

# Diseño de experimentos factoriales fraccionados: aplicaciones en fabricación.

Carlos Marqués Durbán.  
326 ing de calidad  
3º ing Industrial.

## Índice:

Introducción.....	3
Definiciones.....	4
Diseño de experimentos factoriales fraccionados:	
Introducción.....	5
Objetivo.....	5
Tipos.....	6
Resoluciones.....	7
Ejemplos de aplicación.....	7
Conclusión.....	15
Bibliografía.....	16

## 1.1-Introducción:

La Ingeniería de la Calidad está diseñada para generar y controlar procesos de calidad dentro de unas tolerancias posibles al menor coste posible.

En todos los procesos existen algunos factores de ruido que afectan la calidad final de los mismos y son causantes de variabilidad y pérdida de calidad.

Taguchi define la calidad como: "LA CALIDAD DE UN PRODUCTO ES LA PERDIDA MÍNIMA IMPARTIDA POR EL PRODUCTO A LA SOCIEDAD, DESDE EL MOMENTO EN QUE ES EMBARCADO."

Dentro de las actividades del control de la calidad, la Ingeniería de la calidad consta de las actividades dirigidas a la reducción de la variabilidad y de las pérdidas, así como el control de los procesos para cumplir con una buena calidad. Un ejemplo son los experimentos factoriales fraccionados los cuales nos sirven para evitarnos muchas comprobaciones al comprobar procesos y evitar tener que hacer pruebas de todas muestras como explicaremos posteriormente.

La *variabilidad* y la *calidad* son conceptos que se contraponen, puede definirse la calidad como la reducción de la variabilidad, un proceso es más capaz cuanto su variabilidad es menor. Pinchando en: [capacidad](#) obtendremos una definición más exacta.

A continuación pasamos a explicar los experimentos factoriales fraccionados y su importancia para la industria al darnos efectividad y rapidez.

## 1.2-Definiciones:

Vamos a explicar unas definiciones importantes para comprender los experimentos factoriales:

**Factores:** Los fenómenos que potencialmente causan variación, y que son controlados por el experimentador, se denominan factores. También se denominan *tratamientos*.

**Niveles de un factor:** Son los valores que toma un factor. En general toman valores que se miden en escala categórica, aunque a veces suelen ser medidos en escalas numéricas.

**Experimento:** es un estudio en el que el investigador tiene un alto grado de control sobre las fuentes de variación importantes.

**Combinación de Tratamientos:** Cada una de las combinaciones de niveles de todos los factores involucrados en el experimento.

**Efecto Principal:** Un efecto principal es la variación en la respuesta, atribuida al cambio en un factor determinado, a través de sus distintos niveles.

**Interacción:** El efecto producido por la acción de un factor, influido por la presencia de otro. Es un efecto combinado de dos o más factores. Si no existe un efecto de interacción, se dice que los efectos de los factores son aditivos.

**Error Experimental:** La parte de la variabilidad que no está explicada por los factores involucrados en el experimento, causas aleatorias.

**Réplicas:** Todas las corridas experimentales que corresponden a una misma combinación de tratamientos. Son repeticiones del experimento, bajo idénticas condiciones de los factores. Tienen un doble objetivo: Lograr mayor precisión en la estimación de los efectos de los factores y de sus interacciones, y estimar el error experimental.

### **1.3-Diseño de experimentos factoriales fraccionados:**

Los diseños factoriales, son diseños que son ampliamente utilizados en experimentos de investigación en los que intervienen varios factores para estudiar el efecto conjunto de estos sobre una determinada respuesta. Son realizados en las etapas iniciales de un proyecto, y la mayoría de los factores inicialmente considerados frecuentemente tienen poco o ningún efecto en la respuesta de la variable analizada. Los factores que son identificados como importantes son entonces investigados más profundamente en experimentos subsiguientes.

Para profundizar más sobre los experimentos pincharemos [experimentos fraccionados](#).

Los experimentos fraccionados pertenecen dentro de la ingeniería de calidad a la parte de diseño y análisis de experimentos y son muy importantes tanto a nivel científico como a nivel de ingeniería, son considerados como fracciones menores, reducen la variabilidad del proceso así como mejoran la economía.

