; 30829; 29802; 27437
- l'argument:28373
- l'argumentation:73244; 900
- l'art:73430
- l'aspect:39375; 39369
- l'autre:96751; 77418; 75092; 63206; 63174; 37705
- l'avantage:113341; 62099
- l'avoir:101921
- l'axiome:114397; 112304; 112298; 111290; 109967; 88865; 80805; 80316; 79016; 68803; 66296; 63868; 63852; 63547; 63242; 62700; 62522; 60512; 59224; 20416; 19937; 3998; 3940
- l'effort:7994
- l'encre:93941; 55644
- l'engendre:88975
- l'ensemble:114589; 114550; 113990; 113959; 113611; 113580; 112457; 112369; 111851; 111733; 111438; 111378; 108449; 108420; 108333; 107829; 103660; 96155; 93249; 89212; 89065; 89004; 88380; 88313; 88254; 88108; 86787; 85386; 85292; 84850; 83562; 83426; 82540; 82511; 81637; 79351; 79336; 78765; 78517; 77398; 75638; 75587; 75358; 75337; 74952; 74929; 74788; 73303; 71893; 71370; 71243; 71206; 71117; 71054; 70524; 70067; 67503; 66956; 66612; 66205; 66043; 65355; 64821; 64806; 64265; 62292; 61617; 59310; 58883; 58658; 56232; 54652; 54541; 53409; 53369; 53082; 51525; 50833; 49308; 47723; 47028; 46608; 45896; 45697; 43770; 43048; 42742; 42679; 42619; 42292; 42219; 40999; 40693; 40297; 36148; 35828; 35243; 34847; 34379; 31548; 30111; 30080; 29188; 29107; 28918; 28673; 28275; 27898; 27522; 27164; 27119; 27044; 26965; 26139; 24961; 23765; 21545; 19341; 18557; 17178; 15742; 15468; 14811; 14305; 13328; 13006; 12670; 12646; 12351; 12333; 12189; 10931; 10600; 10554; 10269; 10198; 9371; 8233; 7889; 6964; 5966; 5422; 5047; 4992; 4927; 4506; 3783; 3618; 1816; 1490; 1430; 1385
- l'entier:103455; 86118
- l'espace:105666; 85452; 41750; 39629; 35137; 31413; 30564; 28981; 28098; 26776; 26639; 26558; 25726; 25285; 24087; 23646; 22417; 11097; 10261; 6431
- l'esprit:12860; 3968
- l'essentiel:113859
- l'est:91694; 36864; 26044
- l'evt:18194
- l'excellente:96631
- l'exemple:81237; 74101; 1770; 1332
- l'exercice:71500; 68488
- l'existe:14165
- l'existence:100649; 96089; 62140; 48717; 43133; 40967; 38830; 36070; 33258; 23861; 1064
- l'exploitation:54880
- l'expression:111433; 111312; 111244
- l'habitude:28745
- l'hyperplan:36622
- l'illustrer:69025
- l'image:114285; 114258; 108526; 105662; 92410; 92067; 91143; 85814; 46235; 42846; 42523; 41414; 41359; 39203; 34798; 29655; 29578; 29415; 28115; 27350; 27325; 3891
- l'implication:113164
- l'in:31349
- l'inclusion:108102; 108028; 107658; 104422; 104222; 104184; 101081; 100995; 100785; 100563; 100337; 99658; 99615; 99482; 87525; 87487; 64948; 48573; 42203
- l'index:114769; 402
- l'indicer:89982
- l'infini:23425
- l'injection:37643
- l'instant:39538; 32985; 32836
- l'instruction:95543
- l'intention:68956
- l'intersection:109117; 89377; 88916; 85076; 84922; 84828; 83594; 83457; 68716; 65137; 56891; 53784; 48128; 44458; 19143; 12020
- l'intervalle:13280
- l'intervenant:97501; 37984
- l'introduction:69253
- l'intuition:49863
- l'item:24533
- l'obtenir:11132
- l'on:100877; 94444; 79765; 79368; 72892; 72880; 66936; 60130; 36117; 28309; 26340; 24022; 12633
- l'ordinal:114629; 71169; 67259; 58172; 57943; 57881; 56819
- l'ordre:64944
- l'outil:67880; 47135; 28726; 12905
- l'ouvert:75000; 33675; 14206
- l'ultrafiltre:80899; 49612; 45414; 45347; 43639; 35566; 34822; 27928; 26631; 21007; 13595
- l'un:96739; 94780; 77410; 63202; 63170
- l'une:53909
- l'univers:92754; 75403; 75310; 74862; 73264; 73163; 70570; 68876; 68666; 68321; 67038; 66575; 66351; 66336; 66304; 66288; 66241; 66219; 66093; 65947; 65843; 65620; 65487; 65460; 64095; 63920; 63824
- l'usage:37876; 36090; 314
- laid":24034
- laisse:79656; 73989; 50423; 42880; 41605; 19326
- lampe:113052
- langage:79740; 64412; 64345; 50110; 49903; 2930; 2801
- laquelle:73456; 55463; 45243; 34593
- large:90554
- lecteur:104729; 85507; 76410; 75391; 74670; 74001; 72953; 68999; 56271; 56078; 53630; 51101; 43037; 42884; 41609; 38852; 37682; 24869; 19330; 8882; 4011; 2664

lecture:91544; 1356
 ledit:21575
 lemme:108900; 108805; 104869; 102603; 102571; 102543;
 102378; 93128; 93044; 92905; 92866; 92766; 79647; 59625;
 40814; 38087; 38008; 37972; 36321; 33567; 25699; 24724;
 20690; 20617; 18763; 12091; 1289
 lemmes:87058; 87014; 83656; 83342; 83334; 60016; 24289;
 12873; 3976; 504
 lequel:65847; 41764
 les:114763; 114425; 114105; 113726; 113365; 113225;
 112951; 112814; 112688; 112220; 112165; 111997; 110768;
 110442; 109759; 109422; 108837; 108831; 108615; 107912;
 107783; 107758; 107054; 106864; 106480; 106394; 106389;
 105481; 104964; 104524; 104426; 104281; 104239; 104123;
 104056; 103979; 103875; 103853; 103841; 103821; 103803;
 103293; 103286; 103027; 102998; 102981; 102971; 102954;
 102931; 102893; 102217; 102166; 101790; 101430; 101338;
 100936; 99398; 98181; 98048; 97512; 97419; 97194; 97011;
 96951; 96858; 96728; 96598; 96586; 96422; 96372; 96360;
 96224; 96060; 95875; 95836; 95531; 95122; 95087; 95079;
 94894; 94772; 94679; 94594; 93602; 92746; 91790; 91662;
 91530; 91373; 90921; 90696; 90323; 89703; 89693; 89558;
 89475; 89197; 89143; 89044; 89032; 88840; 87322; 87008;
 86956; 86944; 86615; 84766; 83531; 83404; 83294; 83285;
 83106; 82840; 82756; 82556; 82519; 82446; 82208; 82084;
 82068; 81870; 81860; 81357; 81326; 81287; 80244; 79930;
 79812; 78852; 78350; 78009; 77282; 76375; 76361; 76317;
 76292; 76044; 75012; 74833; 74705; 73885; 73863; 73113;
 73083; 72077; 72017; 71763; 71554; 71332; 71271; 70753;
 70727; 70409; 70404; 69998; 69170; 69140; 68454; 68386;
 68272; 68138; 67919; 67765; 67388; 67208; 67164; 66827;
 66794; 66780; 66565; 66153; 66085; 65751; 65269; 65219;
 65179; 65042; 64835; 64418; 64394; 64125; 63530; 62706;
 62661; 62506; 62146; 60801; 60354; 60342; 59984; 58944;
 58529; 58224; 57226; 56974; 56947; 56182; 55893; 55831;
 55625; 55598; 55545; 55390; 55032; 54484; 52870; 52639;
 52609; 52556; 52544; 52503; 52441; 52364; 52259; 52229;
 52080; 51387; 50956; 50699; 50669; 50429; 50045; 49206;
 49142; 49076; 48877; 48596; 48464; 47344; 46365; 46210;
 45245; 43397; 43321; 43106; 41148; 40894; 40588; 39735;
 39678; 39571; 39510; 39330; 39269; 39142; 39078; 39032;
 38750; 38366; 38276; 38025; 37222; 37103; 36020; 35687;
 35392; 35346; 34996; 34990; 34444; 34230; 33902; 33199;
 33045; 32200; 30995; 29924; 29752; 28679; 26911; 26736;
 26548; 26068; 26050; 25988; 25759; 24160; 24154; 22444;
 22223; 22127; 21800; 21744; 21518; 19010; 18484; 18476;
 18327; 18310; 18275; 18257; 18213; 18131; 17544; 17526;
 17338; 17232; 16429; 15842; 15420; 15278; 15254; 15228;
 15204; 15055; 13059; 12844; 11658; 11652; 11567; 11387;
 10874; 10208; 9957; 9940; 9813; 9755; 9749; 9544; 9121;
 8892; 8004; 7998; 7977; 7794; 7725; 7690; 6895; 6425; 6233;
 4305; 4015; 3411; 2981; 2860; 2688; 2633; 1657; 1471; 1422;
 1203; 1141; 980; 756; 723; 648; 535; 498; 466; 192
 lesmathematiquepointnet:37995; 750
 lesquels:1667
 lettre:80266; 51847
 lettres:89564; 55796
 leur:107789; 89573; 78241; 70014; 66117; 66097; 64841;
 33128; 33039; 3015
 leurs:112232; 105039
 libre:39633; 33028
 livres:103419; 103386
 lien:29736
 lieu:90573; 76441; 50939; 50017; 49998; 49990
 lieu":50040
 ligne:93805; 76306
 lignes:104062; 103987; 103877; 103855; 103823; 103715;
 103601; 103544; 103372; 103358; 103279; 103267; 65755;
 55000; 2638
 like":14295
 lim:37605; 17032; 1538
 limite:108573; 108376; 108280; 106056; 105643; 86859;
 85941; 85922; 85882; 85694; 85669; 79160; 77890; 62372;
 62284; 61920; 60932; 60239; 49129; 48998; 47090; 46558;
 46298; 46266; 45410; 45375; 45332; 45286; 44065; 44038;
 44007; 43681; 41130; 40878; 35551; 34794; 32350; 30732;
 30608; 28251; 27947; 27567; 26627; 25801; 25149; 25078;
 24829; 22615; 22603; 22139; 22034; 21705; 20749; 20378;
 20311; 19414; 14902; 14663; 14605; 14135; 14113; 14000;
 13980; 13887; 13830; 13591; 13467; 13253; 13215; 13130;
 12995; 12616; 11828; 11811; 11552; 11501; 11450; 11225;
 11043
 limite":60040
 limites:108619; 107117; 49078; 46367; 45987; 45605;
 25986; 12806; 12503
 limites":28681
 linguistique:63594
 linguistiques:49857
 lire:49888; 7766
 lisant:2686
 lisez:77993
 liste:114786; 112285; 90631; 89160; 73585; 65899; 11862;
 11370
 lit:72957; 33151; 32896
 livres:9751
 local:106934
 localement:26021; 25734; 22793
 logicien:76215; 66859
 logique:112657; 79802; 73844; 56095; 55901; 55620
 logiques:109979; 539; 184
 loi:51044
 loin:68765; 51107; 38764; 31005; 2364
 long:112173; 56383; 2966
 longs:2075
 longue:19998
 longues:2276; 1074
 longueur:44083; 2446; 1498
 longueurs:2042
 lors:95489; 79639; 9805; 8907; 990
 lourdement:7721
 lui:112988; 70607; 68278; 67287; 65207; 60097; 58452;
 57883; 56821; 56737; 48320; 40059; 35289; 33350; 31287;
 29596; 16884; 15951; 15893; 15869
 m'a:91214; 90651; 37976; 7674
 m'abstiens:41204
 m'ont:104564
 m'a:61164
 m'ais:110700
 machin:94646
 maigre:63496
 mail:91220
 maintenant:106910; 100834; 100610; 98928; 98712; 90627;
 80920; 79059; 70906; 51647; 48898; 44553; 28379; 27378;
 25563; 25160; 16233; 16029; 13606; 8551; 1703
 maintenir:47273
 mais:112769; 105761; 96625; 96553; 93099; 91537; 88871;
 87424; 87037; 84147; 82104; 81453; 80168; 76338; 75526;
 68283; 67987; 66514; 66279; 65858; 64519; 63859; 62698;
 62093; 55538; 52812; 52134; 51250; 51139; 49930; 47469;
 45545; 41280; 38805; 38680; 37790; 32961; 32582; 32227;
 25538; 19982; 12404; 11379; 10010; 8300; 6863; 3958; 2893
 majorant:59961
 mal:112802; 49970
 maniemment:1175
 manifestations:810
 manifestement:27290
 manquait:112909
 manque:114175
 maro:95550; 90844; 87814; 87766; 87648; 87598; 87574;
 63
 marquants:32486
 mathematiens:109424
 mathematiques:43399; 38278; 29754
 matheux:76377; 50958
 maths:113104; 112151; 97514; 73788; 55627; 49768;
 7800; 2862
 matrice:103691; 103514; 103495; 103350; 103255; 94704;
 93629; 93441; 90961
 matrices:103536; 95095; 94721; 94681; 93253; 90977
 maximal:107869; 107654; 106964; 106665; 104849; 104520;
 104381; 102748; 102623; 101530; 101241; 100781; 100655;
 100595; 100559; 100357; 100333; 100209; 100181; 99654;
 99611; 99478; 96009; 95324; 87969; 87915; 87817; 84762;

