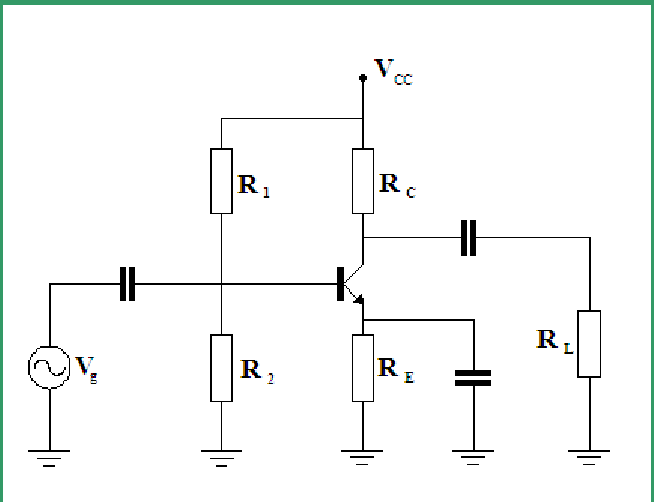
Apuntes sobre Transistores



cursos_de_electronica@hotmail.com

Índice

1.- ELEMENTOS BÁSICOS:

a).- Ley de Ohm:

La ley de Ohm dice que la tensión existente entre los terminales de un resistor, es igual al producto de la intensidad que lo recorre, por el valor de su resistencia.

$$V=I\cdot R \qquad R=\frac{V}{I} \qquad I=\frac{V}{R}$$

De la misma manera podemos decir que la tensión en el terminal por el que entra la corriente en un resistor es más positiva que la tensión en el terminal por el que sale la corriente:

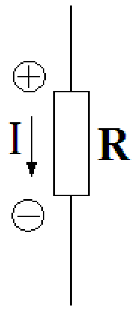


Fig.- 1.1

La tensión en el terminal superior de esta resistencia es más positiva que la tensión en el terminal inferior, siendo la caída de tensión en el resistor la que se puede calcular por la ley de Ohm, es decir $V=I\cdot R$, la diferencia de tensión en los terminales del resistor es igual al producto de la intensidad que lo atraviesa por el valor de su resistencia.

Esta regla se puede aplicar a todos los elementos en los cuales exista una resistencia o una impedancia.

b).- Calculo de circuitos con varias mallas:

Para el calculo del circuito siguiente:

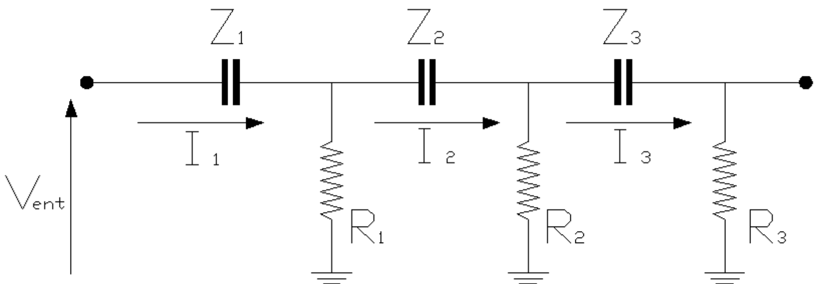


Fig.- 1.2

La suma total de tensiones en una malla es igual a cero.

1.- Se asigna una corriente arbitrariamente a cada maya, según el sentido que queramos recorrerlas.

2.- En las ramas comunes se deduce la intensidad que circula en base a los sentidos asignados a las corrientes:

Por ejemplo:

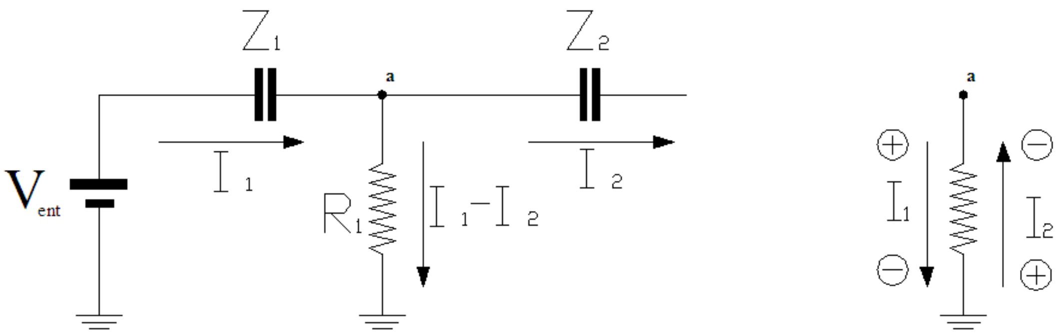


Fig.- 1.3

La intensidad que circulará por R_1 será igual a $I_1 - I_2$

Para las tensiones tenemos que en R_1 tenemos dos tensiones $+I_1 \cdot R_1$ y la creada por I_2 que será $-I_2 \cdot R_1$

Por lo que en el punto **(a)** tenemos la siguiente tensión: $V_a = +I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_1$

De donde tenemos que si la suma de tensiones totales en una malla es cero, para la primera malla:

$$0 = +V_{ent} - I_1 \cdot Z_1 - I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_1$$

En este caso sumamos la tensión creada por I_2 sobre R_1 porque en el sentido en el que estamos recorriendo la malla, que es el sentido de la corriente I_1, la tensión que provoca I_2 sobre R_1 es positiva, como se indica en el gráfico de la derecha de la figura 1.3.

Cambiando todo de signo:

$$0 = -V_{ent} + I_1 \cdot Z_1 + I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_1$$

Re ordenando la ecuación queda:

$$V_{ent} = I_1 \cdot (Z_1 + R_1) - I_2 \cdot R_1$$

3.- Se sacan las ecuaciones de cada malla de la siguiente forma:

La suma de las tensiones existentes en una malla es igual a cero, y se puede calcular de la siguiente forma:

.- La **suma** de las tensiones aplicadas es igual a:

.- El producto de la intensidad asignada, por la impedancia total de la malla.

.- Menos, el producto de la intensidad de la malla colindante, por la impedancia compartida entre las dos mallas, repitiéndose esto según las mallas colindantes.

Por ejemplo para las mallas de la Fig.-1.2:

1ª Malla: $V_{ent}=I_1\cdot(Z_1+R_1)-I_2R_1$ Con una malla colindante

2ª Malla: $0=I_2\cdot(R_1+R_2+Z_2)-I_1R_1-I_3R_2$ Con dos mallas colindantes

3ª Malla: $0=I_3\cdot(R_2+R_3+Z_3)-I_2R_2$ Con una malla colindante

Ejemplo de calculo de tensiones y corrientes en una malla:

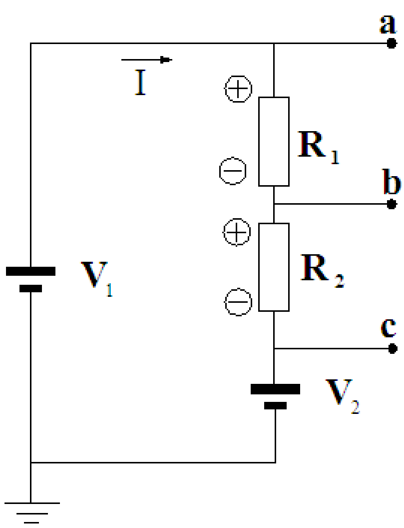


Fig.- 1.4

Para dejar claros varios conceptos, vamos a calcular de diferente forma la tensión existente en el punto (b) del circuito anterior:

En primer lugar decir que la intensidad a lo largo de una malla es la misma en todos los puntos de la malla, por lo tanto esta intensidad única la representamos por I.

En una resistencia, la tensión es más positiva por el terminal por el que entra la corriente y menos positiva en el terminal por el que sale la corriente, esto se indica en el gráfico con los símbolos encerrados en círculos.

