Conjetura 2n + 2 y las Variantes de Collatz

Por: José Acevedo J.

La conjetura 2n + 2, no es más que una variante de la muy conocida conjetura matemática de Collatz ó 3n + 1, como también es conocida. Para comprender la primera, debemos conocer el enunciado de la segunda.

Enunciado de la conjetura 3n + 1:

Tomemos un número natural (n), y procedamos de la siguiente manera:

a) Si n es impar, multipliquémoslo por 3 y le sumamos 1 al resultado.

b) Si n es par, dividámoslo por 2.

Repetiremos este proceso con el guarismo obtenido, y así repetidamente.

Ej.:

n = 9

Como n es impar multiplicamos 9 por 3 y le sumamos 1.

3(9) + 1 = 28, este es el segundo término de la sucesión.

9, 28

Como 28 es par, lo dividimos entre 2 para generar el tercer término, y así sucesivamente repetimos el proceso hasta acabar en 1.

9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

No importa el número natural que elijamos, siempre y cuando sigamos estas simples reglas la serie terminará en uno, esto significa que a partir de dicho término se vuelve periódica.

Por medio de ordenadores, se ha comprobado que la conjetura es cierta para números menores o iguales a 2^{58}, pero eso no le da el estatus de teorema a la conjetura.

Como ya se habrán podido imaginar, la conjetura 2n + 2, cumple el mismo enunciado que la conjetura de Collatz (3n + 1), variando sólo en la función generadora que ahora es 2n + 2 (para n impares).

Ej.:

n = 9

Como n es impar, lo multiplicamos por 2 y le sumamos 2.

9, 20, 10, 5, 12, 6, 3, 8, 4, 2, 1.

Como podemos notar, el número de iteraciones es menor que en el ejemplo anterior.

Para n = 3721, tenemos:

3721, 7444, 3722, 1861, 3724, 1862, 931, 1864, 932, 466, 233, 468, 234,117, 236, 118, 59, 120, 60, 30, 15, 32, 16, 8, 4, 2, 1

Para n = 10, tenemos:

10, 5, 12, 6, 3, 8, 4, 2,1

Para n = 28, tenemos:

28, 14, 7, 16, 8, 4, 2, 1

Otra variante es la conjetura de tipo: 2^{n} * m, tal que m es un elemento de los enteros positivos impares y n un número entero mayor que 0.

Siguiendo las mismas reglas que en las conjeturas anteriores, y sustituyendo únicamente la función generadora, por la funcione: 2^{n} m, observamos que:

Si tomamos n = 1 y m = 5,

2m

5, 10, 5

Si tomamos n = 2, m = 5,

4m

5, 20, 10, 5

Si tomamos n = 3, m = 5,

8m

5, 40, 20, 10, 5

Si tomamos n = 4, m = 5,

16m

5, 80, 40, 20, 10, 5

Como podemos notar en este tipo de variante, siguiendo las reglas de collatz, el último término de la sucesión es igual al primero, lo que significa que a partir de este término la sucesión se hace cíclica. Otra cosa que se puede observar es que el número de términos aumenta conforme aumenta n en (n + 2), antes de que se haga cíclica.

Ejemplos:

Para n (1- 3), m = 576345

$2^1 = 2$

576345 - 1152620 – 576345

$2^2 = 4$

576345 - 2305380 – 1152690 – 576345

$2^3 = 8$

576345 – 4610760 – 2305380 – 1152620 – 576345