- 82585; 81710; 59965; 59717; 49392; 48801; 48420; 47340;
46129; 12141; 12109
maximale:72898
maximaux:106556; 104810; 104365; 104311; 102989;
96799; 96430; 95889; 95844; 89383; 83298; 83289; 83254;
46037
maximum:108243; 108098; 77590; 71076; 60313; 60176;
18876; 18521; 18323; 952
maximums:108675
meilleurs:24162
membre:29888
membres:64616
ment:110196
mention:17555
mentionnant:7971
mentir:110299; 110249; 110168
merveilleux:113080
mes:32469
49781; 16421
mesures:49730
met:113058; 45237; 318
mets:77284; 39569; 11688
mettant:107008
mettre:104315; 51061; 16926; 705; 610
mieux:9986
min:23949
minicone:84113; 83525; 82430
minicones:83566; 83533
minimal:104418; 84494; 83776; 83527; 83400; 83063;
83049; 82999; 82477; 82005; 42199
minimaux:83110; 82340; 82076; 81399; 81339
minimum:107908; 107644; 104832; 104329; 94450; 77759;
75885; 70722; 58940; 58420; 58194; 57758; 57711; 57659;
57615; 57523; 57503; 57462; 57176; 57155; 57071; 56993;
56927; 56672; 51815; 51575; 51541
minium:56999
minutieusement:2700
mis:83158; 66500; 63132; 60114; 52036; 17827
mise:9772
modestement:113207
modifions:113902
module:108605; 108407; 108343; 90477; 90470; 90164;
90143; 90048; 90028; 89909; 89820; 89790; 89744; 89711;
89502
modules:108455; 108426; 108401; 108339; 108297; 107408;
107364; 103417; 103384; 93219; 92543; 92029; 91375; 91096;
90560; 90010; 89892; 89754
moi:110252; 110211; 110175
moins:112633; 112598; 112565; 112525; 112485; 103481;
100203; 90585; 87909; 86985; 86146; 80414; 78621; 73722;
67310; 59711; 55692; 51152; 48413; 40799; 40667; 37940;
33519; 33004; 29092; 28045; 27509; 26702; 13126; 11497;
2899; 1942
moment:109480; 94938; 74548; 69288; 69088; 66646;
15863
monde:81424; 73464; 71468; 32824; 32805; 7784; 1058
monoide:42080
montre:113020; 102039; 97363; 82311; 82064; 81951;
74099; 73204; 69030; 66877; 49600; 42288; 37056; 32544;
7961
montrent:104580
montrer:114513; 103346; 101879; 85864; 85625; 85429;
71289; 71085; 69104; 64898; 59561; 41384; 30033; 26866;
14651
morphisme:88752; 88718; 88649; 88097
morphismes:88155
mot:109445; 109432; 109387; 83135; 80178; 69094; 69067;
54701; 49958; 47296; 28705; 9491; 422; 410
mots:114765; 114727; 107760; 55835; 37640
moult:73156; 73152
moyen:39951; 35895
multiforme:39287
multiple:102857; 97060; 95215; 95051; 94971; 93522;
47761
multiples:102182; 97210; 94238; 90724; 47738
multiplets:89073
multipliant:102126; 97155
multiplication:46430; 45392; 30349
multiplications:95089
muni:114525; 89810; 78989; 78971; 77228; 66246; 63219;
59645; 42084; 35297; 35057; 35034; 31625; 23667; 13288;
8018
munir:30008
munis:9827
munissable:41830
munissant:10267
munit:74786; 66938; 63635; 45513; 31575; 27088; 14359;
7933
nb:94733
n":91048
n'a:114269; 114242; 113149; 101846; 97381; 96436;
93654; 83198; 81457; 80500; 72045; 68884; 68410; 66815;
61748; 61637; 60046; 57065; 49994; 49938; 49680; 48350;
46989; 46552; 37060; 33472; 31362; 30529; 29623; 25795;
18106; 16345; 8311; 2512
n'acceptent:113221
n'admette:99605
n'ai:112157; 79036; 77272; 68952
n'ait:8104
n'appartient:84744; 84440; 84015
n'aurait:78245
n'avait:83154
n'en:75511; 69262
n'engendre:40564
n'entraîne:114393
n'est:113828; 112866; 109215; 106829; 99646; 92077;
91546; 84163; 83609; 83472; 83259; 81723; 80981; 79152;
79115; 78217; 73248; 72310; 68433; 66847; 66314; 65935;
61313; 61086; 61030; 60367; 57519; 57081; 55717; 54664;
54056; 52701; 48707; 46659; 46163; 34921; 33981; 33292;
30851; 25066; 21579; 14129; 12989; 11124; 10659; 10298;
3561; 2960; 2022
n'existe:114564; 86426; 81651; 77322; 76965; 76903;
76836; 76769; 76701; 76636; 76587; 76543; 76492; 62072;
61815; 61140; 59930; 59820; 59476; 49634; 43086
n'existerait:66139
n'importe:110938; 109378; 95171; 84426; 84001; 69492;
66667; 59957; 54986; 49233; 36819; 32214; 28687; 26827;
8725; 1617
n'indique:37899
n'ont:71070; 66105
n'utilise:80510
n'utilisent:80227; 80172
n'y:111589; 91838; 82326; 81385; 77582; 60868; 58629;
56935; 47142; 39908; 39492; 35367; 32442; 7748; 2772
njp:32098
n;n:93104
naive:2890
naives:50417; 50185
nature:114409; 90399; 80006
naturel:111847; 71036; 60265; 60064; 1809
naturelle:66717; 35063; 27596; 16476
naturellement:55563; 47311
naturels:32579
net:97516; 43401; 38280; 29756
nettement:90124; 66630; 2360
neurones:2714
new:73048
niant:92045
nier:66123
nilpotent:102560; 96446; 96290; 89179; 49314; 48885
nilpotents:103006; 102977; 102880; 101852; 96925; 96085;
95922; 95348; 89218; 49686
nilradical:96478; 89231
niveau:26453
noetherien:46115
nom:108864; 72538; 15700; 11593; 9480
nombre:112980; 104307; 99891; 99375; 92602; 86635;
82332; 81391; 78734; 52046; 51873; 50071; 49214; 48818;
45164; 45141; 45106; 40409; 26330; 16206; 15875
nombres:71374; 70980; 15755; 13332
nomme:112924; 111608; 95124
nomre:29374

noms:66557; 66404
 non:114347; 113494; 110861; 110643; 110200; 108051;
 107602; 106898; 106499; 104430; 104293; 103896; 103707;
 103577; 101854; 101121; 101013; 100710; 100690; 100618;
 100195; 99581; 99453; 97975; 97892; 96442; 95972; 95918;
 94797; 91491; 87718; 79914; 79703; 77648; 76842; 76775;
 76707; 76593; 75597; 73315; 72009; 71901; 71828; 71710;
 68361; 67970; 66678; 66561; 66266; 63834; 63523; 63507;
 63079; 62866; 62805; 62734; 61823; 60908; 59319; 58400;
 58369; 58331; 58180; 58119; 57596; 57575; 57483; 57102;
 57048; 56962; 56883; 56588; 54079; 54023; 53701; 50634;
 50015; 49688; 49462; 49355; 48970; 48047; 47702; 47070;
 46539; 45268; 42461; 42316; 42193; 40175; 39458; 38674;
 34741; 34677; 34562; 33993; 33651; 33527; 33482; 27664;
 27027; 21682; 20722; 20652; 20637; 19033; 18548; 16005;
 15932; 15596; 10312; 1207; 1167; 925; 214
 normal:91859
 normalement:67368
 norme:42000; 41992; 41939; 41921; 41836; 41798; 41794;
 40847; 40584; 39716; 39670; 38141; 37723; 37449; 36125;
 35303; 35061; 31717; 31585; 31521; 31435; 31409; 31400;
 31206; 31179; 30804; 30554; 30545; 30512; 30199; 30179;
 30047; 30029; 29496
 normer:39658
 notant:94253; 88444; 62341; 56468; 56449; 56399; 55342;
 55323; 55273; 16969; 13556; 10610; 1482
 notation:112389; 89897; 88210; 58763; 56222; 30070;
 29858; 3272; 3238
 notations:49752; 25761; 18312; 7774
 note:112364; 111416; 103553; 93241; 90066; 88601;
 88522; 79400; 79370; 75581; 74994; 74923; 72882; 70554;
 70518; 65607; 65368; 64800; 63617; 62446; 60961; 60396;
 60141; 51627; 51515; 47715; 43042; 35185; 29322; 28897;
 27248; 26466; 22107; 22076; 9363; 9212; 7494
 notent:112001
 noter:111983; 109418; 90451; 90278
 notera:44508; 44152; 28311; 26342; 3765
 notion:105854; 91629; 91613; 91577; 91516; 91417;
 91398; 91388; 91363; 91353; 90927; 87680; 83373; 82423;
 16880; 6829; 6821
 notions:87432; 87416; 59986; 56184
 notons:72789; 71364; 71194; 53337; 51804; 35541; 34816;
 14565
 notre:75615; 70600; 70560; 70507
 nous:99406; 95539; 76310; 73458; 65968; 39718; 36694;
 28015; 19006; 16872
 nouveau:107508; 71466; 44883
 nouvel:71099; 67292
 noyau:88657; 88104; 86170; 39870; 29798
 noyaux:88151
 nul:103898; 102565; 101147; 100743; 97977; 97894;
 96482; 96296; 95974; 94799; 49464; 49357; 48099; 47704;
 40177; 22421
 nulle:96506; 63335; 34564; 34094
 nuls:101856; 96444; 95920; 94898; 87720; 49690; 48049
 objet:112877; 26925
 objets:112224; 66567; 55581; 55573; 982
 obligatoirement:59058
 obligatoires:113194; 69118
 oblige:36832; 33191
 obligerait:84196
 obtenir:109490; 109164; 104323; 94580; 40785
 obtenu:21730; 10263; 3885
 obtenue:2203
 obtenues:14498
 obtiendra:39402; 26899
 obtient:107017; 105352; 102341; 102137; 98194; 98057;
 97166; 93817; 93759; 93706; 88469; 83215; 79575; 67043;
 66969; 64638; 64431; 52389; 49565; 49094; 46407; 45533;
 42818; 38612; 27588; 23292
 occurrences:114792; 113227
 offertes:73508
 officielle:248
 officielles:113219
 offre:113339; 113182; 103699; 76180; 22370
 offert:103503
 ont:96629; 84858; 78870; 77514; 73921; 70759; 70006;
 67176; 55551; 39311; 37127; 11573; 9821
 oou:12767
 ordinal:114685; 114601; 79591; 79263; 79158; 79105;
 79089; 78274; 77888; 77158; 73066; 70617; 67468; 67458;
 66919; 64482; 64206; 63990; 63964; 63142; 62791; 62425;
 62370; 62282; 62227; 62025; 61987; 61918; 61886; 61190;
 61125; 60930; 60860; 60409; 60237; 60077; 60032; 59814;
 59470; 59247; 59087; 58623; 58568; 58547; 58437; 57877;
 57630; 57376; 57087; 56907; 56864; 56801; 56790; 56784;
 56771; 56754; 56727; 56568; 54070; 53840; 53699; 53558;
 53493; 40498; 40259; 40027
 ordinale:62256; 61876; 58600; 53344; 53335; 40188
 ordinalement:107037
 ordinaux:114554; 107115; 107056; 78352; 73085; 72494;
 67210; 67172; 67088; 64396; 58946; 58531; 57914; 56982;
 56949; 53515
 ordre:114531; 91637; 91423; 91404; 87438; 79364; 78995;
 78977; 77747; 77564; 63916; 63223; 60307; 60263; 60172;
 60062; 59649; 51268
 org:41651; 41226
 ordinal:73142
 orthogonal:36677
 orthogonale:36769
 oublier:38662
 oui:70047; 16466; 15989; 15920
 outil:113078; 30865
 outils:113392
 outre:41553
 ouvert:91479; 85466; 85374; 77314; 71826; 71601; 70150;
 65261; 65169; 65160; 65031; 65007; 64941; 63490; 63412;
 45827; 45672; 45637; 45057; 44900; 44868; 44845; 44738;
 44620; 44487; 44363; 44336; 44273; 43945; 43894; 43830;
 43752; 43707; 41328; 41094; 41058; 39229; 39209; 38964;
 34162; 33820; 28428; 28094; 27982; 27824; 27671; 27208;
 23459; 23438; 22865; 22826; 22735; 20720; 20650; 20635;
 19610; 18601; 18174; 17978; 17967; 17894; 17236; 17097;
 16989; 16724; 16602; 16483; 14056; 14015; 13925; 13904;
 13610; 13398; 13143; 12757; 11239; 10913; 9997; 8471; 8401;
 8354; 6620
 ouverte:40230; 30983
 ouvertes:34234; 8093
 ouverts:85167; 75595; 75123; 74709; 73309; 72859; 71708;
 71185; 70530; 70441; 70368; 68639; 68076; 68004; 66985;
 66696; 66600; 65363; 65271; 64910; 64812; 64779; 46761;
 46693; 44197; 41154; 40900; 39397; 39148; 39084; 28201;
 23769; 20784; 19182; 19022; 17613; 16808; 16772; 16655;
 13069; 13010; 12522; 10343; 10310; 9937; 6427; 1987
 p;n:21529
 p;N:8745
 pArticulier:110680; 110640
 paxpa:93769
 page:29768
 pages:65740; 9921; 674
 paire:78243
 paires:78769
 panel:90556
 par:114657; 113166; 112440; 112293; 109515; 108538;
 108310; 107052; 105674; 104889; 103941; 103321; 103157;
 103069; 102843; 102567; 102539; 102394; 102328; 102195;
 102128; 102030; 101738; 101651; 101628; 101621; 101511;
 101413; 101024; 100980; 100823; 100298; 100019; 99887;
 99412; 99390; 99371; 99314; 99269; 99227; 98984; 98947;
 98679; 97907; 97597; 97499; 97468; 97157; 97081; 96965;
 96645; 96537; 95169; 95091; 94828; 94758; 94383; 94128;
 93695; 93668; 93581; 93026; 93008; 92412; 92408; 92237;
 92224; 92208; 92065; 91218; 91151; 91054; 91042; 90495;
 90357; 89412; 88992; 88908; 88791; 88589; 88510; 87380;
 86509; 85827; 85406; 82442; 81314; 80557; 80030; 79469;
 79360; 78858; 78251; 76406; 75322; 74819; 74801; 74682;
 74494; 74423; 74091; 73972; 73796; 73581; 73510; 71891;
 70688; 70012; 68518; 68307; 68173; 67660; 66801; 66786;
 66753; 66215; 65819; 65804; 64677; 64451; 64099; 63588;
 62260; 61872; 61754; 61643; 60259; 59030; 58596; 53654;
 53050; 51855; 51704; 48062; 46979; 46858; 46422; 46243;
 46031; 45160; 45137; 44424; 44404; 44193; 43658; 43498;
 43319; 42864; 42525; 42358; 42250; 42183; 41784; 41424;