Los experimentos fraccionados como tal tienen por objetivo determinar la significación de los efectos principales y de las interacciones de 2 o 3 factores. Con ello conseguiremos tener que analizar menos muestras y con menos repeticiones dar un resultado válido para lo que queremos demostrar, para ello como su propio nombre indica haremos experimentos realizados como una fracción.

Estos diseños factoriales fraccionados son ampliamente usados en la investigación industrial, como ya hemos dicho anteriormente. Los experimentos fraccionados son utilizados en las etapas iniciales de un proyecto, y la mayoría de los factores inicialmente considerados frecuentemente tienen poco o ningún efecto en la respuesta de la variable analizada. Los factores que son identificados como importantes son entonces investigados más profundamente en experimentos siguientes.

Al realizar los experimentos fraccionados diremos que es posible usar menos combinaciones de la que realmente se deberían usar.

Al planear un experimento en forma fraccionada, se debe tratar de que cada nivel de los factores aparezca el mismo número de veces en el

total de combinaciones de tratamientos, de modo que se puedan medir sus efectos con igual precisión. Para lograrlo, se debe dividir el total de combinaciones de tratamientos por una potencia de dos, y utilizar una de esas fracciones para el experimento. Las fracciones se denominan bloques.

Por ejemplo, un experimento  $2^3$  puede dividirse en 2, lo que nos da dos bloques de  $2^3/2=2^2=4$  combinaciones de tratamientos; o puede dividirse en cuatro bloques de  $2^{3-2}=2$  combinaciones de tratamientos.

Hay varios tipos de diseño factorial fraccionado:

### **-Diseño factorial fraccionado $2^{k-p}$ :**

En general, para lograr un experimento fraccionado de un experimento factorial  $2^k$ , se debe escoger un bloque que sea una fracción de  $1/2^p$  del total de combinaciones de tratamientos (con  $p < k$ ). Se debe tener cuidado, además, que los niveles de todos los efectos aparezcan el mismo número de veces. Se usa el símbolo  $2^{k-p}$  para designar un experimento fraccionado a  $1/2^p$ . En estos diseños lo que tendremos que hacer es elegir  $p$  generadores independientes. Hay  $k$  factores a 2 niveles cada uno. El número de combinaciones de tratamientos es  $2^k$ , distribuidas en  $2^p$  bloques de  $2^{k-p}$  combinaciones de tratamientos en cada una. El número de efectos independientes que quedan confundidos con 1 es igual a  $p$ . Se forman  $2^{k-p}$  grupos de  $2^p$  efectos confundidos entre sí.

Estos diseños tienen la relación definida por los  $p$  generadores inicialmente elegidos y por las relaciones de interacción que se definen.

Diremos que las interacciones generalizadas de dos o más efectos, son las que resultan de "multiplicar" esos efectos.

En resumidas cuentas las decisiones que tiene que tomar el experimentador en este tipo de diseños son:

- Decidir la fracción de diseño que va a utilizar, es decir, decidir el valor asignado para  $p$ .
- Decidir los efectos independientes que va a confundir con 1, esto quiere decir saber los efectos que no va a poder cuantificar. Es deseable que no

sean efectos principales, ni, en lo posible, interacciones dobles. Se prefiere confundir interacciones de alto orden.

Todas las relaciones de alias para este diseño se muestran en la tabla siguiente. En general, la resolución de un diseño  $2k-p$  es igual al número de letras de la palabra más corta de la relación de definición.

### **-Diseño factorial fraccionado $3^{k-p}$ :**

A menudo se desea un fraccionamiento mayor del diseño  $3^k$  para valores de moderados a grandes de  $k$ . En general, puede construirse una fracción  $(1/3)^p$  de un diseño  $3^k$  para  $p < k$ , donde la fracción  $3^{k-2}$  es la fracción  $(1/9)$ , el  $3^{k-3}$  consiste en seleccionar  $p$  componentes de interacción, y usar estos efectos para descomponer las  $3^k$  combinaciones de tratamientos de  $3^p$  bloques. Cada bloque constituye ahora un diseño factorial fraccionario  $3^{k-p}$ .

La relación 1 define cualquier fracción, consta de los  $p$  efectos elegidos inicialmente y de sus  $(3^{p-2p-1}) / 2$  interacciones generalizadas. Los alias de cualquier efecto principal o componente de interacción se determinan multiplicando el efecto por 1 e  $1^2$  módulo 3.

