PROCESO DE NACIMIENTO PURO Y MUERTE PURA

- En esta sección consideraremos dos procesos especiales. En el primer proceso, los clientes llegan y nunca parten y en el segundo proceso los clientes se retiran de un abasto inicial. En ambos casos los procesos de llegada y retiro ocurren de manera aleatoria. Las dos situaciones se denominan proceso de nacimiento puro y proceso de muerte pura.

MODELO DE NACIMIENTO PURO

Considere la situación de emitir actas de nacimiento para bebes recién nacidos. Estas actas se guardan normalmente en una oficina central de Registro Civil. Hay razones para creer que el nacimiento de bebes y, por ello, la emisión de las actas correspondientes es un proceso completamente aleatorio que se puede describir por medio de una distribución de Poisson.

$$p_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

n = 0,1,2,3….(nacimiento puro)

Donde λ es la tasa de llegadas por unidad de tiempo, con el número esperado de llegadas durante t igual a λ t.

Ejemplo

- Suponga que los nacimientos en un país están separados en el tiempo, de acuerdo con una distribución exponencial, presentándose un nacimiento cada 7 minutos en promedio.
- Como el tiempo promedio entre arribos (entre nacimientos) es de 7 minutos, la tasa de nacimiento en el país se calcula como:

$$\lambda = \frac{24x60}{7} = 205.7 nacimientos / dia$$

- El numero de nacimientos en el país por año esta dado por
- λt = 205.7 x 365 = 75080 nacimientos/año

- La probabilidad de ningún nacimiento en cualquier día es

$$p_o = \frac{(205.7x1)^0 e^{-205.7x1}}{0!} \approx 0$$

- Suponga que nos interesa la probabilidad de emitir 45 actas de nacimiento al final de un periodo de 3 horas, si se pudieron emitir 35 actas en las primeras 2 horas.
- Observamos que debido a que los nacimientos ocurren según un proceso de Poisson, la probabilidad requeridas reduce a tener 45-35=10 nacimientos en una hora (=3-2). Dado λ=60/7=8.57 nacimientos/hora, obtenemos

RESULTADO

$$_{p10}(19) = \frac{(8.57x1)^{10} e^{-8.57x1}}{10!} = 0.11172$$

MODELO DE MUERTE PURA

- Considere la situación de almacenar N unidades de artículo al inicio de la semana, para satisfacer la demanda de los clientes durante la semana. Si suponemos que la demanda se presenta a una tasa de μ unidades por día y que el proceso de demanda es completamente aleatorio, la probabilidad asociada de tener n artículos en el almacén después de un tiempo t, la da la siguiente distribución **truncada de Poisson:**

$$p_n(t) = \frac{(\mu t)^{N-n} e^{-\mu t}}{(N-n)!}$$

n= 1,2 ……N

$$p_0(t) = 1 - \sum_{n=1}^{N} p_n(t)$$

MUERTE PURA

EJEMPLO

- Al inicio de la semana, se almacenan 15 unidades de un artículo de inventario para utilizarse durante la semana. Solo se hacen retiros del almacenamiento durante los primeros 6 días (la empresa esta cerrada los domingos) y sigue una distribución de Poisson con la media de 3 unidades/día. Cuando el nivel de existencia llega a 5 unidades, se coloca un nuevo pedido de 15 unidades para ser entregado al principio de la semana entrante. Debido a la naturaleza del artículo, se desechan todas las unidades que sobran al final de la semana

- Podemos analizar esta situación en varias formas. Primero, reconocemos que la tasa de calculo es μ = 3 unidades por día. Supóngase que nos interesa determinar la probabilidad de tener 5 unidades (el nivel de nuevo pedido) al día t; es decir,
-
- $$p_5(t) = \frac{(3t)^{15-5} e^{-3t}}{(15-5)!}, \qquad t= 1,2,\ldots,6$$

- Como ejemplo ilustrativo de los cálculos, tenemos los siguientes resultados utilizando el programa TORA μt=3,6,9…., y 18

t (días)	1	2	3	4	5	6
μt	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**
$p_5(t)$	**0.0008**	**0.0413**	**0.1186**	**0.1048**	**0.0486**	**0.015**

Obsérvese que $p_5(t)$ representa la probabilidad de hacer un nuevo pedido el día t. Esta probabilidad llega a su nivel máximo en t=3 y después disminuye conforme transcurre la semana. Si nos interesa la probabilidad de hacer un nuevo pedido para el día t, debemos determinar la probabilidad de tener cinco unidades o menos el día t; esto es,

$P_{n<=5}(t) = {}_{p0}(t)+{}_{p1}(t)+\ldots..+{}_{p5}(t)$

Usando TORA nuevamente obtenemos

t (días)	1	2	3	4	5	6
μt	3	6	9	12	15	18
$p_{n<=5}(t)$	0.0011	0.0839	0.4126	0.7576	0.9301	0.9847

- Podemos advertir en la tabla que la probabilidad de hacer el pedido para el día t aumente monótonamente con t.
- Otra información, que es importante al analizar la situación, es determinar el número promedio de unidades de inventario que se desecharan el fin de semana.
- = $E\{n|t=6\}$ $\sum_{n=0}^{15} np_n(6)$
- Esto se hace calculando el número esperado de unidades para el día 6; es decir,
- La tabla que sigue presenta un resumen de las operaciones dado µt=18

- Esto se hace calculando el número esperado de unidades para el día 6; es decir,
- La tabla que sigue presenta un resumen de las operaciones dado μt=18

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$p_n(6)$	0.792	0.0655	0.0509	0.0368	0.0245	0.015	0.0083	0.0042	0.0018	0.0007	0.0002	0.0001

- Y $p_n(6)$ ~= 0 para n = 12,13,14 y 15. Por lo tanto, al calcular el promedio, obtenemos
- **= 0.5537 unidad**
- **Esto indica que, en promedio, se desechará menos de una unidad al término de cada semana.**