41361; 41146; 40892; 40494; 40184; 40057; 39140; 39076;
38916; 38904; 38452; 38395; 37982; 37599; 37369; 37228;
36951; 35582; 34832; 34806; 33909; 33577; 33262; 32453;
31341; 30715; 29681; 29663; 29417; 28989; 28806; 28541;
28123; 27618; 27358; 27333; 27117; 26480; 26179; 26066;
26048; 25908; 25646; 25036; 24761; 24648; 24531; 24373;
24334; 24085; 22970; 22465; 20601; 18482; 17524; 17082;
16314; 14500; 14437; 12266; 11650; 11276; 10339; 10188;
9437; 9282; 9119; 9045; 8087; 8028; 7590; 6884; 5121; 5090;
4973; 4635; 4470; 3907; 3779; 2561; 2205; 1368; 1352; 227
paradis:113273
paradoxe:54708; 52758; 51170
paradoxes:26805
parapgraphe:68469; 38937; 25765; 21831
paraissent:62159
parait:66099; 62594
parce:81428; 67843; 2026
parcourant:35926
parcours:2670
parcourt:111452; 90114; 88270; 72843; 71269; 66239;
61949; 54539; 27162; 12668; 12349; 12028; 10736; 9255;
9150; 5442; 5071
pareillement:51164
parfaitement:66078
parfaits:438
parfois:79777; 480
parlant:90272
parle:79852; 68656; 67943; 67820; 49908
parlent:39040; 17532
parler:113033; 112965; 67796; 66332; 9915
parlez:2624
parmi:107910; 104522; 104424; 104279; 92742; 84764;
84496; 83529; 83402; 82082; 58942; 52501; 52257; 52162;
52136; 47342; 44577
part:113120; 93437; 86940; 76272; 54649; 54591; 53156;
53135; 52040; 17062; 12122
partant:24005
parti:72100
particulier:5017
particulier:111167; 108293; 101563; 101134; 101000;
100722; 100186; 98330; 91642; 90206; 89210; 82767; 80687;
69129; 67547; 65055; 61244; 57590; 56358; 56200; 52686;
52422; 49523; 41977; 35160; 28235; 21243; 12393; 8826;
5584; 4960
particuliers:38949; 34987
partie:108480; 107600; 106319; 101156; 96714; 88959;
88888; 87366; 85569; 85444; 80821; 80704; 80645; 77779;
77660; 77607; 75306; 75257; 75220; 75056; 74982; 74874;
71849; 68068; 64018; 63696; 63505; 63393; 63264; 61821;
61352; 60718; 59943; 59749; 59661; 58398; 58367; 58159;
58117; 57960; 57871; 57737; 57640; 57594; 57573; 57428;
57100; 57046; 56797; 56586; 55016; 53749; 53322; 52848;
51335; 43137; 43092; 43071; 42972; 38165; 27778; 25094;
24741; 23700; 19624; 15516; 13186; 13049; 12706; 12429;
12221; 12163; 9876; 9413; 9267; 8127; 7364; 7133; 6575;
6520; 5885; 5722; 5363; 4701; 4372; 4192; 3490; 3378; 3201;
794
parties:107586; 75082; 75014; 74797; 67507; 64269;
62994; 62296; 59317; 54545; 50837; 50470; 43108; 43052;
28922; 26293; 24965; 20444; 15422; 12193; 8276; 8237; 7562;
6968; 4931; 3787; 3317; 2694
partition:51506
partir:113300; 109500; 80987; 69284; 55843; 7804; 1125
partition:29946
partitionnement:51780
partout:95033
parvenu:54980
pas:114566; 114395; 114244; 113855; 113830; 113381;
112868; 112159; 110198; 109395; 109217; 108860; 106878;
106831; 104549; 104208; 104170; 101848; 100969; 99648;
99607; 96921; 96438; 96254; 95914; 95749; 92079; 91853;
91842; 91696; 91548; 91507; 90408; 89961; 89728; 89147;
87895; 87828; 87616; 87511; 87473; 87030; 86428; 84621;
84442; 84397; 84165; 84137; 84017; 83972; 83611; 83474;
83261; 83156; 83129; 82888; 82784; 81725; 81653; 81471;
81459; 81312; 80512; 80502; 80229; 80174; 79866; 79566;
79154; 79117; 79038; 78296; 78247; 78221; 77995; 77586;
77414; 77324; 77274; 77260; 76967; 76905; 76838; 76771;
76703; 76638; 76589; 76545; 76494; 75515; 74085; 73226;
71072; 70544; 70466; 69789; 69397; 69376; 69315; 69300;
69266; 68954; 68886; 68850; 68435; 68412; 68169; 67972;
67779; 66849; 66680; 66316; 66141; 65939; 65878; 65728;
65448; 62676; 62074; 61817; 61750; 61639; 61317; 61142;
61032; 60890; 60872; 60663; 60369; 60048; 59932; 59822;
59478; 58633; 58448; 57670; 57521; 57456; 57128; 57083;
57067; 56939; 56693; 55721; 55616; 54666; 52703; 51385;
49996; 49940; 49682; 49638; 48709; 48664; 47439; 47288;
47146; 47005; 46661; 46165; 44095; 43088; 41270; 39914;
39496; 38660; 35371; 35357; 34923; 33983; 33296; 32511;
32446; 32212; 31364; 30853; 27029; 26062; 25068; 22597;
21620; 21581; 15729; 14131; 12991; 12639; 11126; 10661;
10300; 9763; 8106; 6840; 3563; 2964; 2776; 2737; 2514; 2331;
2024; 1295; 839; 585
passage:53792
passages:111224; 8894; 7979
passant:67602; 45297; 38595
passe:107744; 97432; 94903; 73260; 70295; 67623
passer:80018; 63586
patience:2682
payer:68336
pdf:86964; 67826; 7830; 2593; 1362
peine:99859; 82155; 26816
pendant:9917; 851
pense:67300
penser:90577
percevons:73460
perd:74596
perdant:74584
permet:113292; 107732; 103405; 103117; 67888; 66119;
64353; 64083; 58004; 48454; 46852; 41288; 37095; 2757
permettant:86128
permette:83279
permettent:114757; 95132; 74711; 819; 784
permettrait:28738
permuter:78060
perpendiculairement:36004
personnage:33135; 33020; 32948; 32867; 32797
personne:113147
perte:72689
peser:50169
petit:114683; 112875; 109035; 103469; 103186; 93344;
92738; 91985; 90128; 86124; 79510; 79087; 78272; 76290;
76286; 73285; 62023; 61009; 60858; 60193; 59085; 54144;
54068; 53838; 53697; 53556; 48324; 40504; 40025; 34033;
33286; 32946; 32865; 32795; 22362
petit':24028
petitairbre:64474
petite:113245; 53018; 52984; 4609
petites:112238; 55054; 12846
petitissime:106446; 47184
petits:112222; 55762; 48166; 47500; 11922; 11873; 2815
peu:113906; 105112; 104369; 103210; 93346; 81195;
67057; 66929; 64328; 51252; 38760; 31001; 24293; 23690;
19994; 11669; 8925; 7682; 186
peut:114521; 114316; 112721; 110855; 110293; 110243;
110162; 108468; 107042; 105286; 105058; 104924; 104761;
104631; 104440; 103947; 103923; 103520; 103015; 99365;
97071; 96678; 95527; 95025; 94568; 94446; 94395; 93545;
93476; 92998; 92634; 90435; 89806; 87028; 86467; 84208;
84051; 80481; 80051; 79841; 79823; 79624; 79564; 79342;
79241; 78985; 78967; 78814; 78557; 78481; 78154; 78069;
77224; 74083; 73224; 73070; 72894; 72698; 71913; 71505;
66330; 65977; 65837; 64699; 63215; 63128; 62136; 61422;
60110; 57454; 57292; 57187; 56263; 51237; 51093; 49325;
48984; 48810; 48662; 47425; 47403; 46280; 45320; 44412;
42720; 41768; 40825; 40345; 40271; 39654; 36517; 36261;
34493; 33114; 32081; 31905; 31888; 29669; 29640; 29084;
27706; 25421; 24483; 24348; 23162; 23010; 22592; 22173;
21811; 21616; 21169; 21124; 21082; 20059; 19502; 16947;
16902; 16359; 15949; 15799; 15325; 10347; 2547; 1627; 998
peuvent:113386; 112796; 103997; 103297; 71732; 67794;
28800; 2397
peux:80750; 32460
pgcd:94860; 93528; 93490

philosophique:54685; 51057
 phorum:43403; 38282; 29758
 photocopies:112794
 php:43407; 38286; 29762
 phrase:66396
 physiques:51158
 pinaillages:22446
 pires:16367
 place:93151; 48896; 45863; 38325; 23180; 5409; 5395;

328

placer:103196; 68396
 plaisir:47200
 plait:91289
 plan:41284
 plein:90391; 24109
 plongent:90341
 plupart:88816; 87297; 78726; 260
 plus:114681; 113890; 113412; 113394; 112893; 112889;

110202; 109033; 108750; 106900; 103467; 103263; 99304;
 93348; 92736; 92503; 91983; 91889; 90126; 87045; 86981;
 86122; 84053; 84040; 83507; 83139; 82719; 82245; 82151;
 82142; 81418; 81197; 79833; 79508; 79085; 78270; 76326;
 75983; 73748; 73559; 73291; 72601; 70394; 70388; 68769;
 67856; 67059; 66817; 66632; 66323; 66283; 65609; 64330;
 63863; 62689; 62663; 62021; 61088; 61007; 60856; 60191;
 60052; 59083; 57485; 56145; 55448; 54142; 54066; 54025;
 53836; 53695; 53554; 53509; 53016; 52982; 52592; 51145;
 51105; 42894; 41943; 40502; 40023; 39555; 38762; 37686;
 37453; 36846; 36649; 36538; 35976; 35962; 35903; 35511;
 34173; 34031; 33797; 31003; 29880; 29279; 28619; 26895;
 26884; 26791; 26706; 26693; 25682; 24207; 22360; 19996;
 15970; 15584; 15051; 12920; 12875; 12612; 11907; 11548;
 5103; 4607; 2362; 2121; 1836; 490

plusieurs:39341
 plutot:109428; 310
 pmatrix:94929; 94910; 94749; 94728; 93875; 93866;
 93842; 93824; 93777; 93766; 93721; 93714; 93641; 93634;
 93453; 93446
 poids:50207
 poil:68477; 29090; 1940
 point:114224; 114146; 113880; 113767; 113433; 112998;
 100827; 100639; 99001; 83664; 58000; 46665; 35988; 35958;
 35681; 34512; 33358; 29080; 12838; 12437; 12270; 10665;
 10470
 points:114333; 110772; 110444; 67390; 67360; 47036;
 33053; 17518; 12918; 12792; 12629; 11905; 6235
 porte:108858; 91367; 86912; 36977; 36440; 35728; 35603;
 35486; 9476
 portes:86611; 38746; 37074; 36078; 36029
 posaient:478
 posant:61175
 pose:113519; 102482; 96691; 68280; 37432; 15871
 poser:42734
 positif:34037; 26334; 9350
 positifs:7907
 position:33143; 32969; 32930; 32881
 posons:51788
 possible:111601; 109219; 109037; 104834; 104331; 94452;
 93471; 92740; 91989; 86126; 83263; 78223; 73563; 72364;
 68350; 61090; 54021; 53989; 53955; 40029; 36653; 35966;
 35515; 32196; 18878; 18116; 11128
 possibles:112955; 91377; 90566; 82078; 28683
 post:105104; 104746; 76379
 pour:114337; 114177; 112961; 112897; 112230; 111863;
 111424; 110936; 109993; 109453; 109168; 109162; 108100;
 108026; 107774; 107756; 107663; 107656; 107257; 107214;
 107165; 106523; 106478; 106315; 104725; 104711; 104420;
 104321; 104220; 104182; 103873; 103851; 103819; 103433;
 102768; 102203; 101947; 101901; 101143; 100993; 100783;
 100643; 100561; 100335; 99961; 99813; 99656; 99613; 99511;
 99480; 97227; 96400; 96202; 94578; 94432; 93981; 93205;
 91957; 91189; 91088; 90957; 90856; 90639; 89691; 89302;
 88218; 87939; 87523; 87485; 86779; 86745; 86574; 86199;
 85583; 85280; 84333; 84272; 83908; 83847; 82838; 81119;
 81018; 80774; 80016; 79422; 79273; 78951; 78617; 77985;
 77868; 77775; 77480; 77154; 77088; 77041; 76474; 76463;
 76452; 75969; 75623; 75204; 74777; 74196; 74018; 72980;