Diseños de factoriales fraccionados suelen usarse por ejemplo para medir variación de concentraciones de un tipo de material en un tipo de proceso industrial según unos factores como pueden ser la humedad, la temperatura, etc. Para medir la salida máxima de voltaje de una batería en unas determinadas condiciones, calidades de piezas, etc.

Resoluciones:

**Resolución III.** No hay efectos principales confundidos entre sí, pero si efectos principales con interacciones dobles.

**Resolución IV.** No hay efectos principales confundidos entre sí, ni efectos principales con interacciones dobles. Si hay interacciones dobles confundidas entre sí.

**Resolución V.** No hay efectos principales ni interacciones dobles confundidas entre ellos. Si hay interacciones dobles confundidas con triples.



Ejemplos:

Se pretende analizar la salida máxima de voltaje de un tipo particular de batería, se piensa que puede ser influenciado por el material usado en los platos y por la temperatura en la localización en la cual la batería es colocada.

El experimento se realiza con cuatro replicas y un experimento factorial para tres tipos de temperatura y tres materiales.

Tenemos los siguientes resultados:

		FACTOR (B)						
		TEMPERATURA						
FACTOR (A) MATERIAL	1	130	155	30	40	20	70	998
		74	180	80	75	82	58	
	2	150	188	136	122	25	70	1300
		159	126	106	115	58	45	
	3	138	110	174	120	96	104	1501
		168	160	150	139	82	60	
	1738		1291		770		3799	

Lo primero de todo será realizar las sumas de cuadrados de todas las muestras tanto por el factor del material como por el factor de la temperatura, es decir hacer la suma de cuadrados de filas y columnas.

También deberemos hacer, una vez calculado esto, la suma de cuadrados del global, es decir, la media de la suma de cuadrados así como la media de las varianzas.

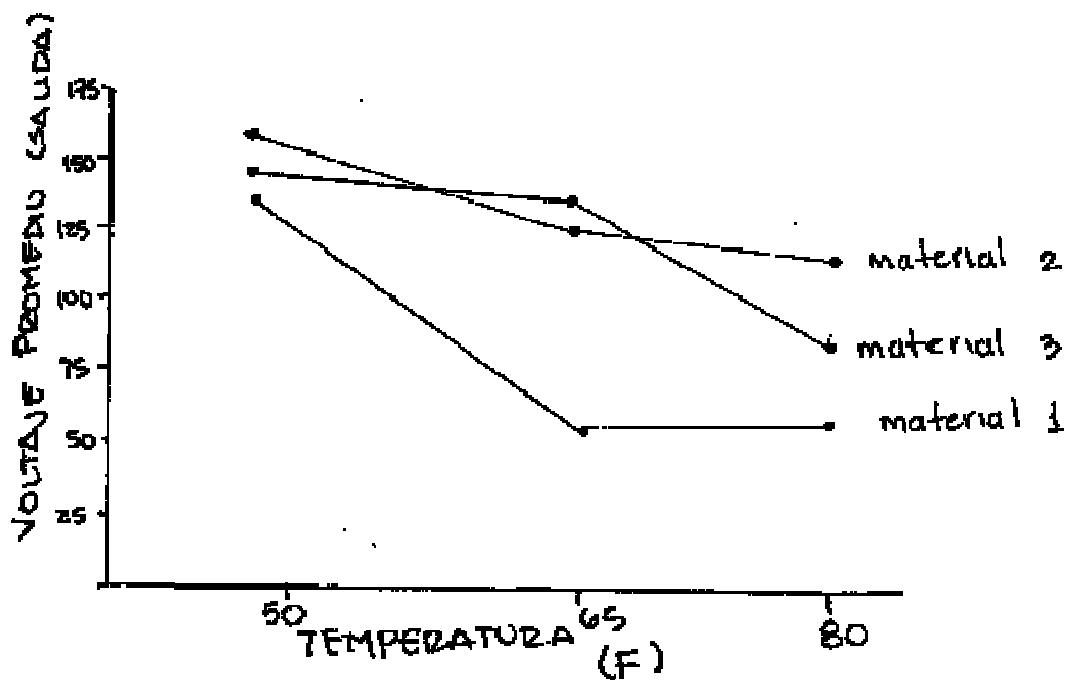
Tendremos que  $n=4$   $A=3$   $B=3$

Haremos la tabla del ánova:

FUENTES DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUAD. MEDIOS	FO
TIPO DE MAT.	10683.72	2	5341.86	7.91 > 3.35
TEMPERATURA	39118.72	2	19559.36	28.97 >

				3.35
ITERACION	9613.77	4	2403.44	3.56 > 2.73
ERROR	18230.75	27	675.21	
TOTAL	77646.96	35		

Obtendremos la gráfica del material según la temperatura:



Concluiremos que el material del tipo 2 es el más estable y que nos da mejor voltaje a las diferentes temperaturas.

Otro ejemplo:

Analizaremos la precisión del resultado del análisis químico para medir el contenido de oro concentrado de cobre.

La metalurgia es la ciencia que estudia la forma de extraer los metales de las menas, y los prepara para una posterior utilización. En el caso del cobre, éste se encuentra en la naturaleza en los minerales, formados por especies mineralógicas valiosas de cobre, mezcladas con grandes cantidades de materiales de deshecho o ganga.

Una vez extraído el mineral de la mina, el primer paso consiste en separar físicamente las especies mineralógicas de cobre de la ganga, triturando y moliendo los minerales; el segundo paso consiste en concentrar las especies valiosas por flotación por espuma. Estas operaciones no modifican las características químicas de las especies que han sido separadas y concentradas. El producto obtenido en esta etapa se denomina concentrado de minerales o concentrado de cobre.

La etapa siguiente es la eliminación de las impurezas obtenidas en la flotación junto al cobre. La primera consiste en un proceso pirometalúrgico realizado en hornos a altas temperaturas, dando origen a un ánodo de cobre, de ley aproximadamente 99,5%. A continuación este ánodo es tratado electroquímicamente, dando como producto el denominado cátodo de cobre, de ley aproximadamente 99,98%, el cual es comercializado mayoritariamente en los mercados de Europa y Estados Unidos.

Los productos obtenidos en las distintas etapas mencionadas, requieren de un control operacional.

Es así como adquiere una real importancia el departamento de control de calidad, a través de sus distintas áreas (laboratorio químico, laboratorio físico, muestreras, control de pesaje). Junto a este control se destaca también el control a los productos, llamado control de certificación.

El análisis químico de oro en concentrados de cobre, se lleva a cabo a través de dos técnicas combinadas: Extracción orgánica por solventes y espectrofotometría de absorción atómica. El siguiente diagrama muestra en detalle el procedimiento analítico:

Muestreo.  
Tratamiento de la muestra.  
Separación de la solución de oro del material insoluble.  
Decantación en embudo de decantación  
Separación del oro en fase orgánica de fase inorgánica.  
Registro de datos del instrumental.  
Evaluación.

Los resultados del análisis presentan una alta variabilidad, por lo que se sospecha que el método de análisis influye sobre éste, lo que redundará en valores poco confiables.

Se hizo un estudio, enmarcado dentro de estos procesos de control, que corresponde al análisis químico de oro contenido en concentrados de cobre, para observar la variabilidad de los resultados. Los factores que potencialmente influyen sobre el resultado son:

Tamaño de la muestra.  
Temperatura de reacción.  
Tiempo de reacción.  
Volumen extraído.  
Acidez del medio.  
Capacidad del extractante.  
Forma de calibrar el instrumento de medición.

Con el objeto de estudiar la influencia de estos factores sobre el resultado del análisis, se tomó una muestra homogeneizada de concentrado de cobre, la que se dividió en porciones, para utilizar en cada corrida experimental.

**OBJETIVO DEL EXPERIMENTO :** Diseñar un experimento para controlar las fuentes de variación más relevantes, en la determinación de oro en concentrados de cobre.