La suma de las tensiones en una malla es igual a cero, por lo que podemos deducir la siguiente ecuación de la malla, empezando a recorrer la malla en el punto de tierra y siguiendo la dirección de la corriente (recordemos que la dirección de la corriente la elegimos libremente nosotros):

$$0=+V_1-I\cdot R_1-I\cdot R_2-V_2$$ Ecuación de la malla

De esta ecuación se deduce el valor de la intensidad:

$$I=\frac{V_1-V_2}{R_1+R_2}$$ Ecuación de la intensidad de la malla

Calculamos la tensión en el punto (b) respecto de masa, partiendo del punto de masa y recorriendo la malla en el sentido de la corriente, es decir sin pasar por V_2 :

$$V_b=+V_1-I\cdot R_1$$

Calculamos ahora la tensión en el punto (b) respecto de masa, partiendo del punto de masa, pero recorriendo la malla en sentido contrario al de la corriente, es decir, pasando por V_2 :

$$V_b=+V_2+I\cdot R_2$$

Para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos se procede de la misma forma que la que hemos visto, es decir, para calcular la diferencia de potencial entre los puntos (a) y (b), por este orden (el orden es importante), se parte del punto destino (b) y se recorre la malla hasta llegar al punto origen (a).

Calculamos ahora la diferencia de potencial, es decir la tensión existente, entre los punto (c) y (a) por este orden V_{ca}

Recorremos la malla desde el punto destino (a) hasta el punto origen (c).

$$V_{ca}=-I\cdot R_1-I\cdot R_2$$

Mientras que V_{ac} , se recorre la malla en sentido contrario:

$$V_{ac}=+I\cdot R_2+I\cdot R_1$$

Por lo tanto, vemos que:

1. En una malla aislada la corriente es la misma por todos los puntos de la malla.
2. En una malla cualquiera la suma de las tensiones en la malla es igual a cero.
3. En una resistencia, la tensión en el terminal por el que entra la corriente es mayor que la tensión en el terminal por el que sale la corriente.
4. La tensión entre dos puntos cualesquiera de una malla es la suma de las tensiones que resulta de recorrer la malla del punto destino hasta el punto origen.

c).- Generadores de Tensión ideales:

Entenderemos un generador de tensión ideal, aquel formado por una fuente de tensión en serie con una resistencia, siendo el valor de esta resistencia infinitamente pequeño, muy próximo a cero, por lo que Rs se puede despreciar, viéndola como un cortocircuito.

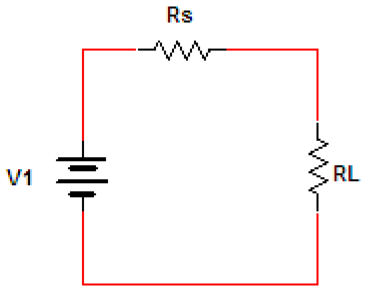


Fig.- 1.5

Una fuente de tensión se reduce a cero o se anula cuando se sustituye por un cortocircuito.

d).- Generadores de Corriente ideales:

Entenderemos un generador de corriente ideal, aquel formado por una fuente de corriente en paralelo con una resistencia, siendo el valor de esta resistencia infinitamente grande, muy próximo a infinito, por lo que Rs se puede despreciar, viéndola como un circuito abierto.

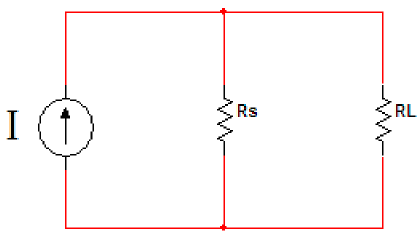


Fig.- 1.6

Una fuente de corriente se reduce a cero o se anula cuando se sustituye por un circuito abierto

e).- Teorema de Thévenin:

Todo circuito puede ser sustituido por una fuente de voltaje ideal en serie con una resistencia.

VOLTAJE DE THÉVENIN
Es el que aparece en los extremos del resistor de carga cuando este está abierto.

RESISTENCIA DE THÉVENIN
Es la resistencia que se ve hacia atrás desde los terminales de carga, cuando la resistencia de carga esta abierta y todas las fuentes de tensión e intensidad han sido reducidas a cero ó anuladas.

Ejemplo de utilización del Teorema de Thévenin:

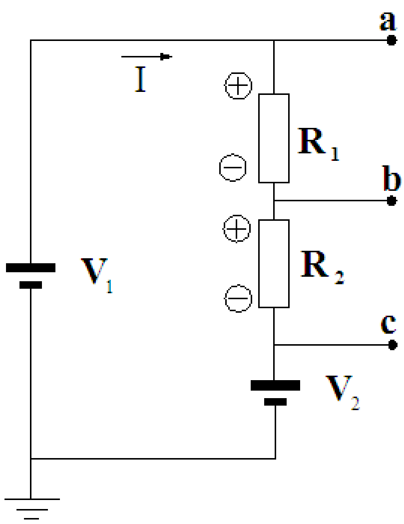


Fig.- 1.7

Vamos a calcular el circuito equivalente de Thévenin en el punto (b):

VOLTAJE DE THÉVENIN
Es el que aparece en los extremos del resistor de carga cuando este está abierto.

Por lo tanto, la tensión en (b) cuando la carga esta abierta, como es nuestro caso, será:
$V_b = +V_2 + I \cdot R_2$ recorriendo la malla por V_2 por lo tanto el voltaje de Thévenin queda así:

$V_{TH} = +V_2 + I \cdot R_2$

RESISTENCIA DE THÉVENIN
Es la resistencia que se ve hacia atrás desde los terminales de carga, cuando la resistencia de carga esta abierta y todas las fuentes de tensión e intensidad han sido reducidas a cero ó anuladas.

Por lo tanto en nuestro caso como la carga ya esta abierta, solo tenemos que anular las fuentes de tensión, quedando el siguiente circuito:

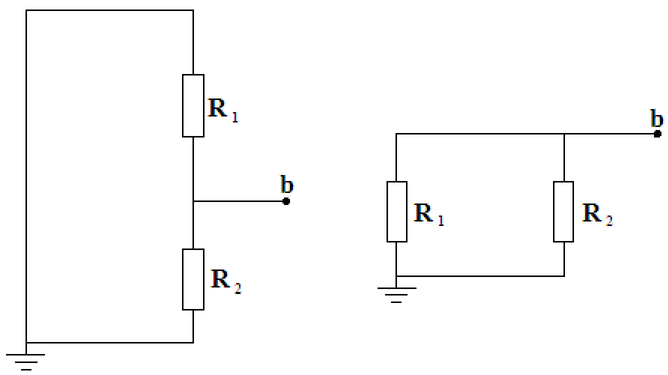


Fig.- 1.8

Por lo tanto la resistencia de Thévenin será igual a las resistencias R_1 y R_2 en paralelo resultando:

$$R_{TH}=\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}$$

f).- Teorema de Norton:

Todo circuito puede ser sustituido por una fuente de corriente ideal en paralelo con una resistencia (resistencia de la fuente).
Previamente a sustituir por el equivalente de Norton es necesario aplicar Thévenin.

FUENTE DE CORRIENTE DE NORTON
Produce una corriente estable igual a voltaje de Thévenin partido por resistencia de Thévenin:

Corriente de Norton = $\frac{V_{th}}{R_{th}}$

RESISTENCIA DE NORTON
Es la misma que la resistencia de Thévenin en paralelo con la fuente de corriente.

Ejemplo de utilización del Teorema de Norton:

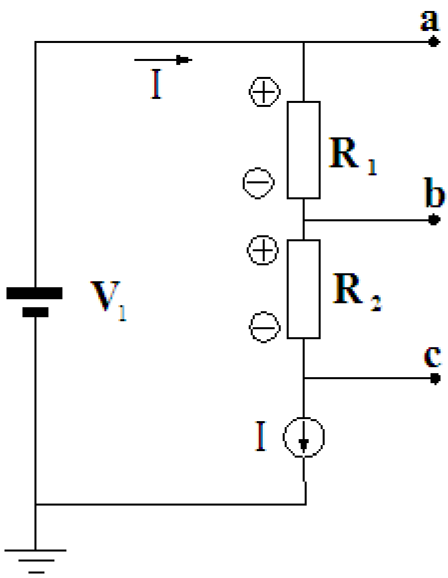


Fig.- 1.9

FUENTE DE CORRIENTE DE NORTON
Produce una corriente estable igual a voltaje de Thévenin partido por resistencia de Thévenin:

Por lo tanto vamos a calcular primero el equivalente de Thévenin, donde en primer lugar veremos el valor de la tensión de Thévenin:

$$V_{TH} = +I \cdot R_2$$

Para calcular la resistencia de Thévenin se encuentra cuando todas las fuentes de tensión e intensidad han sido reducidas a cero ó anuladas, en nuestro caso queda el siguiente circuito:

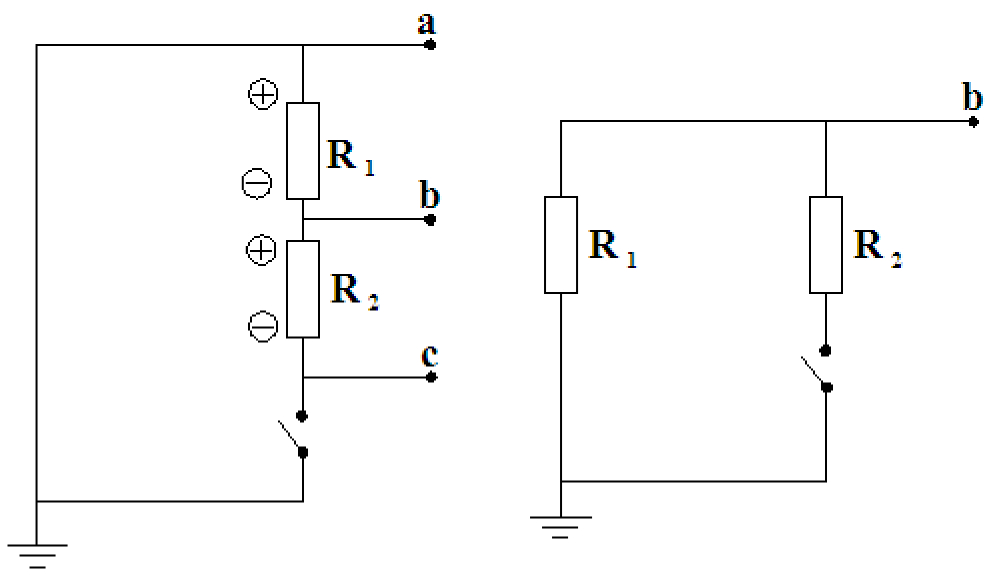


Fig.- 1.10

Como se puede apreciar en el gráfico la única resistencia que se ve desde el punto (b) es R1, ya que R2 tiene abierto su camino a tierra, por lo que tenemos que:

$$R_{TH} = R_1$$

En este punto podemos aplicar el teorema de Norton así:

Corriente de Norton = $\frac{V_{th}}{R_{th}}$ $\qquad I_N = \frac{I \cdot R_2}{R_1}$

RESISTENCIA DE NORTON
Es la misma que la resistencia de Thévenin en paralelo con la fuente de corriente.

$R_N = R_1$ en paralelo con la fuente de corriente, tenemos como resultado el siguiente circuito equivalente de Norton:

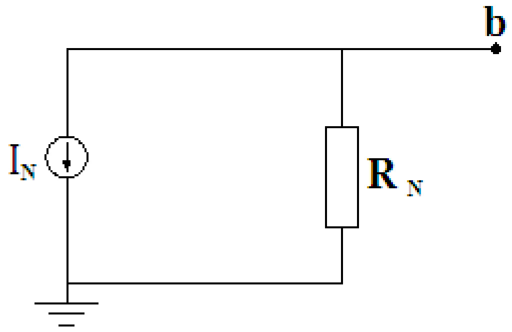


Fig.- 1.11

g).- Teorema de la superposición:

Para analizar un circuito en el que se encuentran presentes corrientes continuas CC y corrientes alternas CA, se pueden analizar por separado los circuitos equivalentes de CC y el equivalente de CA, después, para encontrar los valores reales de tensiones y corrientes en cada punto del circuito, es necesario sumar los valores de CC y CA.
Los pasos para aplicar este teorema son los siguientes:

1.- Hallar el circuito equivalente de Corriente Continua:

.- Reducir las fuentes de corriente alterna a cero.
.- Abrir todos los condensadores.
.- Cortocircuitar todas las bobinas.
.- Calcular tensiones y corrientes.

2.- Hallar el circuito equivalente de Corriente Alterna:

.- Reducir las fuentes de corriente continua a cero.
.- Cortocircuitar todos los condensadores.
.- Abrir todas las bobinas.
.- Calcular tensiones y corrientes.

3.- Hallar las tensiones y corrientes en cualquier punto:
Es la suma de los valores encontrados en los circuitos equivalentes en dicho punto.

2.- SEMICONDUCTORES BÁSICOS

a).- Tipos de semiconductores:

Existen dos tipos de semiconductores:

Semiconductores tipo N: En los cuales los portadores de carga mayoritarios son los electrones (negativos).

Semiconductores tipo P: En los cuales los portadores de carga mayoritarios son los huecos (positivos).

b).-Funcionamiento elemental del diodo

El diodo es un dispositivo formado por la unión de dos semiconductores de tipo distinto, un semiconductor de tipo N y por un semiconductor tipo P.

La propiedad fundamental de este tipo de unión de semiconductores, es que permite el paso de la corriente eléctrica en un sentido y la impide en sentido contrario.

El circuito equivalente será el siguiente:

En polarización directa:

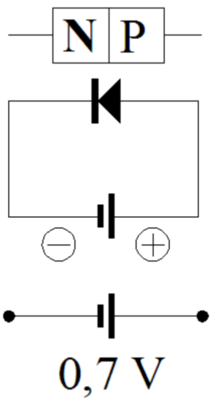


Fig.- 2.1

El circuito equivalente consiste en un interruptor cerrado, por el circuito circula una corriente, en el que se produce una diferencia de tensión de 0,7 Voltios, sea cual sea la tensión aplicada, siempre que esta sea mayor que 0,7V.

En polarización inversa:

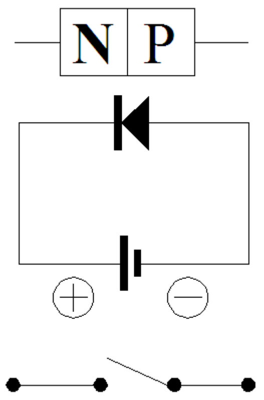


Fig.- 2.2

El circuito equivalente consiste en un interruptor abierto, por el circuito no circula corriente alguna.

c).- Funcionamiento elemental del transistor

El transistor es un dispositivo formado por la unión de tres regiones de semiconductores distintos alternativamente, es decir tenemos dos tipos de transistores:

.- Transistores NPN, con las regiones que indica su denominación, una región N, una región P y una región N.

.- Transistores PNP, con las regiones que indica su denominación.

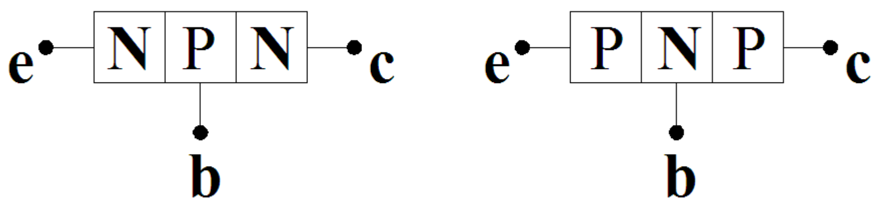


Fig.- 2.3

Cada una de estas tres regiones recibe un nombre:

EMISOR: Es el origen de los portadores mayoritarios. Se encuentra en un extremo.

BASE: Es la zona intermedia, que es más estrecha, por ella circula una pequeña parte de la corriente que circula por el transistor.

COLECTOR: Es el destino de los portadores mayoritarios que circulan por el semiconductor. Se encuentra en el extremo opuesto al emisor.

La propiedad fundamental del transistor, es que un pequeño aumento en la intensidad que circula por la base, se traduce en un aumento mucho mayor de la intensidad que circula por el colector, de forma que la corriente de base controla la corriente de colector.

En todo transistor se cumple que :

$$I_E = I_B + I_C$$

3.- EL TRANSISTOR EN CONTINUA

a).- Formas de polarizar un transistor:

Tenemos tres polarizaciones básicas para un transistor en corriente continua, en las cuales se cumple siempre la ecuación básica del transistor, $I_E = I_B + I_C$ en la que se indica que la corriente que circula por el emisor es igual a la suma de la corriente que circula por la base más la corriente que circula por el colector.

Vamos a mostrar las configuraciones básicas para un transistor NPN, que son idénticas a las configuraciones para un transistor PNP, únicamente cambiando los sentidos de las corrientes y las polaridades de las tensiones.