72949; 72605; 71945; 71761; 71386; 70648; 70321; 69747;
 69490; 69321; 69194; 69138; 68993; 68596; 68366; 68342;
 67439; 67084; 66541; 66392; 66001; 65491; 64531; 63866;
 63179; 63147; 61914; 61882; 60714; 60640; 60493; 60340;
 60058; 59375; 59286; 59231; 58852; 58742; 56956; 56582;
 56345; 55891; 55648; 55527; 55461; 55042; 53782; 53511;
 53340; 53254; 52966; 52227; 52042; 51792; 51611; 51308;
 51059; 50404; 50330; 49859; 49740; 49510; 49345; 48571;
 48244; 47889; 47529; 47387; 47196; 46588; 46214; 45241;
 44804; 44676; 44233; 43155; 42418; 42201; 42095; 41906;
 41762; 41528; 41475; 41138; 40981; 40884; 40753; 40741;
 40683; 39385; 38577; 38458; 37531; 36817; 36722; 36360;
 35819; 35766; 34861; 34770; 34639; 33921; 33666; 31966;
 31787; 30747; 30059; 30043; 29954; 28136; 28041; 27839;
 25939; 25912; 25879; 25680; 23696; 23570; 23515; 23316;
 22440; 21526; 21336; 20998; 20716; 20575; 20499; 20454;
 19828; 19746; 19059; 18308; 17819; 16983; 16499; 16439;
 16259; 16139; 15348; 13567; 12702; 11797; 11235; 10909;
 10362; 10230; 9833; 8966; 8723; 8467; 8444; 8330; 8201;
 8123; 7762; 7717; 7694; 7251; 6698; 5860; 4814; 4747; 4265;
 2658; 2534; 2348; 2300; 2216; 2149; 2135; 1803; 1665; 1655;
 1245; 1201; 719; 646; 400
 pourquoi:65761
 pourra:33037
 pourrais:83672
 pourrait:113044; 37863; 12637
 pourri:84879
 pourrie:81420; 26100
 pourtant:69872; 69787; 14965; 14770; 14123
 pouvait:113031; 66663; 50022
 pouvez:109511; 593
 pouvoir:113345; 112963
 pratique:84467; 201
 premier:103075; 101268; 101231; 100805; 96312; 96246;
 95988; 95701; 95631; 95314; 95177; 91635; 91421; 89273;
 87977; 87769; 84796; 84656; 84599; 84492; 82877; 82790;
 82438; 82277; 82003; 81990; 81731; 81509; 63962; 63670;
 60407; 49011; 48789; 40257; 29886; 13633
 premiers:102985; 102413; 101127; 101019; 100737; 100716;
 96795; 96500; 96426; 96070; 95879; 95840; 90912; 90876;
 90680; 89324; 89201; 84834; 82074; 81835; 81793; 81663;
 81397; 81337; 52354; 49253; 49210; 48881; 48824; 43263
 prenant:108700; 107770; 101788; 21734; 3889
 prend:104608; 104485; 104410; 104276; 103839; 67020;
 61533; 59425; 47320; 39365
 prendre:105062; 86721; 76193; 70059; 68031; 54618;
 49386; 35075; 32322; 26825; 21593; 12135; 1139
 prenons:69907
 presents:114729
 presqu'aucune:52179
 presque:76233; 52635; 52605; 52540; 52520; 52480;
 52274; 52235; 52198; 52143; 42428; 42422; 40527; 20154;
 3953; 1364
 preuve:113910; 113870; 113155; 113116; 112754; 112718;
 109880; 109842; 107549; 106625; 106609; 106535; 105756;
 104261; 103931; 103202; 97489; 97475; 97357; 96810; 96533;
 93140; 92871; 91972; 91885; 91831; 91654; 85183; 82305;
 82164; 82130; 81414; 81241; 79046; 73993; 53612; 47277;
 47176; 46086; 43363; 43348; 41274; 37674; 37047; 36949;
 36939; 36231; 33559; 33300; 29715; 25695; 24861; 23720;
 22438; 21792; 20571; 19990; 14504; 14265; 11901; 5856;
 1342; 548
 preuves:112690; 109320; 107536; 83650; 81486; 41179;
 39573; 18267; 12865; 11918; 11866; 6897; 4026; 2690; 1283;
 758; 709; 375; 350
 primes:66504
 principal:108053; 102537; 102370; 101619; 101558; 101488;
 101211; 99220; 99081; 99055; 98382; 98349; 97860; 97846;
 97770; 97553; 96985; 91459; 90804; 68539; 68363; 49614;
 48972; 47072; 46541; 46171; 45416; 45270; 42463; 21684;
 3691
 principaux:102909; 101448; 101411; 97425; 97393; 97031;
 96963; 96874; 90762
 principe:17785; 1370
 priori:113820; 112859; 90132; 72945; 68846; 65452;
 52776; 29633; 16349
 pris:112434; 104820; 73138; 22356

- prise:36144; 28749
 prix:68332
 pro:14580; 14568; 13835; 13598; 13559; 1891; 1514
 probabilistes":51115
 probablement:26689
 probants:2767
 proche:91766; 51126; 45775; 43856; 36848; 36651; 36540;
 35513; 31345
 proches:37026
 procure:47133; 7739
 produit:106586; 104790; 104361; 104319; 103935; 101117;
 101009; 100731; 100706; 97575; 96934; 96647; 96455; 96380;
 96182; 95450; 92092; 90519; 90176; 84379; 83954; 81831;
 81789; 81657; 74823; 66946; 48300; 44308; 41754; 35038;
 30938; 27100; 13783; 13671; 13526; 11620; 11606; 9819;
 9790; 9778; 9636; 7627; 7605; 7465; 5141
 produits:102956; 48487; 17344
 profonds:12922; 12877; 11909
 programme:94694
 programmation:104074
 programmes:103021
 progressive:76352
 projection:45938; 44046; 44015; 36767
 prologeons:72265
 prolonge:80903; 75090
 prolongement:75034; 62172
 prolonger:69164
 promenade:104723
 promenades:32471
 propose:89945
 proposition:101515; 100754; 100302
 propositionnel:541
 propositionnelle:73846
 protocole:33189
 prouvant:32552
 prouve:106908; 97454; 80918; 75530; 59194; 31665;
 31313
 prouvent:18273; 6239
 prouver:112540; 111075; 111045; 110840; 110613; 109857;
 109823; 107522; 97110; 97048; 96410; 95952; 92722; 91452;
 82486; 81277; 81111; 81010; 80529; 80382; 79843; 76394;
 76336; 72976; 71759; 62198; 62138; 54984; 49812; 48928;
 48361; 48280; 48112; 36576; 32043; 31968; 31034; 30596;
 26233; 22055; 12101; 5242; 5224; 5191; 5170; 4017; 1713
 prouverai:15049
 prouvez:50654
 provenant:19314
 provient:109466
 provisoirement:111788; 28383; 17673
 puis:95153; 74533; 74488; 74462; 74417; 61529; 2821;
 2454; 2381; 1148; 884
 puisqu'elle:114267
 puisqu'il:65010
 puisqu'on:2510
 puisque:108151; 103034; 98666; 96474; 93502; 83292;
 81140; 81040; 79162; 69712; 57247; 57197; 48826; 40293;
 23564; 14143; 8587
 puissance:84862; 84736; 32548; 12901
 puissante:113258; 2876
 puisse:73790; 69001; 40035; 34611
 pur:108809; 1420
 qu'allez:82119
 qu'ambitieux:113311
 qu'au:21829
 qu'aucun:81610; 75086; 61715; 60081; 25815
 qu'elle:89965; 81430; 81113; 81012; 47209; 34259; 30558;
 2878
 qu'elles:37145; 764
 qu'en:79808; 71736; 66281; 65860
 qu'espace:9738
 qu'est:73756; 24525; 6844
 qu'habitants:65864
 qu'il:114562; 114179; 113290; 110778; 110450; 104877;
 103475; 100836; 100421; 99753; 96486; 93265; 92002; 91222;
 90579; 88400; 88333; 86185; 84670; 84226; 83799; 83088;
 82488; 81737; 81649; 78362; 78278; 77580; 75951; 75723;
 73020; 72199; 71919; 69122; 69106; 67577; 67302; 65454;
 61578; 61184; 60866; 59818; 59780; 59563; 59474; 58950;
 58627; 53844; 53548; 49003; 48988; 48930; 48056; 45746;
 44099; 43921; 43084; 41890; 41774; 41322; 37920; 37901;
 37867; 37846; 37824; 35263; 32956; 31735; 31159; 29520;
 29476; 29389; 29200; 29119; 27728; 26301; 25425; 25129;
 23783; 23063; 18569; 16932; 14098; 12850; 12423; 12274;
 7963; 2048; 550
 qu'ils:67884; 66569; 66545; 35402; 476
 qu'imaginer:992
 qu'incluse:29646
 qu'on:113369; 113355; 112943; 112810; 112197; 109753;
 103038; 95099; 92716; 92689; 79839; 79641; 74678; 72287;
 68858; 68654; 68276; 67168; 66590; 66172; 55394; 52768;
 51676; 50003; 49818; 47401; 46278; 45235; 42798; 40267;
 40033; 39363; 38822; 37058; 23968; 22352; 17560; 17072;
 16235; 16192; 15865; 14423; 14390; 9528; 9520; 8909; 6871;
 2524; 1705; 1625; 1076
 qu'un:111790; 111593; 108239; 96412; 96242; 95828;
 88941; 82330; 81389; 73604; 68566; 61797; 50985; 48816;
 15873
 qu'une:112787; 103348; 46554; 42834; 37936; 25797;
 23698; 22392; 21794; 18108; 2352; 1716; 546
 quadruplets:71273
 qualificatif:9503
 qualifie:49820
 qualifier:10232; 10222
 quand:113486; 112116; 112073; 112023; 111800; 111710;
 111673; 111645; 111574; 111446; 106371; 106313; 106274;
 95203; 91177; 91086; 91034; 90955; 90854; 90806; 90778;
 90748; 90686; 90209; 90105; 88951; 88834; 88264; 87820;
 87773; 87710; 87654; 87604; 87581; 79556; 74691; 74611;
 74316; 74280; 73714; 72837; 70999; 68852; 68193; 66233;
 65489; 65408; 64107; 62417; 61943; 61811; 60712; 60686;
 60284; 60247; 60042; 56580; 56570; 56534; 55608; 54533;
 52868; 50769; 50752; 50363; 48767; 48555; 47769; 43236;
 39299; 35611; 35230; 35135; 32497; 28775; 27152; 23401;
 22704; 17058; 12660; 12343; 12022; 11233; 11120; 11062;
 11029; 10907; 10798; 10728; 10490; 10427; 10331; 10081;
 9247; 9142; 6770; 6696; 6608; 6593; 6538; 6456; 5434; 5062;
 4405; 3694; 3409; 960
 quantique:91759
 quantiques:91786
 quasi:85835; 53620; 45541; 45458; 45186; 45091; 44406;
 43700; 43572; 43559; 25817; 25333; 25100; 25007; 24381;
 18350; 15107; 13511; 10433; 10327
 quasicompact:85548; 45222; 25504; 12954; 11614; 11479
 quasicompacte:85581
 quasicompacts:11610
 quatre:3974
 que:114515; 114423; 114387; 114327; 114273; 114187;
 114124; 114002; 113969; 113866; 113808; 113745; 113623;
 113590; 113478; 113223; 113122; 113004; 112843; 112833;
 112616; 112590; 112580; 112542; 112517; 112507; 112477;
 112467; 112379; 112338; 112258; 111981; 111861; 111338;
 111268; 111195; 111153; 111131; 111077; 109588; 109563;
 109472; 109420; 109368; 109268; 109226; 109166; 109129;
 109092; 109059; 109019; 108737; 108714; 108626; 108257;
 108188; 108141; 108106; 107961; 107924; 107882; 107841;
 107697; 107596; 107308; 107270; 107212; 107147; 107069;
 107023; 106995; 106912; 106793; 106737; 106669; 106139;
 106090; 106017; 105960; 105654; 105600; 105479; 105409;
 105338; 105037; 104899; 104824; 104765; 104713; 104675;
 104665; 104582; 104472; 104385; 104303; 103927; 103549;
 103453; 103269; 102889; 102444; 102307; 102064; 102041;
 101881; 101801; 101698; 101638; 101470; 101426; 101197;
 101181; 100875; 100858; 100790; 100535; 100454; 100342;
 100044; 99942; 99861; 99790; 99723; 99679; 99596; 99509;
 99041; 98930; 98897; 98568; 98496; 98131; 98085; 98033;
 97965; 97810; 97662; 97477; 97462; 97383; 97365; 97320;
 97245; 97112; 97093; 97050; 97007; 96989; 96973; 96947;
 96165; 96026; 95992; 95610; 95597; 95491; 94997; 94955;
 94756; 94461; 94442; 94312; 94203; 93860; 93708; 93658;
 93575; 93480; 93405; 93350; 93174; 92887; 92834; 92726;
 92457; 92280; 91750; 91658; 91454; 91434; 91013; 90895;
 90824; 90712; 90595; 90418; 90268; 89569; 89552; 89342;
 89061; 89030; 88928; 88777; 88736; 88471; 88120; 87955;
 87875; 87836; 87626; 86902; 86874; 86823; 86803; 86777;