**DISEÑO DEL EXPERIMENTO :** Siete factores, con dos niveles cada uno, según la siguiente descripción:

#### FACTORES NIVELES

A : TAMAÑO DE LA MUESTRA. a1 : Partícula fina.  
a2 : Partícula gruesa.



diseño  $2^{3-1}$

		CONTRASTES							
	COMPONENTE	1	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
BLOQUE I	$a_1b_1c_1$	+	-	-	+	-	+	+	-
	$a_2b_2c_1$	+	+	+	+	-	-	-	-
	$a_2b_1c_2$	+	+	-	-	+	+	-	-
	$a_1b_2c_2$	+	-	+	-	+	-	+	-
BLOQUE II	$a_2b_1c_1$	+	+	-	-	-	-	+	+
	$a_1b_2c_1$	+	-	+	-	-	+	-	+
	$a_1b_1c_2$	+	-	-	+	+	-	-	+
	$a_2b_2c_2$	+	+	+	+	+	+	+	+

Si nos fijamos en un solo bloque cualquiera, veremos que es lo mismo probar el efecto A que el efecto de la interacción BC. Por lo tanto, al querer medir uno de estos efectos, estaremos midiendo ambos a la vez. Se dice que los efectos A y BC están confundidos. También vemos que están confundidos B con AC, C con AB y ABC con 1.

Hay una forma simple de determinar cuáles grupos de efectos están confundidos entre sí, sin tener que construir la matriz de diseño completa. Consiste en identificar el o los efectos que aparezcan confundidos con la identidad 1, dentro de cada bloque ( y por lo tanto, están confundidos con los bloques).

El símbolo de cada uno de éstos se "multiplica" por los símbolos correspondientes a cada uno de los demás efectos, respetando la convención de que una letra elevada al cuadrado es igual a 1. Entonces el efecto que se multiplica por él está confundido con el efecto resultado de la "multiplicación".

Vemos en la Matriz de Diseño del Bloque I, que sólo ABC está confundido con 1, pues si se mide ABC dentro de ese bloque , es lo mismo que medir la identidad (sólo aparecen cambiados los signos, pero eso no altera la situación); lo mismo ocurre en el Bloque II . Si multiplicamos ABC por cada uno de los efectos, obtenemos los siguientes resultados:

$$ABC \times 1 = ABC$$

$$ABC \times A = A^2BC = BC$$

$$ABC \times B = AB^2C = AC$$

$$ABC \times AB = A^2B^2C = C$$

$$ABC \times C = ABC^2 = AB$$

$$ABC \times AC = A^2BC^2 = B$$

$$ABC \times BC = AB^2C^2 = A$$

$$ABC \times ABC = A^2B^2C^2 = 1$$

En resumen, podemos concluir que:

1 está confundido con ABC

A está confundido con BC

B está confundido con AC

C está confundido con AB

Un último ejemplo:

Consideraremos una fracción  $\frac{1}{4}$  con 6 factores y deseamos analizar los efectos principales y las interacciones dobles, necesitaremos 32 experimentos con 31 grados de libertad si queremos hacer los experimentos  $2^{6-1}$ . Si hacemos  $2^{6-2}$  haremos 16 ensayos con 15 interacciones y nos permitirán obtener los 6 efectos principales.

Para empezar este experimento lo haremos con  $2^4$  (A, B, C, D) y añadiremos (E, F) y seleccionaremos los generadores  $I = ABCE$  e  $I = BCDF$ .

$$E=ABC$$

$$F=BCD$$

La relación completa del diseño será pues:

$$I = ABCE = BCDF = ADEF$$

Cada término en una relación de definición es una **palabra**. Para encontrar el alias de cualquier efecto, simplemente multiplicamos el efecto por cada palabra de la relación de definición completa.



#### **1.4-Conclusiones:**

Este trabajo me ha servido para corroborar lo que hemos aprendido en clase, es decir, darnos cuenta de que lo teórico que hemos aprendido durante el cuatrimestre se usa en la vida laborar.

También sirve para darnos cuenta de que los experimentos fraccionados son usados para facilitarnos el trabajo cuando tenemos que contrastar experimentos con varios factores donde las combinaciones que nos salen son elevadas, puesto que podemos reducir estas.

La importancia de los experimentos fraccionados y lo altamente usados que son en las industrias para diversos tipos de procesos industriales, sobre todo en las primeras etapas de los procesos.

## 1.5-Bibliografía:

[www.wikipedia.es](http://www.wikipedia.es)

<http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/ingcalidad/unidad1.html>

Apuntes Ingeniería de calidad. 3º ingeniera industrial.UJI.

<http://www.utp.edu.co/php/revistas/ScientiaEtTechnica/docsFTP/104624280-285.pdf>