SATURACIÓN

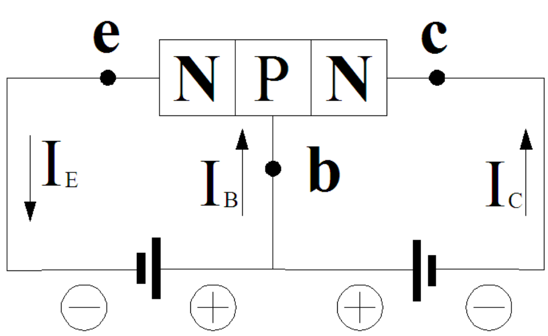


Fig.- 3.1

Unión emisor – base en polarización directa
Unión base – colector en polarización directa

$$I_E = I_B + I_C$$
$$I_C < \beta \cdot I_B$$

CORTE

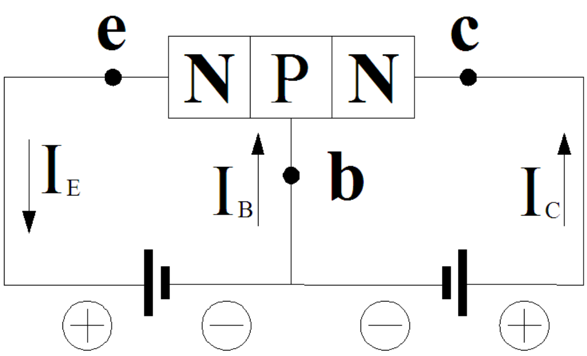


Fig.- 3.2

Unión emisor – base en polarización inversa
Unión base – colector en polarización inversa

$$I_E = I_B + I_C$$
$$I_E \approx I_B \approx I_C \approx 0$$

ACTIVA

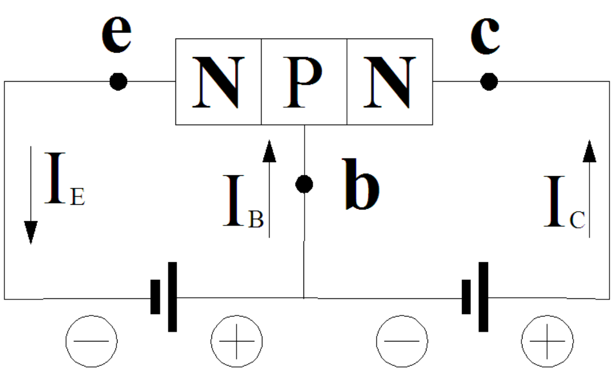


Fig.- 3.3

Unión emisor – base en polarización directa
Unión base – colector en polarización inversa

De estas tres polarizaciones básicas en continua, la que utilizaremos en adelante será la polarización en **activa**, que es la que se usa para el diseño de amplificadores.

En esta polarización activa se cumplen siempre las siguientes ecuaciones básicas del transistor:

$$I_E = I_B + I_C$$

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} \qquad \text{de donde} \qquad I_C = \beta \cdot I_B$$

Siendo β una característica de cada transistor en particular que depende de la temperatura. En las hojas técnicas se suele dar un valor aproximado entre un máximo y un mínimo.

Nosotros usaremos además la siguiente aproximación que se deduce de las formulas anteriores si β es grande, cosa que suele ocurrir generalmente:

$$I_E \approx I_C$$

b).- Características de salida del transistor:

Para entender correctamente los circuitos de polarización y sus rectas de carga es necesario saber como son las características de salida del transistor funcionando en corriente continua.

Esto lo podemos ver analizando el siguiente gráfico en el que se relaciona la intensidad de colector con la tensión entre colector y emisor y la corriente de base.

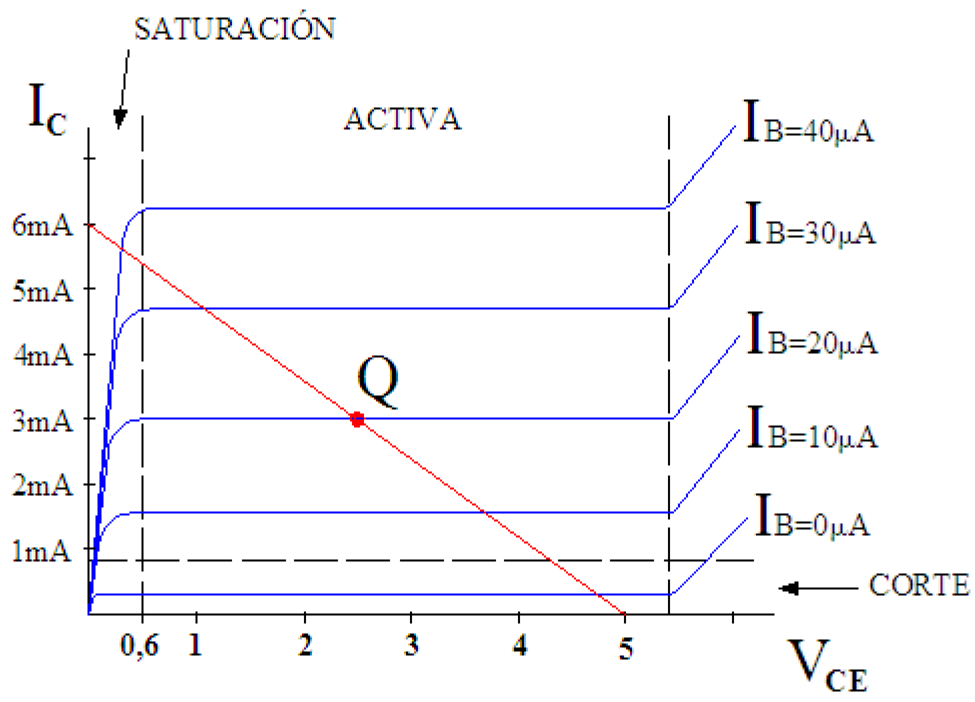


Fig.- 3.4

En el gráfico se aprecian las tres zonas de funcionamiento del transistor separadas por una línea de trazos, saturación a la izquierda, activa en el centro y corte en la parte de abajo.

El punto Q indica el punto de trabajo, este punto nos indica la tensión V_{CE} y la intensidad I_{CQ} en el punto de trabajo en el que esta polarizado el transistor.

La recta diagonal que atraviesa el gráfico se llama **recta de carga**, y es la línea sobre la que se desplaza el punto Q cuando el transistor esta en funcionamiento. Esta recta de carga viene dada por la ecuación de la malla de salida del circuito en el que funciona el transistor. En cada circuito de polarización calcularemos la recta de carga

c).- Circuitos de polarización en activa:

Para que el transistor funcione correctamente como un amplificador, es necesario polarizarlo correctamente en su región activa, para lo que se emplea uno de los siguientes circuitos en continua:

1.- Polarización de base.
2.- Polarización por realimentación del emisor.
3.- Polarización por realimentación de colector.
4.- Polarización de emisor.
5.- Polarización por divisor de tensión en la base.

Para todos estos circuitos de polarización utilizaremos el modelo equivalente del transistor de Ebers-Moll para Corriente Continua para un transistor NPN:

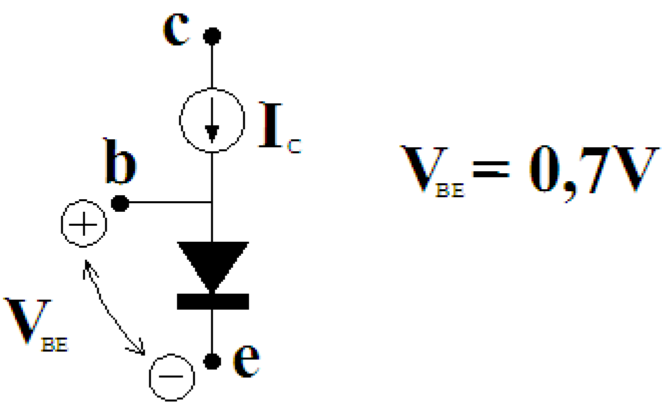


Fig.- 3.5

Donde tenemos:

En el colector una fuente de corriente con un valor igual a I_C o lo que es lo mismo $\beta \cdot I_B$, intensidad por el colector.

Entre base y emisor se encuentra el diodo correspondiente con una tensión de polarización entre sus bornes de 0,7 V de polarización directa.

Recordemos que este circuito equivalente es valido para el transistor en continua, para un tipo de transistor NPN polarizado en activa, es decir:

Unión colector-base polarizada inversamente.
Unión base-emisor polarizada directamente.