- 43810; 43721; 42900; 42189; 42090; 41396; 41286; 41096;
40586; 40318; 39768; 39641; 39328; 39289; 39261; 39231;
39211; 38807; 38135; 38068; 38040; 37974; 37796; 37566;
37341; 37125; 36979; 36643; 36442; 36183; 36066; 35982;
35799; 35741; 35505; 35166; 35069; 33561; 32590; 32540;
31719; 31641; 31360; 31311; 31283; 30887; 29459; 28736;
28691; 28436; 28210; 28104; 27806; 26809; 26742; 26542;
26443; 26431; 26272; 25980; 25313; 25139; 24541; 23342;
23191; 22867; 22828; 22789; 22737; 22423; 22368; 22340;
21912; 21678; 21179; 21134; 21092; 20141; 18269; 17585;
17530; 17099; 16766; 16643; 16562; 16059; 15376; 14614;
14599; 14382; 14275; 13883; 12769; 12759; 12288; 12215;
12067; 11583; 11093; 10657; 9888; 9505; 9474; 8531; 7372;
7320; 6823; 6199; 4939; 4613; 3881; 2921; 2844; 2743; 2716;
2413; 1619; 1593; 1465; 1212; 974; 919; 782; 616; 316; 172
quitte:78488; 40829; 24515
quoi:80621; 72473; 66040; 28689
quoiqu'il:114235
quotient:103063; 95167; 88581; 88502; 49433; 47393;
45527; 28977; 28827
quotients:107404; 104966; 103319; 96615; 48527; 48477;
46023; 45462
racine:35079
raconte:51085
racontent:108821
radical:89393
raison:90412
raisonnablement:36519
raisonne:31960
raisonnement:103939; 96971; 95140; 84121; 52219; 51130;
51089; 22413
raisonner:7696
raisons:52233
rajoutant:79810
rajoute:9487; 7703
rajouter:112905
rallonge:44126
ramener:55652
rang:76050; 75979; 75934; 75883; 70763; 70720; 70615
rapidement:15064
rappeler:66543
rappelle:112408; 106615; 76359; 6838; 174
rappelons:34731
rapport:63769; 63721
rare:55594
rate:114307
rationnel:15905
rationnels:71431; 71376; 71277; 70982; 66960; 40088;
17182; 13334
rayon:41577; 40384; 40246; 39976; 38443; 35214; 29354;
21230; 20951; 11087
read:43405; 38284; 29760
recherche:113876
recommande:68486; 38848; 4007
recommence:74537; 74466
recommencer:23164
reconstruire:41294
recopie:88538; 43344; 29721
recoucher:32981
recouvert:45135
recouvrement:45172; 45006; 44420; 44393; 44191; 24640;
24356; 24326; 23834; 18599; 13150; 13141; 13030; 10355;
10337; 8418; 8399; 8112; 8079
recouvrements:1985
recouvrent:45123; 11095
red:114744; 104081; 104016; 72042; 70064; 69037; 66472;
64467; 51603; 51593; 51565; 50976; 48581; 8683; 8528; 8384;
8177; 389
reextraire:2385
refaire:26106
refait:46082
referer:18306
reflexif:39108
regardant:103680; 98179; 40843
regarde:72157; 60253
regarder:95157; 51462
regardiez:51434; 51405
regardons:52458
regroupe:87000
regrouperai:86952
relation:81072; 80971; 80446; 80047; 66252; 64719;
43530; 43488; 29963; 28856; 28529; 26241; 26167
relations:80223; 80144
relativement:96753
remarquable:91432
remarque:60566
remarquer:103925; 55774; 47024
remettre:95027
remplace:95664; 94804; 91038; 66778
remplacer:97075; 93660; 93000; 90437; 74087; 24519;
2551
rencontrant:66149
rencontre:75167; 73373; 71515; 57126; 45643; 43968;
28113
rencontrer:34014
rend:42092; 40590; 30560
rendent:69116
renommer:19493
renseignera:90618
renvoie:54697; 25667
renvoient:104738
renvoyer:103150; 103144; 103110; 103104
repectives:46369
reperes:114749; 394
reprendre:68368
reproduis:37964
reprouve:93937
respectant:89556
respectivement:107772; 64249; 31827
respectives:49080
ressemble:68420
ressemblent:113379
ressentir:16444
ressources:112735
reste:95948; 69052; 67804; 64119; 32039; 28617; 14647;
8940
restreint:70464
restriction:106336; 79994; 72161; 68052; 58776
result:95572
resultat:103160
resulte:95581
retourner:1152; 888
retrouve:104342
retrouver:114761
reussi:109486
revient:64853
retraire:2389
rgb:66; 45; 26
rien:73240; 72047; 39551; 37897; 30531; 29625
rigolo:97460; 43284
rigoureuse:38866
rouge:114751; 70315; 7975
rouges:8896; 396
routine:67370
routinier:64681
routiniers:26429
s'agit:66522; 51120; 44101; 7885
s'amuser:113330
s'appartient:58446; 56731
s'appelle:89389; 88093; 65683; 9288; 7620; 7596; 7458;
5135; 921
s'appellent:37115; 6420
s'appliquent:49762
s'approcher:35901
s'armer:2678
s'autorise:55396; 55030
s'ensuit:114325; 114122; 113743; 107959; 106137; 105652;
96945; 96240; 86418; 84640; 84224; 83797; 83020; 81856;
81715; 79215; 78171; 75721; 73128; 73002; 72715; 72197;
71548; 70938; 70893; 70872; 70256; 69385; 67435; 61170;
58480; 58425; 58096; 57865; 57687; 57541; 57210; 54155;
53546; 53237; 52497; 51992; 49829; 49670; 49290; 47844;
47673; 47621; 46820; 45832; 43919; 43877; 42675; 42332;
41888; 40356; 36905; 36780; 35762; 34635; 32247; 31199;

30743; 29173; 28231; 27993; 27835; 25378; 25191; 25127;
 23561; 23111; 23061; 22637; 19461; 16098; 14202; 12421;
 12263; 8766; 8119; 6214
 s'ensuivrait:82939
 s'envoyer:20061
 s'est:83127; 52788
 s'expriment:55629
 s'il:113110; 95704; 91485; 77164; 67096; 50007; 48674;
 10296
 s'ils:62157; 878
 s'immobiliser:32965
 s'injecter:73072
 s'occupe:97649; 68148; 50162
 s'y:18304
 sjt:61213
 sje:86681
 sait:86183; 72597; 68842; 55467; 51904; 50005; 48054;
 37736; 36718; 23376
 salement:103232
 sans:112712; 112256; 110297; 110247; 110166; 109931;
 107530; 103004; 102975; 102876; 99857; 95670; 82147; 81608;
 77757; 69082; 64422; 64194; 63904; 63584; 60311; 60174;
 55664; 40774; 37216; 33278; 15853; 13146; 9923; 8414; 2780;
 2746; 234
 satisfaite:3565
 satisfaites:52880; 3421
 sauf:95035; 78730; 48672
 saugrenues:82212
 savoir:113864; 108624; 91483; 91446; 87941
 scalaire:35040
 science:112694
 scientifique:112446; 49946
 sec:3039
 section:105862; 96520; 91323; 87006; 81209; 75536;
 73485; 71696; 62628; 51080; 49894; 49738; 47122; 39579;
 37296; 37191; 37174; 36043; 35176; 31696; 31660; 31637;
 31468; 30991; 26098; 18283; 17298; 14257; 11895; 11702;
 4036; 2998
 sections:108817; 96820; 86973; 48068
 segment:71425; 70995; 34083; 2092
 segments:71121; 71058; 2069
 selon:104663; 55731; 51817; 51543; 39361; 16363
 semblant:26844
 semble:108880; 91471; 73736
 semblent:113306
 semi:18460
 sens:113192; 109765; 108577; 108382; 99300; 99293;
 97655; 95956; 73444; 50065; 50028; 49944; 37707; 37307;
 30291; 28701; 24839; 5257
 sera:111027; 109929; 109393; 103725; 103589; 90510;
 90170; 88252; 73639; 53039; 29969; 17035; 16485; 11345;
 5259; 2502
 seraient:13063
 serais:47166
 serait:114260; 100498; 82961; 82701; 58543; 40320;
 37826; 25523; 13026; 10014; 9984; 8430; 8395
 seront:99408; 50127; 33207; 430
 sert:112758; 72475
 servait:91874
 servent:41447
 servent:96592; 93614; 398
 servi:83131; 52792; 48352
 servir:33116
 ses:114790; 105776; 103713; 103370; 103317; 103277;
 96791; 95209; 90752; 87714; 85490; 75591; 65359; 60085;
 59427; 57893; 56833; 16365; 808; 694
 seul:111595; 90690; 80287
 seul':69058
 seule:114169; 69017; 68182; 67759; 57251; 46556; 25799;
 18110
 seulement:97776; 97559; 96852; 96777; 91256; 89185;
 84139; 68171; 66268; 63836; 38676; 26449; 26064
 seuls:82070
 sev:39997; 39961; 39918; 39760; 32231; 32218; 31508;
 21964
 siglant:66213
 sigles:76448
 sigma:54641
 signale:68991; 62657; 6867
 signaler:496
 signe:37928; 34623; 34617; 34570; 519
 signes:55813; 55764; 2948; 2817
 signifie:111502; 111457; 110037; 109224; 97612; 79785;
 69124; 58771; 55386; 51375; 45744; 45619; 31157; 29461;
 16540; 14384; 9516; 8600; 6939; 3278; 3246; 3157
 signifiant:3129; 3086
 signle:2344
 similaire:89460
 simple:104721; 93144; 73750; 73561; 68050; 67882;
 66634; 66423; 65801; 64365; 62121; 51147; 37688; 35897;
 31088; 9300; 8978; 2370
 simplement:67180; 65611; 51471; 17606; 4990
 simplificateur:36961
 simplifient:56114
 simplifier:70677
 simuler:96596; 95529
 simulons:65970
 singleton:42535; 29894; 5769
 singletons:78854; 68456
 singulier:87601; 60377
 sinon:104505; 86479; 81565; 74587; 48828; 40295; 35884;
 33033; 25013; 20699; 19524
 situation:108230; 82358; 32756
 situations:50351
 situe:73428; 73397
 situent:4030
 slogan:36955
 smith:91032
 soient:91505; 89571; 39747; 37147; 33022; 13411
 soin:42888; 41613
 soit:114544; 114181; 114015; 113636; 112451; 109041;
 108004; 106677; 104717; 102149; 102074; 100741; 99620;
 97177; 97035; 95963; 92732; 91975; 90020; 86819; 85069;
 84949; 84579; 84482; 83548; 83043; 82688; 81620; 80565;
 80330; 77615; 75603; 69971; 69435; 68500; 68348; 68303;
 68225; 65234; 62013; 58013; 57622; 51003; 47437; 47338;
 45946; 44231; 43526; 42531; 42191; 41313; 40626; 38137;
 37903; 33852; 33718; 33427; 32629; 31490; 31134; 30637;
 30517; 29697; 28847; 25141; 24768; 24404; 23708; 22008;
 21637; 21437; 20702; 20627; 20428; 19051; 18874; 17587;
 16310; 16237; 14841; 13986; 13583; 13491; 13224; 12942;
 11202; 7387; 7144; 7125; 7051; 5877; 5714; 4783; 4772; 4714;
 4693; 4255; 2123; 1848; 1724; 1379
 soleil:112629; 112561
 solution:107187; 106173; 75425; 73939; 73925; 73726;
 73625
 somme:94234; 90720; 42992; 42836; 30214
 sommes:107392; 89069; 89008; 54622
 son:114309; 108652; 102861; 102552; 95219; 86923;
 83717; 82501; 70613; 66993; 66973; 65069; 60261; 60134;
 60060; 58343; 50097; 38126; 34479; 33164; 33155; 32916;
 32906; 32900; 25839; 22090; 1920
 sonne:32848
 sont:114113; 113734; 112244; 109737; 108671; 108395;
 107474; 107443; 107416; 106876; 105780; 105491; 104535;
 104245; 104129; 102994; 102987; 102967; 102950; 102942;
 102907; 102841; 102661; 102178; 101446; 101409; 101354;
 100967; 97423; 97206; 97029; 96961; 96868; 96797; 96619;
 96476; 96428; 96378; 96368; 95887; 95842; 94890; 91666;
 90910; 90874; 90760; 90676; 89884; 89408; 89124; 88873;
 88824; 88159; 87722; 87428; 87420; 87338; 87103; 84395;
 83970; 83658; 83300; 82858; 82746; 82564; 82080; 80250;
 79928; 76321; 73875; 73103; 72225; 72025; 71564; 70542;
 68458; 68152; 67886; 67320; 67214; 67202; 67158; 66571;
 66547; 64861; 64833; 63536; 62687; 62674; 58236; 57910;
 57411; 57238; 56978; 55875; 55837; 55398; 54494; 52878;
 52582; 52566; 52370; 50361; 50152; 50049; 49849; 49218;
 49156; 48606; 48602; 48462; 47733; 45989; 45253; 43557;
 43112; 41191; 39522; 39305; 38943; 37155; 37018; 35404;
 35168; 35154; 34912; 32577; 32210; 30451; 29275; 26744;
 26445; 26423; 26274; 24158; 20143; 18151; 17604; 16804;
 16768; 15418; 15290; 15262; 15236; 15210; 14488; 12800;
 11656; 10878; 9554; 8901; 5284; 4941; 4309; 3980; 3417;
 964; 768; 377; 352

sorte:90319; 76344; 65956; 54602; 46276; 42796; 39664; 28659; 24265; 16961
 sortes:83189; 54586
 soucis:484
 souffrance:2723
 souffrir:2748
 souhaite:69959; 30594; 22053
 souple:113892
 sourcils:81328
 sous:108603; 108453; 108424; 108399; 108337; 104635; 94399; 93042; 92903; 92864; 92764; 90475; 90141; 90089; 73483; 71694; 68791; 66374; 55494; 55433; 53823; 48481; 47120; 45495; 44418; 42173; 41817; 40069; 32637; 29926; 29395; 26814; 24354; 24197; 22956; 21900; 21626; 21175; 21130; 21088; 18133; 17791; 15696; 15403; 15331; 14255; 13148; 11893; 11882; 11589; 10353; 10236; 8416; 8110; 3209; 2468; 913
 souvenir:39024
 souvent:112003; 108882; 87221; 63478; 60398; 39042
 souviens:39547
 soyez:91851
 ssi:114664; 111351; 111281; 108360; 89099; 85476; 85278; 74643; 69192; 67698; 66440; 61979; 43508; 42413; 42368; 29990; 28554; 25724; 21114; 21072; 18050; 17093; 15315; 11795; 11532; 11481; 11432
 stabilise:107255
 stable:98677; 96643; 87378; 82440; 68516; 42248; 42181; 5088; 4971; 4468
 standard:84418; 84327; 84304; 83993; 83902; 83879; 83098; 83065; 83030; 82709; 82690; 82664; 82633; 82597; 82542; 82513; 82492; 81129; 81052; 81028; 80993; 80886; 80837; 80780; 79916; 79792; 79705; 31142; 1209; 1169; 927; 216
 standardisation:80809; 79953
 standards:82842; 82762; 82738; 82560; 82552; 82525; 80574; 80256
 statut:49954
 std:82932; 82807
 stops:113186
 strictement:108022; 104216; 104178; 103261; 100953; 100515; 90270; 87848; 87519; 87481; 82717; 70765; 66107; 51606; 51568; 48838; 48711; 48567; 43166; 40500; 37151; 26332; 21724
 structure:64339
 structure:89816; 77232; 30020; 9552; 9511; 9472
 style:287
 subtil:68479
 suffisamment:76131; 70333; 37133; 36074; 17805
 suffit:111071; 111041; 110875; 110836; 110596; 109140; 103342; 102213; 101875; 97104; 96398; 86717; 85860; 85621; 85423; 81105; 81004; 80525; 71753; 70055; 64286; 47020; 41378; 40576; 37143; 32314; 31028; 24241; 23686; 22384; 21589; 17799; 12131; 5187; 1785; 1121
 suis:89959
 suit:105866; 91893; 82309; 82134; 81245
 suite:109409; 108020; 107499; 106768; 102197; 101174; 101026; 99416; 97450; 97125; 94717; 89318; 89136; 88244; 86865; 76642; 76549; 75194; 69077; 65985; 62990; 58819; 54747; 51796; 51440; 51411; 51185; 49247; 48836; 48697; 48565; 48234; 47927; 46864; 43159; 42822; 41547; 41491; 34282; 32774; 32064; 30056; 29706; 28893; 26905; 23296; 21767; 21722; 21653; 21628; 21608; 21473; 21252; 21177; 21165; 21132; 21120; 21090; 21078; 20491; 20440; 20164; 20137; 20030; 19818; 17546; 15333; 15321; 10870; 8514; 6359; 2587; 2498; 2470; 2428; 2285; 2177; 2153; 2054; 1531; 1440; 1234; 446
 suites:104212; 104174; 87515; 87477; 52641; 52611; 52546; 52505; 52443; 52366; 52306; 52261; 52082; 52052; 51477; 51235; 51189; 7897; 2436; 2378; 2272; 2038; 2007; 1494; 1389; 1068
 suivant:113920; 108891; 91279; 79649; 77851; 75379; 74395; 74103; 73827; 68494; 64459; 63611; 35695; 25701; 20619; 17683
 suivante:112190; 96522; 91833; 91325; 79491; 74190; 73487; 66873; 65641; 64644; 61482; 54882; 54765; 39581; 35178; 32760; 31587; 30895; 14259
 suivantes:108819; 87418; 55062; 53915; 52876; 12867; 3415
 suivants:97733; 97131; 96734; 88853; 79932; 79816; 67392; 50683; 50433; 27125; 15059; 3978
 suivant:83346; 18271
 suivis:103811
 suivre:8984
 sujet:17538; 680
 sujets:725; 468
 sup:38599; 36140; 36128; 35313; 14404; 7947
 supercool:94341; 93979; 93973; 92525; 92258; 91955; 91943; 91820; 91731; 91309; 91175
 supernaive:54739
 superposition:103530
 superproche:31291; 31275; 31219; 31188; 31136; 16554; 16339; 16219; 11353; 11287
 supposant:86108; 37820; 14096
 suppose:110583; 105989; 103449; 101179; 99039; 93172; 92687; 89732; 86741; 84038; 83505; 65446; 65319; 64390; 59980; 51304; 43082; 42120; 41724; 33454; 31613; 29442; 29387; 22527; 22350; 17622; 17551; 15580; 6858; 2086
 supposer:110859; 104763; 104444; 97091; 93547; 93478; 86469; 79243; 78816; 78559; 78485; 78071; 72896; 72700; 71915; 71507; 65839; 61426; 49329; 48986; 47405; 46282; 45322; 40827; 39504; 36263; 32083; 27708; 24485; 23012; 22177; 19504
 supposons:110825; 101919; 97005; 69564; 33907; 21157; 13966; 13869
 sur:114635; 114578; 112132; 108970; 108955; 108920; 108829; 108638; 108509; 108447; 108366; 108055; 107673; 106009; 105635; 104962; 99396; 94003; 93906; 92347; 92123; 91369; 90309; 89504; 89473; 89446; 88637; 86942; 86649; 86142; 86012; 85982; 85895; 85641; 85272; 85200; 81355; 81285; 80591; 80493; 80471; 78900; 78465; 78433; 78405; 78376; 78339; 78298; 78049; 77721; 77572; 77365; 77200; 77178; 77127; 77113; 77065; 77021; 76884; 76817; 76681; 76524; 76042; 75613; 75148; 74860; 74831; 72679; 70611; 70505; 69348; 68980; 68580; 68510; 68384; 68090; 68060; 67989; 67974; 67593; 67206; 67162; 67121; 67036; 66954; 66867; 66825; 65702; 65618; 65485; 64367; 64093; 63918; 63172; 62956; 62938; 62563; 61592; 61556; 61522; 61469; 61446; 61404; 61234; 61154; 61036; 60902; 60095; 59608; 59503; 59265; 58645; 55481; 54427; 54412; 53123; 52747; 51295; 51270; 50930; 50858; 50790; 50736; 50697; 50667; 50556; 50520; 50453; 50210; 48974; 46578; 46543; 46317; 46173; 46147; 45886; 45586; 45272; 44172; 43989; 43641; 43623; 43534; 43304; 42858; 42465; 41632; 41197; 40944; 40673; 39741; 39635; 38603; 37750; 37560; 37332; 37220; 37084; 36771; 36685; 36337; 36249; 36146; 36109; 35948; 35472; 35344; 35255; 35030; 34760; 34265; 34226; 34216; 34079; 33889; 33546; 33153; 32898; 32811; 32473; 32430; 31411; 30993; 30682; 30622; 29723; 28860; 28635; 28604; 28533; 27800; 27528; 27056; 26536; 26515; 26492; 26171; 26149; 25858; 25789; 25686; 25640; 25053; 24778; 24414; 24079; 23816; 22783; 22558; 22484; 22096; 22026; 21876; 21672; 21194; 20917; 19244; 18941; 18788; 18096; 17829; 17402; 17280; 17163; 16269; 15780; 14591; 14542; 13547; 13313; 13116; 12967; 12357; 12315; 12282; 11951; 11538; 11487; 11438; 11308; 11195; 10771; 10196; 10173; 9896; 9809; 9774; 9103; 9033; 8890; 7723; 7019; 6403; 5127; 4554; 4516; 4399; 4315; 4275; 4225; 4155; 4135; 4071; 3756; 3678; 3661; 3590; 3403; 3013; 2979; 2187; 1728; 1459; 741; 528
 surement:104566
 surjecte:78294; 61550; 60093
 surjectif:88673
 surjection:114621; 114570; 79680; 78892; 78455; 78425; 78393; 78368; 78331; 78036; 77711; 77357; 77194; 77172; 77105; 77075; 77009; 76876; 76809; 76669; 76516; 73026; 72671; 72544; 72509; 67585; 67133; 67109; 64361; 63166; 62553; 61584; 61514; 61461; 61438; 61393; 61226; 61146; 60894; 59998; 59600; 59257; 58637; 55473; 47663; 44161
 surjective:112126; 112093; 111720; 111643; 67558; 61034; 41879; 39199; 28569; 28072
 surjectives:41260
 surprenants:86995
 surtout:55885
 surunivers:74715