Para cada circuito de polarización tendremos en cuenta las ecuaciones fundamentales del transistor en activa, su circuito equivalente y las polarizaciones necesarias en sus terminales.

1.- Polarización de base:

No veremos con mucho detalle este circuito ya que como veremos no es un circuito adecuado para polarizar un transistor, ya que depende mucho de la β del transistor y por lo tanto del transistor en concreto y de la temperatura.

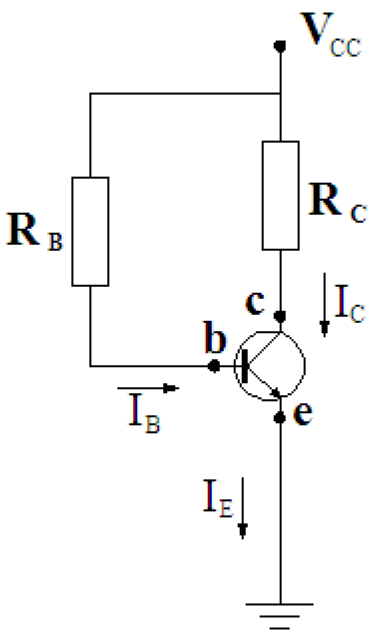


Fig.- 3.6

Para encontrar el valor de la corriente de colector y comprobar si es o no dependiente de la β del transistor y la temperatura, utilizaremos las siguientes formulas.

La recta de carga de todo circuito de polarización de un transistor, es la ecuación de la malla de salida, que en este caso es la malla de colector, por lo tanto, tenemos esta Recta de Carga, que se obtiene así:

$0=+V_{CC}-I_C \cdot R_C - V_{CE}$ Ecuación de la malla de colector
$V_{CC}=I_C \cdot R_C + V_{CE}$ Recta de Carga

De la ecuación de la malla de base tenemos:

$$0=+V_{CC}-I_B\cdot R_B-V_{BE}$$

$$I_B=\frac{V_{CC}-V_{BE}}{R_B}$$

Como en activa se cumple que $I_C=\beta\cdot I_B$ entonces $I_C=\beta\cdot\frac{V_{CC}-V_{BE}}{R_B}$ con lo que la corriente de colector depende de la β del transistor y por lo tanto de la temperatura, siendo este tipo de polarización inestable y se usa muy poco.

2.- Polarización por realimentación de emisor:

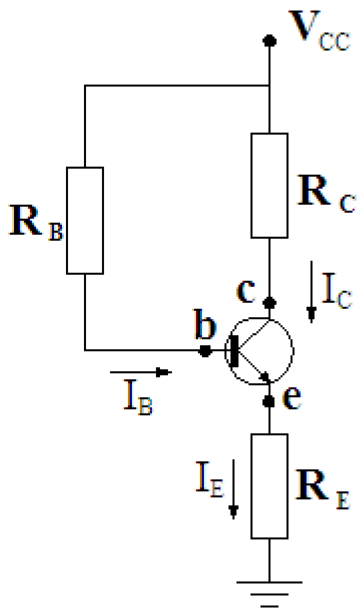


Fig.- 3.7

Como en el circuito anterior vamos a despejar el valor de la corriente de colector.

En este circuito partiendo de las ecuaciones de las mallas de salida:

$0=+V_{CC}-I_C \cdot R_C-V_{CE}-I_E \cdot R_E$	Ecuación de la malla de colector
$V_{CC}=I_C R_C+V_{CE}+I_E R_E$	Recta de Carga

Partiendo de la ecuación de la malla de base se obtiene:

$0=+V_{CC}-I_B R_B-V_{BE}-I_E R_E$	Ecuación de la malla de base
$V_{CC}=I_B R_B+V_{BE}+I_E R_E$	Ecuación para obtener la ecuación de la I_C

Teniendo en cuenta que:

$I_E \approx I_C$

$I_C=\beta \cdot I_B \quad \Rightarrow \quad I_B=\frac{I_C}{\beta}$

Tenemos sustituyendo en la segunda ecuación anterior:

$V_{CC}=\frac{I_C}{\beta} R_B+V_{BE}+I_C R_E$ donde $V_{CC}-V_{BE}=\frac{I_C}{\beta} R_B+I_C R_E$ despejando la intensidad de colector:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}}$$

De esta ecuación se pueden tomar varias conclusiones:

Para que el circuito sea estable y la intensidad de colector sea independiente de la β del transistor y de la temperatura se debe cumplir que:

$R_E \gg \frac{R_B}{\beta}$ que es lo mismo que $R_B \ll \beta \cdot R_E$ para lo que se suele usar el valor $R_B \leq \frac{\beta \cdot R_E}{10}$

Hay que tener en cuenta que si se reduce R_B la intensidad de base aumenta y entonces acercamos el transistor a saturación, por lo que no se puede bajar el valor de R_B mas de $R_B \geq \beta \cdot R_C$, esto se deduce de la forma siguiente:

Si en saturación la $V_{CE} \approx 0$ entonces se cumple que $I_C\, sat = \frac{V_{CC}}{R_E + R_C}$

Como antes hemos visto que $I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}}$ si sustituimos el valor limite de $R_B = \beta \cdot R_C$ en la ecuación tenemos:

$I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E + \frac{\beta R_C}{\beta}}$ se va la β del denominador quedando $I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_E + R_C}$ que es casi

$$I_C\, sat = \frac{V_{CC}}{R_E + R_C}$$

Por lo tanto si el valor de R_B es menor que $\beta \cdot R_C$ la intensidad de colector se hace mayor que la $I_C\, sat$ por lo que el transistor entra en saturación.

Tomando un valor de R_B entre $\frac{\beta \cdot R_E}{10} \geq R_B \geq \beta \cdot R_C$ el circuito se mantiene relativamente estable, pero en la práctica la resistencia de base no se puede disminuir tanto como para compensar totalmente las variaciones de la β y esto hace que este circuito sea tan inestable como el que hemos visto en primer lugar de polarización de base, por lo que es muy poco utilizado.

3.- Polarización por realimentación de colector ó autopolarización:

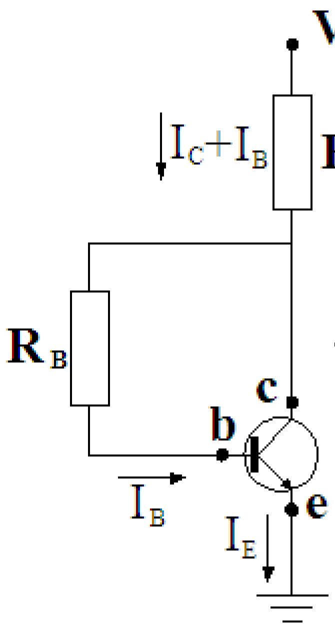


Fig.- 3.8

Como en los casos anteriores de las ecuaciones de las mallas de colector y de base, obtenemos las ecuaciones necesarias para despejar el valor de la corriente de colector y de esta forma determinar si los circuitos son dependientes o no de la beta del transistor.

Malla de colector: $0=+V_{CC}-(I_C+I_B)\cdot R_C-V_{CE}$

Recta de Carga: $V_{CC}=(I_C+I_B)\cdot R_C+V_{CE}$
como $I_B \ll I_C$ se puede despreciar I_B ; $V_{CC}=I_C\cdot R_C+V_{CE}$

De la malla de base se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$0=+V_{CC}-(I_C+I_B)\cdot R_C-I_B\cdot R_B-V_{BE}$$
$$V_{CC}=(I_C+I_B)\cdot R_C+I_B\cdot R_B+V_{BE}$$

En la segunda ecuación despreciando la intensidad de base y haciendo $I_B=\frac{I_C}{\beta}$ tenemos el siguiente resultado:

$V_{CC}=I_C\cdot R_C+\frac{I_C}{\beta}\cdot R_B+V_{BE}$ de donde despejando I_C :

$$I_C=\frac{V_{CC}-V_{BE}}{R_C+\frac{R_B}{\beta}}$$

De esta ultima formula se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Para que el circuito sea estable, es necesario que se cumpla que $R_C \gg \frac{R_B}{\beta}$ o lo que es lo mismo $R_B \ll \beta \cdot R_C$ se suele usar el valor de $R_B = \frac{\beta \cdot R_C}{10}$

En este caso se puede reducir R_B lo que sea necesario ya que el transistor no puede entrar en saturación, ya que si la intensidad de saturación cuando $V_{CE} = 0$ tenemos $I_C\, sat = \frac{V_{CC}}{R_C}$

Si disminuimos $R_B \approx 0$, en la malla de base $V_{CC} = (I_C + I_B) \cdot R_C + I_B \cdot R_B + V_{BE}$ tenemos el siguiente resultado:

$V_{CC} = I_C \cdot R_C + V_{BE}$ despejando la intensidad de colector $I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_C}$ siendo esta intensidad siempre menor que la intensidad de colector de saturación, es decir:

$\frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_C} < \frac{V_{CC}}{R_C}$ por lo tanto I_C es siempre menor que la $I_C\, sat$

Este circuito es más efectivo que los anteriores pero sigue siendo sensible a la β , y tiene una respuesta en frecuencia mejor que los anteriores.