survenir:96139
 survenue:50087
 survient:72074
 symbole:79870
 symboles:55658
 symbolique:112391; 29860
 synonymes:440
 tacite:9770; 620
 tacitement:109941; 108870; 10251
 tacites:109312; 9006
 tant:65862; 9736
 tard:15053
 tartanpion:16316
 tas:97436
 tatonnement:97470
 technique:16178
 techniques:32538
 tel:113476; 113124; 112831; 111974; 111970; 111859;
 111336; 111266; 111142; 111129; 109127; 109090; 108735;
 108712; 108255; 108139; 108104; 107922; 107880; 107695;
 107594; 107306; 107210; 107145; 106735; 106667; 106015;
 105958; 104897; 104822; 104470; 104383; 104301; 103473;
 102305; 102062; 101696; 101195; 100452; 99940; 99721; 99677;
 99507; 98129; 97318; 97243; 96024; 95990; 95608; 95595;
 94953; 94201; 93573; 93403; 92832; 92724; 92455; 92278;
 92000; 90893; 90593; 89550; 88775; 88734; 86821; 86775;
 86694; 86674; 86655; 86517; 86437; 86258; 85901; 85647;
 85111; 84809; 84627; 84542; 84358; 84329; 84249; 83933;
 83904; 83822; 83701; 83067; 82913; 82037; 81647; 81552;
 80770; 80725; 80666; 80342; 79966; 79614; 79518; 79291;
 79269; 79196; 79091; 78276; 77818; 77601; 77578; 77500;
 76851; 76784; 76716; 76602; 76145; 75850; 75731; 75688;
 75084; 74219; 74014; 72625; 71941; 71609; 71410; 71382;
 71216; 70807; 70708; 70239; 70132; 69849; 69812; 69757;
 69655; 69621; 69599; 69356; 69204; 67710; 66452; 63970;
 63678; 63438; 63297; 62962; 62431; 62229; 62031; 61993;
 61713; 61198; 61064; 61019; 60864; 60767; 60207; 60079;
 59816; 59778; 59655; 59573; 59472; 59129; 59095; 58948;
 58891; 58625; 58467; 58209; 58146; 58064; 56617; 56323;
 54907; 54289; 54146; 53842; 53564; 49648; 49479; 49398;
 49341; 49017; 48725; 48426; 48190; 48155; 47976; 47954;
 47831; 47794; 47576; 46923; 46742; 46618; 46584; 46477;
 46153; 45930; 45892; 45787; 45756; 45680; 45592; 44929;
 44019; 43939; 43754; 43193; 42584; 42471; 42273; 42146;
 41953; 41902; 41410; 41334; 41060; 40977; 40679; 40265;
 40199; 40031; 37911; 37836; 37240; 37236; 36484; 36343;
 36301; 35836; 34857; 34766; 34661; 34039; 32719; 32296;
 32156; 31174; 30688; 30643; 30581; 29538; 29484; 29411;
 28457; 28405; 28339; 28170; 27908; 27861; 27683;
 26299; 26197; 25864; 25590; 25439; 25293; 25229; 25170;
 24792; 24676; 24608; 24570; 24437; 23911; 23875; 23781;
 23465; 23440; 23270; 23205; 23144; 23046; 22919; 22879;
 22847; 22564; 22508; 22490; 22040; 21752; 21445; 21221;
 20957; 20712; 20266; 20012; 19287; 19250; 19037; 18963;
 18866; 18840; 18819; 18711; 18679; 18649; 18626; 18567;
 18436; 18426; 17984; 17928; 17896; 16701; 16676; 16495;
 14952; 14185; 14038; 14017; 13988; 13927; 13906; 13758;
 13737; 13618; 13400; 13232; 13165; 13016; 12742; 12600;
 12378; 11969; 11312; 11003; 10921; 10833; 10392; 8658;
 8631; 8463; 8362; 8197; 8152; 7397; 7195; 7099; 7078; 6730;
 6177; 6155; 6082; 5567; 5477; 4321; 4231; 4161; 3799; 1799
 telle:99788; 94754; 89340; 86031; 77923; 77771; 77476;
 76648; 76555; 76020; 75200; 67527; 67131; 63773; 63369;
 63104; 62898; 62836; 62759; 61878; 61837; 61361; 59859;
 59679; 58835; 54456; 54257; 53129; 53026; 52992; 49268;
 49036; 48240; 46325; 43482; 43151; 42986; 42832; 41501;
 39662; 37250; 37246; 36591; 32687; 31452; 25114; 24318;
 23312; 21606; 19824; 19636; 18796; 15652; 14865; 14821;
 13698; 13073; 12698; 12446; 12303; 12233; 9792; 8567; 7163;
 5910; 5373; 4261; 2472; 2296; 2162; 1824; 1718; 1651; 1241;
 1080
 tellement:2874
 telles:93263; 91011; 89028; 75022; 53092; 52084; 51535;
 45709; 43780; 35261; 30302; 28934; 27062; 26568; 24977;
 14925; 14727; 14331; 12205; 9381; 8245; 7441; 6980; 5344;
 4522; 1599; 1401
 tels:114560; 114000; 113967; 113806; 113621; 113588;
 112465; 112377; 107839; 107067; 106993; 106791; 106088;
 105598; 105336; 105035; 102442; 100856; 98031; 96163; 94310;
 88926; 88398; 88331; 88118; 86801; 86323; 86195; 85394;
 85302; 84774; 83572; 83436; 82809; 81837; 81795; 81523;
 80577; 78319; 77345; 76997; 76926; 75651; 75129; 74506;
 74435; 73655; 73319; 73105; 72231; 71261; 70156; 70083;
 66057; 65997; 65277; 64133; 61627; 60593; 59005; 55705;
 53419; 53377; 47606; 45112; 42760; 42752; 42693; 42635;
 42627; 42559; 42302; 42227; 41013; 40703; 38546; 37756;
 36156; 34603; 34387; 31837; 30127; 30090; 29198; 29117;
 28285; 27723; 27170; 23485; 21553; 21483; 21264; 20786;
 20670; 20040; 19351; 19190; 17188; 16296; 14696; 13431;
 13344; 12678; 12524; 10941; 10564; 9069; 5974; 5314
 temps:87301; 32926; 32519; 847; 264
 tend:28781; 28767; 23421; 23407; 23391; 22712; 22694;
 21426
 tendance:55565
 tensoriel:92094; 90521; 90178; 89939
 tenter:595
 terme:41541; 10876
 termes:112731; 101792; 98183; 98050; 73545; 58827;
 52031; 49835; 42400; 38001; 35526
 terminaison:114349
 terminologie:47262
 test:103971; 103089; 102922; 97405; 96900; 96846; 96705;
 95936; 95804; 95522; 95462; 95454; 95415; 95338; 95320;
 95274; 95246; 95201; 95146; 87937; 68297
 tests:103290; 103031; 102948; 102836; 96590; 96364;
 95533; 95116
 tex:114805
 texte:114755; 114735; 113916
 them:109002; 108906; 107723; 107561; 106938; 106919;
 105908; 105873; 105833; 105794; 105541; 105502; 104251;
 104234; 103330; 103239; 97587; 97523; 97409; 97372; 96880;
 96827; 96803; 96762; 96392; 96352; 95942; 95868; 91736;
 91715; 91313; 91298; 91270; 91241; 89113; 89088; 88810;
 88691; 88532; 88281; 87982; 87962; 87919; 87882; 86092;
 85967; 85843; 85755; 85606; 85525; 85496; 85439; 85331;
 85212; 85175; 85150; 84936; 84911; 84556; 84474; 83627;
 83495; 83490; 83387; 83324; 83229; 82345; 82321; 81404;
 81371; 80424; 80399; 79024; 79001; 77244; 77215; 77208;
 77145; 77139; 77083; 77077; 77036; 77029; 76960; 76954;
 76898; 76892; 76831; 76825; 76764; 76757; 76696;
 76631; 76625; 76582; 76576; 76538; 76532; 76487; 76157;
 76104; 75823; 75808; 75442; 75400; 74660; 74628; 73946;
 73855; 53707; 53670; 53662; 53637; 53605; 53588; 53057;
 53007; 50895; 50812; 50807; 50711; 50609; 50544; 50539;
 50508; 50503; 50441; 48684; 48648; 46961; 46902; 46514;
 46454; 45559; 45468; 43578; 43433; 43274; 43129; 43017;
 42922; 40598; 40544; 39532; 39425; 39418; 39253; 39248;
 39173; 39168; 39119; 39114; 39066; 38255; 38097; 37667;
 37547; 37413; 37319; 36218; 36192; 35755; 35702; 35431;
 35414; 33701; 33608; 33533; 33411; 33366; 33318; 32735;
 32615; 30960; 30902; 28999; 28949; 25740; 25711; 25660;
 25625; 24855; 24730; 24389; 24307; 23736; 23624; 22807;
 22772; 21932; 21861; 21099; 21059; 20895; 20870; 20560;
 20543; 20114; 20095; 19706; 19669; 19117; 19097; 18920;
 18773; 18529; 18496; 18236; 18167; 18162; 18126; 18121;
 18089; 18084; 18025; 18020; 17948; 17943; 17844; 17839;
 17641; 17266; 17229; 16612; 16593; 15712; 15440; 15435;
 15398; 15393; 15345; 15340; 15302; 15297; 15275; 15270;
 15251; 15246; 15225; 15220; 15201; 15196; 15170; 15165;
 15092; 14474; 14448; 11840; 11716; 11711; 11639; 11634;
 11564; 11559; 11513; 11508; 11462; 11457; 11413; 8048;
 8011; 7028; 7006; 5009; 4896; 4647; 4487; 4344; 4252; 4246;
 4181; 4176; 4120; 4115; 4056; 3860; 3825; 2717; 1221; 123
 then:104100; 104036; 103142; 103102; 95569
 tire:51177
 titre:1766
 tocdepth:86
 tomber:51393
 toologie:9701
 toologiques:9695
 topologie:85587; 74811; 66944; 52986; 47391; 45525;
 45233; 42124; 42088; 41142; 40888; 39136; 39072; 38900;
 33596; 33571; 32526; 32434; 28627; 27214; 27113; 27098;

- 26476; 25636; 25032; 24845; 24757; 24365; 24075; 19063;
 18112; 17825; 17626; 17252; 17068; 16895; 16608; 16399;
 15498; 14429; 14369; 13781; 13669; 13294; 11401; 10275;
 10184; 10171; 9894; 9831; 9788; 9768; 9638; 9534; 9447;
 9433; 9292; 9278; 9115; 9097; 9041; 9027; 8970; 8024; 7820;
 7603; 7579; 7378; 7017; 6880; 6815; 6401; 5139; 5117; 4901;
 4631; 4611; 4552; 4397; 4360; 4045; 3021; 804; 686; 508; 169
 topologieⁿ:67834
 topologies:11166; 5145; 4510; 98
 topologieusuelledeIR:9155
 topologique:106126; 105889; 105811; 105727; 105519;
 105469; 85799; 85771; 85540; 85454; 84961; 75572; 74701;
 70447; 68645; 68011; 66900; 66702; 65347; 64795; 49152;
 48908; 46917; 46111; 41752; 40780; 40644; 40638; 39377;
 31264; 30940; 28966; 28843; 28715; 26952; 24928; 24089;
 24044; 24011; 22781; 15688; 13528; 12598; 12478; 11733;
 11520; 11469; 11420; 11182; 10860; 10533; 10457; 10288;
 10119; 10039; 9856; 9740; 9603; 9570; 9496; 9187; 7629;
 7338; 6648; 6433; 6376
 topologiquement:7698
 topologiques:106452; 106398; 105442; 85236; 47106;
 43451; 17342; 17278; 13509; 10228; 7639; 7289; 5023
 total:77749; 77566; 63225; 60309
 totalement:68264; 43365; 18367
 toujours:114318; 112246; 93469; 88161; 84101; 62572;
 62530; 60443; 43589; 32194; 12854
 tous:114443; 109995; 107524; 105774; 105493; 105021;
 103435; 103315; 102891; 101428; 97009; 96949; 96856; 96789;
 96420; 96222; 95873; 94892; 94770; 92744; 91660; 91371;
 91090; 90750; 90700; 89195; 87712; 85488; 83316; 83302;
 83104; 82444; 81880; 80252; 78850; 78348; 76373; 73883;
 73861; 71552; 71330; 70751; 67322; 67086; 66151; 65267;
 65217; 65177; 65040; 64036; 63538; 63181; 63149; 62710;
 62504; 60799; 58222; 57224; 56972; 56945; 53513; 49204;
 49140; 48875; 48594; 39676; 39508; 38023; 26734; 22221;
 22125; 21742; 18129; 16141; 13065; 12802; 1469; 721
 tout:113351; 113046; 113037; 112969; 111865; 111206;
 111201; 111161; 111083; 110957; 110922; 110911; 110881;
 110714; 110709; 110692; 110623; 110507; 110416; 110398;
 110385; 110361; 110100; 109495; 109460; 109389; 109352;
 109338; 109170; 108589; 108362; 107665; 107216; 107019;
 106525; 106406; 106373; 103244; 103061; 102851; 102803;
 102770; 101903; 101199; 101109; 100698; 100189; 100159;
 99963; 99815; 99513; 99355; 99069; 99043; 98364; 98335;
 98258; 97541; 96564; 93983; 93342; 92592; 91959; 91191;
 91046; 90858; 90571; 90389; 89304; 89101; 87838; 86781;
 86747; 86576; 86201; 85868; 85282; 84815; 84652; 84595;
 84335; 84274; 83910; 83849; 81121; 81020; 80776; 80076;
 79424; 79275; 78953; 77793; 77482; 77220; 77156; 77090;
 77043; 76235; 75971; 75485; 75206; 74198; 74020; 73782;
 72982; 72607; 71947; 71388; 70650; 70452; 70373; 69749;
 69231; 69196; 69056; 67800; 67178; 66101; 66003; 65493;
 65323; 64902; 63482; 63442; 63211; 63124; 63067; 62978;
 62930; 62920; 62858; 62724; 62202; 61916; 61884; 60755;
 60495; 60305; 60106; 59377; 59288; 59233; 58854; 58744;
 56379; 55917; 55784; 54672; 53491; 53342; 52968; 50332;
 49512; 49347; 48785; 48401; 48246; 47814; 46927; 46590;
 46481; 45436; 43943; 43892; 42430; 41908; 41530; 41388;
 40993; 40768; 40755; 40685; 40437; 40360; 40326; 40008;
 39207; 38579; 38460; 37533; 36724; 36362; 35821; 35768;
 34863; 34772; 34641; 34510; 33923; 33668; 33323; 32801;
 31789; 30749; 28138; 28019; 27841; 26901; 25941; 25914;
 25881; 24324; 24249; 24227; 24107; 23572; 23318; 22733;
 21338; 21026; 20718; 20501; 20456; 20002; 19830; 19041;
 17854; 17095; 16985; 16928; 16501; 16300; 16261; 13970;
 13112; 12879; 12755; 12604; 12105; 11799; 11618; 11604;
 11534; 11483; 11434; 11237; 11031; 10911; 10364; 10335;
 8469; 8446; 8332; 7780; 7253; 6700; 5931; 4816; 4749; 4267;
 2825; 2649; 2302; 2090; 1805; 1734; 1247; 905; 612
 toutⁿ:26750
 toute:114411; 112193; 111766; 109876; 109838; 107598;
 106317; 103253; 101170; 99449; 93506; 91107; 90959; 81205;
 77870; 77777; 77658; 77605; 74223; 68598; 67441; 65821;
 63694; 63590; 63503; 63391; 63262; 62988; 62781; 60716;
 59659; 57869; 56958; 56584; 55555; 51333; 51310; 45623;
 43157; 42990; 40983; 37292; 36370; 35336; 33332; 33098;
 32780; 24216; 21163; 21118; 21076; 15350; 15319; 12704;
 8203; 8125; 2175; 2151
 toutes:113363; 112949; 82206; 69168; 68270; 52637;
 52607; 52542; 52522; 52482; 52362; 52276; 52237; 52200;
 52145; 52099; 43104; 40592; 39733; 34228; 26546; 15840;
 3419; 2858
 traditionnelle:56699
 traditionnellement:28877; 9518
 traduction:50906; 31082
 traduire:73794; 38856; 31092
 traduit:73579; 18456
 traite:56154
 traitent:54355
 traiter:68966
 tralala:70377
 tranfert:80198
 tranquille:24280
 transforme:1183
 transformer:95136
 transitif:60692; 58356; 58106; 57732; 57562; 57320;
 56576; 56531
 transitive:57962; 57873; 57642; 56807
 transporter:28623
 traumatisme:2782
 travail:112180; 65851; 54751
 travailler:8920
 travers:16202
 triangulaire:19979
 tribu:54410; 53850; 53811; 53650; 53601; 53298; 53121;
 53046; 53020; 52866
 tribus:53086
 tricherie:37959
 tricheries:37183
 triplet:90860
 triplets:88384; 88317; 27168
 trivial:100692; 100620; 100197; 68354
 triviale:103709; 103579; 1871
 trivialisé:15081
 trivialisent:11397
 trivialisé:788
 triviaux:8903; 3955
 trois:55849; 55811; 52558; 52300; 51657
 trop:114262; 105114; 103208; 32513; 7680
 trouve:96724; 68317; 67069; 66200; 41628; 24024; 8289;
 1060; 515
 trouver:83267; 47172; 41617; 37740; 24038
 trouverez:56180
 trouvez:114782
 truc:113126; 94634; 94612; 68120; 58807; 35388
 trucs:97440; 81281; 68416
 tun:87933
 type:114431; 112705; 64472; 64455; 33106
 types:89560
 typiques:7867
 u_jk:53571
 uAR:98146
 ultrafiltres:45266
 ultrafiltre:108445; 108364; 108049; 107667; 106003;
 105633; 86647; 85893; 85870; 85639; 80932; 80491; 80418;
 74008; 68578; 68537; 68508; 68250; 68242; 68088; 68058;
 68038; 67964; 62950; 52745; 50856; 50734; 48968; 47068;
 46576; 46537; 46169; 46145; 45880; 45584; 43987; 43621;
 42459; 41390; 40942; 40661; 38834; 37913; 37558; 37330;
 37242; 36331; 35470; 34754; 30674; 30620; 30579; 28140;
 26534; 26509; 25974; 25852; 25787; 25051; 24776; 24412;
 24251; 24229; 22556; 22482; 22024; 21670; 21192; 21028;
 20915; 20710; 20264; 19242; 17161; 16783; 16666; 16503;
 16263; 15778; 14589; 14540; 14036; 13972; 13545; 13311;
 13163; 13114; 12965; 12907; 12736; 12606; 12491; 12372;
 12313; 12280; 12115; 11949; 11801; 11536; 11485; 11436;
 11306; 11193; 11033; 10769; 8934; 8297; 8191; 4269; 4219;
 4149; 4069; 3837; 3754; 3672; 3659; 3606; 3401; 1793; 1457
 ultrafiltres:108567; 108474; 68140; 68133; 67921; 67868;
 48515; 47137; 44124; 43323; 42055; 37880; 37744; 37309;
 28810; 27526; 26143; 24156; 15079; 12355; 11654; 11389;
 11162; 7692; 4313; 4041; 3918; 2983; 817; 780; 650; 102
 unaire:79736

une:114619; 114345; 114301; 114250; 113886; 113445;
 113254; 113114; 112933; 112682; 112653; 112122; 112089;
 111958; 111924; 111619; 111518; 109723; 108949; 108571;
 108374; 108278; 108018; 107552; 107510; 107185; 107046;
 106572; 106548; 106227; 106171; 106054; 105852; 105765;
 105427; 105261; 104719; 104596; 103701; 103571; 103493;
 103411; 103378; 103200; 102868; 101088; 100124; 99757;
 99577; 99316; 97487; 96816; 96659; 96639; 96531; 96492;
 94760; 94715; 94232; 93995; 93182; 93138; 92940; 92916;
 92785; 92552; 92378; 92037; 92006; 91762; 91755; 91652;
 91627; 91415; 91396; 91361; 90629; 90317; 90215; 89949;
 89316; 88957; 88886; 87364; 87004; 86910; 86857; 86025;
 85939; 85920; 85880; 85781; 85692; 85667; 85567; 85245;
 84860; 83790; 83248; 82965; 81440; 80969; 80819; 80702;
 80643; 79678; 79633; 79579; 79473; 79301; 79119; 78908;
 78890; 78453; 78423; 78391; 78366; 78329; 78034; 77907;
 77763; 77709; 77516; 77456; 77355; 77192; 77170; 77103;
 77055; 77007; 76936; 76874; 76807; 76739; 76667; 76514;
 76342; 76304; 76096; 76018; 75955; 75470; 75423; 75304;
 75218; 75192; 74872; 74771; 74617; 74380; 74298; 74262;
 73937; 73923; 73758; 73724; 73618; 73583; 73570; 73024;
 72851; 72669; 72507; 71865; 71844; 71806; 71103; 70384;
 69277; 69154; 69132; 68903; 68400; 68309; 67850; 67583;
 67487; 67228; 67129; 67107; 66372; 65983; 65897; 65593;
 65076; 64921; 64914; 64735; 64544; 64445; 64359; 64337;
 64290; 64190; 64016; 63931; 63894; 63757; 63713; 63420;
 63343; 63196; 63164; 63088; 62882; 62814; 62743; 62551;
 62313; 61664; 61582; 61512; 61459; 61436; 61391; 61350;
 61291; 61257; 61224; 61111; 60969; 60317; 59941; 59901;
 59735; 59598; 59407; 59300; 59255; 58817; 58718; 58695;
 58396; 58365; 58115; 57958; 57638; 57592; 57571; 57098;
 56795; 55743; 55723; 55471; 55457; 55431; 55414; 54681;
 54600; 54576; 54437; 54408; 54241; 53971; 53937; 53848;
 53809; 53747; 53599; 53320; 53119; 53014; 52980; 52864;
 51794; 51291; 51183; 51038; 50926; 50887; 50593; 50216;
 49744; 49245; 49172; 48356; 48286; 48232; 48064; 47661;
 47174; 47086; 46880; 46862; 46264; 45817; 45408; 45373;
 45284; 44996; 44567; 44036; 44005; 43814; 43679; 43528;
 43460; 43361; 43069; 42970; 42932; 42820; 42490; 41873;
 41815; 41701; 41489; 41272; 41128; 40876; 40801; 40669;
 40582; 40482; 40390; 40146; 40039; 39690; 39637; 39471;
 39452; 39177; 39009; 38818; 38163; 38064; 37850; 36436;
 36241; 36041; 35992; 35721; 35601; 35338; 35108; 34671;
 34583; 34403; 33947; 33757; 33557; 33521; 33433; 33298;
 32772; 32665; 32348; 32062; 31715; 31444; 31407; 31080;
 30730; 30606; 30552; 30475; 30147; 29944; 29713; 29057;
 29027; 29016; 28854; 28591; 27794; 27776; 27717; 27592;
 27563; 27392; 27180; 27021; 26985; 26625; 26396; 26239;
 25317; 25143; 25092; 24739; 24501; 24464; 23998; 23728;
 23517; 23357; 23294; 22613; 22543; 22436; 22137; 21997;
 21703; 21651; 21512; 21471; 21292; 21250; 21173; 21128;
 21086; 20747; 20489; 20438; 20376; 20309; 20162; 20135;
 20028; 19988; 19910; 19816; 19622; 19412; 19378; 18458;
 18378; 16854; 16606; 16397; 16174; 15514; 15368; 15329;
 15173; 15118; 14900; 14847; 14661; 14618; 14603; 14263;
 14133; 14111; 13679; 13644; 13589; 13503; 13251; 13213;
 13184; 13128; 13047; 12993; 12614; 12427; 12219; 11899;
 11860; 11754; 11690; 11679; 11550; 11499; 11446; 11368;
 11223; 11041; 10959; 10868; 10169; 9892; 9874; 9532; 9470;
 9411; 9265; 8861; 8553; 8512; 8432; 7988; 7376; 7362; 7316;
 7131; 7015; 6819; 6573; 6518; 6399; 6272; 6027; 6004; 5902;
 5883; 5720; 5639; 5361; 4699; 4550; 4395; 4370; 3730; 3488;
 3376; 3199; 2528; 2466; 2426; 2283; 2131; 2052; 1758; 1631;
 1346; 1340; 1311; 1306; 1229; 1191; 1035; 945; 915; 853;
 587; 320; 271
 unes:56104
 unification:107554
 uniforme:107518; 103963; 23681; 15506; 14377; 9455
 uniformes:103023
 union:44998; 5924
 unions:4472
 unique:112356; 111305; 87187; 69156; 60124; 58720;
 39818; 35726; 27565; 26764; 22092; 11448
 uniqueness:39367
 unitaire:95193
 univers:76109; 75848; 75617; 73050; 71101; 70602; 70562; 3899;
 70509; 67294; 67047; 65870
 universel":26927
 universelle:73768; 2848
 uof:51465; 21772; 21319
 uplet:111950; 111920; 87081; 64620; 64173; 64026
 uplets:56204
 usage:240
 usuelle:66952; 17254; 13296; 9101; 9031
 usuelles:8992; 6351
 usuels:18480
 utile:91526; 49872
 utiles:99410
 utilisant:20613; 291
 utilisations:80312
 utilise:88206; 67861; 46212; 33563
 utilisent:112228; 109426; 88855; 10212; 7688
 utiliser:113388; 94570; 43373
 vais:89980; 80380; 69102; 65726; 35355; 31062
 valable:66113; 49508; 40764; 38019; 36016; 23568
 valables:55877
 valant:110934; 69488; 37529; 20996; 7249; 4812; 4745
 valeur:89575; 72799; 67720; 66724; 23359; 10961; 10629;
 2530
 valeurs:65625; 59511; 59429; 43172
 valide:114183; 65782; 64548; 28734
 vaste:678
 vaut:108662; 108644; 96194; 48138
 vect:17399
 vecteur:86303; 86256; 86203; 40173; 35795; 35781; 22469
 vectoriel:108918; 86152; 85980; 40772; 40311; 39631;
 38889; 35028; 31651; 31415; 30024; 22960; 22779; 22419;
 21904
 vectorielle:22461; 22396
 vectoriels:89697; 89471; 37107; 18137; 17276
 verbatim:43417; 43388; 41665; 41640; 41240; 41215;
 38298; 38263; 29774; 29743
 verba:5101
 vers:96568; 91581; 41400; 37311; 35745; 35605; 35488;
 28783; 28769; 24255; 23423; 23409; 23393; 22714; 22696;
 22518; 21783; 21428; 21324; 10899; 2484
 version:66642; 14269; 11692; 11681; 2888
 versions:14494
 vert:381
 veulent:112027; 60348
 veut:113357; 112812; 112610; 109749; 97046; 92889;
 89746; 82482; 68901; 55682; 24223; 24177; 9714; 1078
 veut":32958; 13151
 veux:107139
 via:89822; 62311
 vide:113496; 107604; 101123; 101105; 101015; 100712;
 99583; 99455; 76844; 76777; 76709; 76595; 71830; 63432;
 62868; 61825; 58402; 58371; 58333; 58182; 58121; 57598;
 57577; 57104; 57050; 56964; 56885; 56590; 50636; 42318;
 42195; 21583; 20724; 20654; 20639; 19035; 15598; 14975;
 14781; 11144
 vides:75599; 73317; 71712; 70546; 63081; 62807; 62736;
 59321; 10314
 vie:112700; 49914; 894
 viens:90828
 vient:112534; 52762; 48276; 48108; 42658; 2985
 vigneur:80014
 violemment:73185; 63238
 violet:109014; 108304; 107809; 106950; 106639; 105919;
 105738; 105551; 104700; 103337; 97632; 96887; 93965; 93226;
 91910; 86624; 86103; 85855; 85616; 85343; 84946; 84576;
 84089; 83688; 82464; 81495; 80431; 79031; 75837; 75557;
 75461; 74749; 71747; 71350; 71150; 70672; 60835; 59729;
 59361; 58872; 57021; 53728; 48948; 47222; 47015; 46526;
 46098; 45573; 45207; 44147; 43610; 42449; 42162; 41679;
 41300; 40615; 39622; 38317; 37423; 35876; 34367; 33710;
 31747; 31115; 29787; 29024; 28080; 27657; 26115; 25752;
 24913; 24401; 23744; 22815; 21941; 21146; 20904; 20696;
 20122; 19714; 19129; 18541; 18335; 16624; 14528; 12931;
 11930; 8060; 7040; 5165; 4667; 1778; 1376; 356; 343; 23
 virgule:322
 virtuel:35797; 35650; 16574; 16550; 15811; 11351; 11271;
 3875; 3614
 virtuels:26740

vision:2354
vite:112723
vocabulaire:68372; 8996
voici:11858
voient:96118; 67790; 67777
voir:91556; 42662; 24193; 15803; 599
vois:90406
voisinage:85484; 85412; 45438; 44843; 44485; 44361;
44334; 34160; 18069; 18040; 17856; 10073
voisinages:17809
voit:103077; 101799; 99751; 81253; 75409; 73056; 65876;
34326; 34255
volontaire:275
volontairement:51839
vos:51432
votre:51438; 51409
voudrait:25464
voulait:94993
voulez:80084; 78001
voulu:21821
voulue:95073; 1551
vous:114780; 109509; 109482; 96560; 90211; 87945;
82121; 80082; 78003; 77999; 70053; 68484; 68471; 68020;
65745; 56178; 54695; 51403; 51379; 2622; 2595; 1783; 1750;
1707; 941; 591; 579
vrai:109356; 102201; 70032; 69973; 67690; 66494; 62574;
62532
vraie:81117; 81016
vraiment:81255; 75517; 72963; 47207; 46991; 33294
vue:103524
wiki:41653; 41228
wikipedia:41649; 41224; 25672
www:43395; 38274; 29750
xjy:114660
xcolor:10
xdt:105394; 105379; 105371; 105367
xpa:93831
xuj:81936
ypx:77807
yeux":47215
ypb:93835
yvj:81938

zjx:77815