4.- Polarización de emisor:

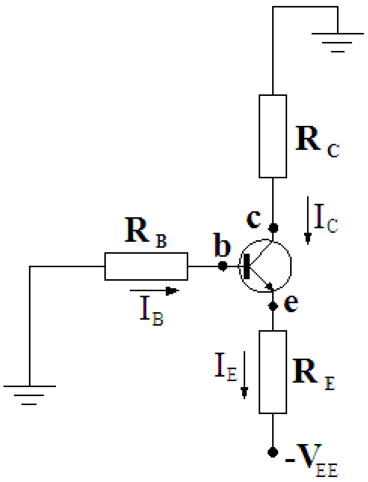


Fig.- 3.9

Para obtener la formula de la corriente de colector disponemos de las siguientes ecuaciones:

Ecuación de la malla de colector:
$0=-I_C\cdot R_C-V_{CE}-I_E\cdot R_E+V_{EE}$

Recta de carga:
$V_{EE}=I_C\cdot R_C+V_{CE}+I_E\cdot R_E$

Ecuación de la malla de base:
$0=-I_B\cdot R_B-V_{CE}-I_E\cdot R_E+V_{EE}$
$V_{EE}=I_B\cdot R_B+V_{CE}+I_E\cdot R_E$

Aplicando a esta ultima ecuación:

$I_E\approx I_C$

$I_C=\beta\cdot I_B \quad \Rightarrow \quad I_B=\frac{I_C}{\beta}$

Se obtiene la ecuación de la corriente de colector:

$$V_{EE}=\frac{I_C}{\beta}\cdot R_B+V_{BE}+I_C\cdot R_E$$

$$I_C=\frac{V_{EE}-V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta}+R_E}$$

De esta ultima formula se puede deducir que para que el circuito sea estable e independiente de β , es necesario que se cumpla que $R_E \gg \frac{R_B}{\beta}$ o lo que es lo mismo $R_B \ll \beta \cdot R_E$ se suele usar el valor de $R_B \leq \frac{\beta \cdot R_E}{100}$ ó $R_B \leq \frac{\beta \cdot R_E}{10}$

Pero el valor de R_B no se puede disminuir en exceso, ya que entonces la intensidad de base aumenta y el transistor entra en saturación, por lo que debemos cumplir que $R_B \geq \beta \cdot R_C$

La intensidad de saturación del transistor es $I_C\, sat = \frac{V_{EE}}{R_C + R_E}$

Como antes hemos visto que $I_C = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}}$ si sustituimos el valor limite de $R_B = \beta \cdot R_C$ en la ecuación tenemos:

$I_C = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + \frac{\beta R_C}{\beta}}$ se va la β del denominador quedando $I_C = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{R_E + R_C}$ que es casi

$$I_C\, sat = \frac{V_{EE}}{R_E + R_C}$$

Por lo tanto si el valor de R_B es menor que $\beta \cdot R_C$ la intensidad de colector se hace mayor que la $I_C\, sat$ por lo que el transistor entra en saturación.

Tomando un valor de R_B entre $\frac{\beta \cdot R_E}{100} \geq R_B \geq \beta \cdot R_C$ el circuito se mantiene estable e independiente de β , siendo este circuito bastante estable e independiente de la temperatura.

5.- Polarización por divisor de tensión en la base:

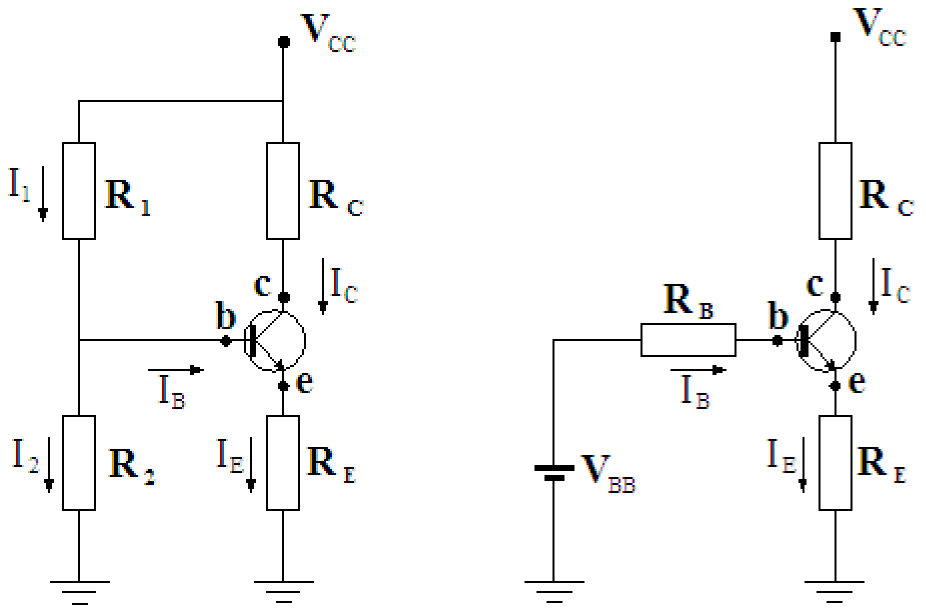


Fig.- 3.10

Estos dos circuitos son idénticos, para llegar al segundo circuito se ha aplicado el equivalente de Thévenin al primer circuito en el punto de base de la siguiente forma (se ve con más detalle en siguientes puntos):

$$V_{BB}=V_{TH}=\frac{V_{CC}}{R_1+R_2}\cdot R_2 \qquad R_B=R_{TH}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=R_1 // R_2$$

Calculamos la ecuación de la corriente de colector utilizando las siguientes formulas:

Malla de colector: $0=+V_{CC}-I_C\cdot R_C-V_{CE}-I_E\cdot R_E$

Recta de carga: $V_{CC}=I_C\cdot R_C+V_{CE}+I_E\cdot R_E$

Malla de base: $0=+V_{BB}-I_B\cdot R_B-V_{BE}-I_E\cdot R_E$

Reordenando en esta última ecuación con $I_E\approx I_C$ y $I_B=\frac{I_C}{\beta}$

$$V_{BB}=\frac{I_C}{\beta}\cdot R_B+V_{BE}+I_C\cdot R_E$$

$$I_C=\frac{V_{BB}-V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta}+R_E}$$

De la misma forma que en el circuito de polarización de emisor visto en el punto 4, en este caso se pueden sacar las siguientes conclusiones de la ultima ecuación.

El circuito es estable cuando $\frac{R_B}{\beta} \ll R_E$ lo que es lo mismo que $R_B \ll \beta \cdot R_E$ se suele usar:

Para un divisor estable $R_B \le \frac{\beta \cdot R_E}{100} \Rightarrow R_{TH} \le \frac{\beta \cdot R_E}{100} \Rightarrow R_2 \le \frac{\beta \cdot R_E}{100}$

Para un divisor firme $R_B \le \frac{\beta \cdot R_E}{10} \Rightarrow R_{TH} \le \frac{\beta \cdot R_E}{10} \Rightarrow R_2 \le \frac{\beta \cdot R_E}{10}$

En esta situación cuando se cumple que $R_B \ll \frac{\beta \cdot R_E}{10}$, se puede despreciar R_B y en ese caso de la ecuación de la malla de base se puede deducir el valor de la I_B :

$0=+V_{BB}-I_B \cdot R_B - V_{BE} - I_E \cdot R_E$ como $I_E \approx I_C$ y $I_C = \beta \cdot I_B$

$0=+V_{BB}-I_B \cdot R_B - V_{BE} - \beta \cdot I_B \cdot R_E$ despejando I_B cuando R_B se puede despreciar:

$0=+V_{BB}-V_{BE}-\beta \cdot I_B \cdot R_E$

$0=-V_{BB}+V_{BE}+\beta \cdot I_B \cdot R_E \Rightarrow V_{BB}-V_{BE}=+\beta \cdot I_B \cdot R_E$

$$I_B = \frac{V_{BB}-V_{BE}}{\beta \cdot R_E}$$

Como en todo transistor en activa se cumple que $I_C = \beta \cdot I_B$ la ecuación para la corriente de colector queda así:

$I_C = \beta \cdot \frac{V_{BB}-V_{BE}}{\beta \cdot R_E}$ donde se anula la β quedando $I_C = \frac{V_{BB}-V_{BE}}{R_E}$

Donde se ve claramente que la intensidad de colector es totalmente independiente de la β del transistor y por lo tanto de la temperatura, haciendo este circuito muy estable y por lo tanto muy utilizado. Si β aumenta con la temperatura I_C no variará y el punto de trabajo será estable.

En general cuanto más pequeño es el valor de R_2 más estable y menor impedancia de entrada tiene el circuito, se suele usar un valor de $R_2 \le \frac{\beta \cdot R_E}{10}$.

Este circuito es ampliamente utilizado y vamos a ver como se puede analizar y diseñar.

d).- Polarización por divisor de tensión en la base:

Por ser este uno de los circuitos más utilizados vamos a abordar su estudio desde el punto de vista del análisis y posteriormente veremos como se puede realizar un diseño adecuado a nuestras necesidades.

1.- Proceso de análisis:

Para realizar un análisis de un circuito de polarización por división de tensión en la base podemos seguir los siguientes pasos:

1.- Se aplica el equivalente de Thévenin en el punto de base (b en los gráficos) hallando V_{TH} tensión de Thévenin y R_{TH} resistencia de Thévenin mediante el análisis del divisor de tensión de la base.

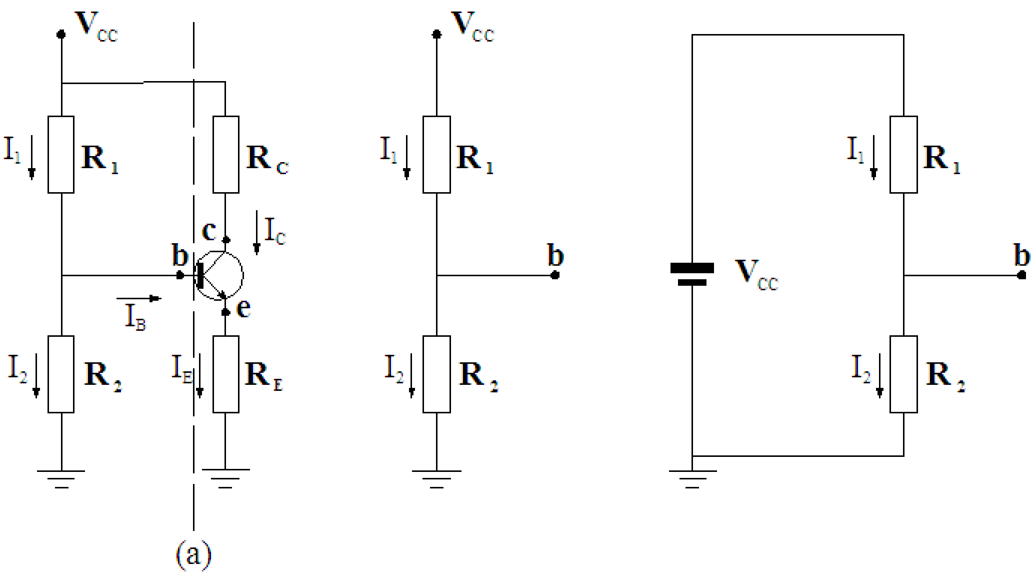


Fig.- 3.11

Con estos gráficos hallaremos la **tensión de Thévenin** V_{TH} en el punto de base (b) , para lo cual analizaremos la malla del ultimo gráfico en la que hemos retirado la carga dividiendo el circuito por la línea de puntos (a):

Ecuación de la malla: $0=+V_{CC}-I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$

Tensión en el punto (b) recorriendo la malla en el sentido contrario al de la corriente: $V_b = I_2 \cdot R_2$

Teniendo en cuenta que la corriente en la malla es la misma: $I_1 = I_2 = I_{TH}$

$0=+V_{CC}-I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$

$V_{CC} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$

$V_{CC} = I_{TH} \cdot (R_1 + R_2)$

$I_{TH} = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2}$ que sustituyendo en $V_b = I_2 \cdot R_2$ queda $V_b = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} \cdot R_2$ nos da la tensión en

(b) $V_{TH} = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} \cdot R_2$

A continuación se puede pasar a calcular la **resistencia de Thévenin** R_{TH} , para lo cual se anula la fuente de tensión, sustituyéndola por un cortocircuito:

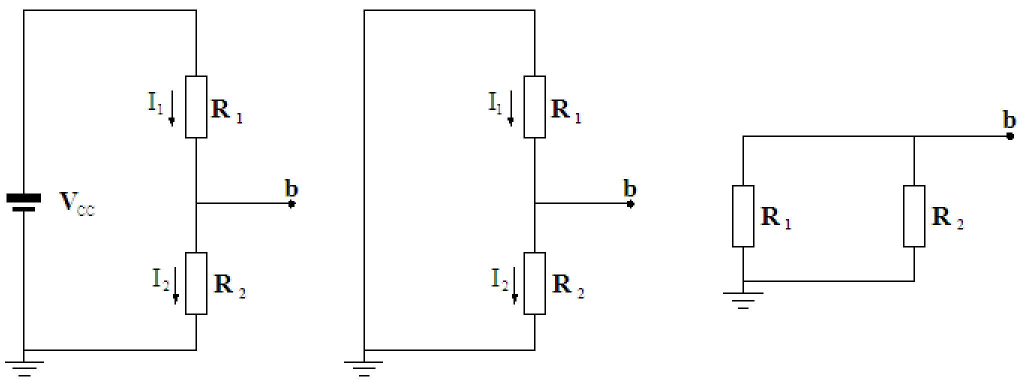


Fig.- 3.12

Como se aprecia en los gráficos, las resistencias vistas desde la base se encuentran en paralelo, con lo que la R_{TH} será:

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

El resultado de este análisis mediante el equivalente de Thévenin es el siguiente circuito:

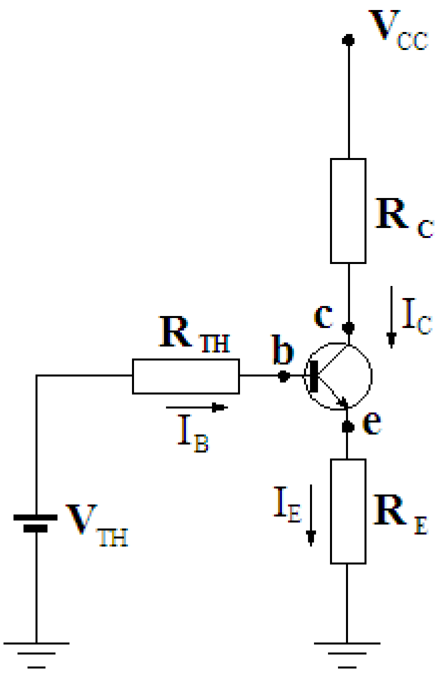


Fig.- 3.13

2.- Elegir el procedimiento de análisis:

.- Si se cumple que $R_{TH} \ll \beta \cdot R_E$ se puede utilizar el procedimiento de análisis aproximado que veremos más adelante.
.- Si no sabemos cual es la β del transistor hay que hacer un análisis aproximado.
.- Si conocemos la β del transistor, se puede realizar el análisis mediante el procedimiento aproximado o por el procedimiento del circuito de Thévenin.

Análisis aproximado del circuito de polarización por divisor de tensión en la base

1.- Se considera que $I_B \approx 0$ y que $I_1 = I_2$

2.- Se calcula la tensión en la base mediante el equivalente de Thévenin:

$$V_B = V_{TH} = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} \cdot R_2$$

3.- Se calcula la tensión en el emisor: $V_E = V_B - V_{BE}$

4.- Calculamos intensidad por el colector considerando $I_E \approx I_C$:

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} \approx I_C$$

5.- Cálculo de la tensión en el colector V_C , recorriendo la malla de colector la tensión en el colector será:
$V_C = +V_{CC} - I_C \cdot R_C$

6.- Cálculo de la caída de tensión entre el colector y el emisor V_{CE} :
$V_{CE} = V_C - V_E$

Análisis por Thévenin del circuito de polarización por divisor de tensión en la base

Para realizar este tipo de análisis del circuito, es necesario conocer el valor de la β del transistor.

1.- Cálculo de la corriente de colector partiendo de la malla de base, después de aplicar Thévenin:

$0 = +V_{TH} - I_B \cdot R_B - V_{BE} - I_E \cdot R_E$

$V_{TH} = I_B \cdot R_B + V_{BE} + I_E \cdot R_E$

Considerando $I_B = \frac{I_C}{\beta}$ y además $I_E \approx I_C$ se reordena la ultima ecuación

$$V_{TH} = \frac{I_C}{\beta} \cdot R_B + V_{BE} + I_C \cdot R_E$$

$$I_C = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{\frac{R_B}{\beta} + R_E}$$

2.- Calculo de la tensión en el colector: $V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_C$

3.- Cálculo de la tensión en el emisor: $V_E = R_E \cdot I_C$

4.- Cálculo de tensión colector emisor: $V_{CE} = V_C - V_E$

2.- Proceso de diseño en diez pasos:

Vamos a describir un procedimiento de diseño general, ya que en cada caso se puede modificar este procedimiento para hacer el circuito más adecuado a nuestras necesidades:

1.- Partimos de los siguientes datos que debemos conocer que se pueden extraer de las hojas de características del transistor que vamos a utilizar en el circuito:
P_t Potencia disipada por el transistor
β del transistor, utilizaremos el valor inferior para nuestros cálculos

V_{CC} fuente de tensión continua de la que disponemos

2.- Se elige la tensión entre colector y emisor en el punto de trabajo V_{CEQ} en el centro de la recta de carga, es decir hacemos $V_{CEQ}=\frac{V_{CC}}{2}$

3.- Elegimos la corriente de colector en el punto de trabajo I_C según interese, sin superar en ningún momento la potencia disipada por el transistor, ya que $P_t=V_{CEQ}\cdot I_C$; esta corriente suele ser de unos pocos miliamperios.

4.- Se distribuyen las caídas de tensión en la malla de salida, que en nuestro caso es la malla de colector:

$V_{RC}=\frac{4}{10}\cdot V_{CC}$ $V_{CE}=\frac{5}{10}\cdot V_{CC}$ $V_{RE}=\frac{1}{10}\cdot V_{CC}$

Esta distribución de tensiones en la malla de salida puede ser modificada según nuestras necesidades.

5.- Se hallan las resistencias de emisor y la resistencia de colector:

$R_E=\frac{V_{RE}}{I_C}$ $R_C=\frac{V_{RC}}{I_C}$ como se observa se suele hacer $R_C=4\cdot R_E$

6.- Se elige una $R_2\leq\frac{\beta\cdot R_E}{10}$; considerando el valor inferior de β

7.- Se calcula la tensión en la base: $V_B=V_E+V_{BE}$ $\Rightarrow$ $V_B=V_{RE}+V_{BE}$

8.- Se calcula la corriente por la resistencia R_2 :

$$I_2=\frac{V_B}{R_2}=\frac{V_{RE}+V_B}{R_2}$$

9.- Cálculo de la caída de tensión en R_1 : $V_{R1}=V_{CC}-V_B$

10.- Calculo de la resistencia R_1 :

$R_1=\frac{V_{R1}}{I_1}$ como $I_1=I_2+I_B$ si consideramos $I_B\approx 0$ entonces $R_1=\frac{V_{R1}}{I_2}$

También se puede calcular aplicando la siguiente formula: $R_1=\frac{V_{R1}}{V_{R2}}\cdot R_2$

4.- EL TRANSISTOR EN ALTERNA

Una vez que tenemos polarizado nuestro transistor en corriente continua, podemos utilizarlo para multitud de circuitos, entre ellos se encuentran los circuitos amplificadores, que son los que vamos a ver a continuación.

a).- Configuraciones básicas del transistor:

El transistor puede utilizarse en una de las tres configuraciones siguientes:

Emisor Común:

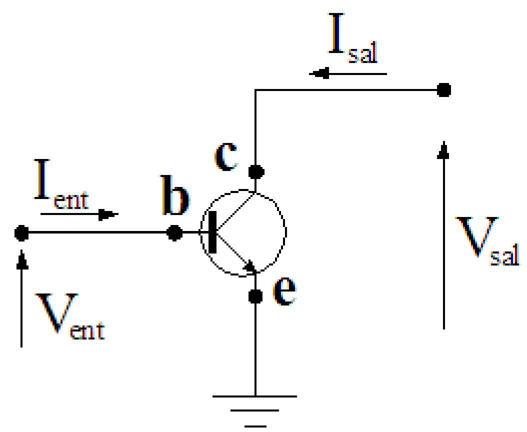


Fig.- 4.1

Base Común:

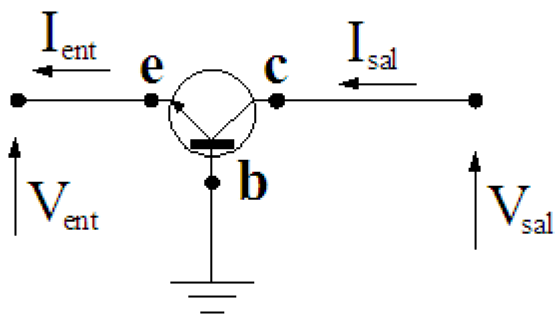


Fig.- 4.2

Colector Común:

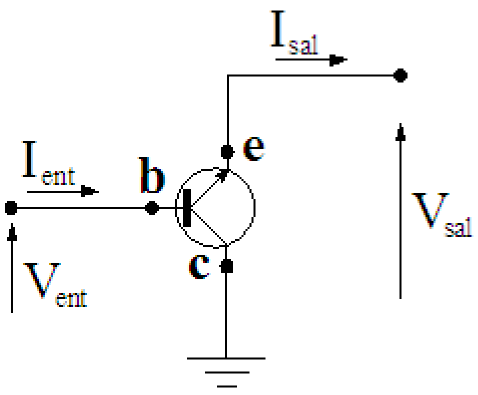


Fig.- 4.3

Por el momento no nos debemos preocupar por los sentido de las tensiones y corrientes indicados, ya que más adelante los analizaremos con más detalle.

Cada una de estas configuraciones tiene unas magnitudes principales, que son las que vamos a ver en detalle para cada configuración, estas son:

1.- Impedancia de entrada. Z_{ent}

2.- Impedancia de salida. Z_{sal}

3.- Ganancia en tensión. A_V

4.- Ganancia en corriente. A_i

5.- Ganancia en potencia. $A_p = A_V \cdot A_i$

b).- Circuito equivalente de Ebers-Moll

Al igual que hicimos en corriente continua, para corriente alterna utilizaremos otro modelo equivalente del transistor que nos ayudará en el cálculo y diseño de los circuitos estudiados.

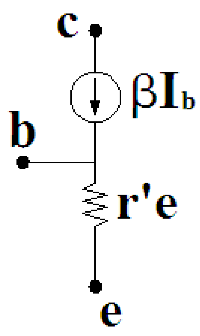


Fig.- 4.4

Este circuito es valido para los circuitos que vamos a utilizar y se usa generalmente para el análisis del transistor en activa y con pequeña señal. Se considera pequeña señal cuando las variaciones de la corriente de colector son menores al 10% de dicha corriente.

Como podemos ver el circuito equivalente consta de los siguientes elementos:

$\beta \cdot I_b$ = fuente de corriente entre colector y base

$r'e$ = resistencia en alterna entre base y emisor

Para determinar el valor de esta resistencia en alterna entre base y emisor se pueden utilizar dos fórmulas:

$r'e = \frac{h_{ie}}{h_{fe}}$ Donde hie y hfe son parámetros del transistor que se pueden sacar de la hoja de características técnicas.

$r'e = \frac{25mV}{I_E}$ Donde I_E es la corriente continua de emisor en el punto de trabajo.

c).- Amplificadores en emisor común:

Para nuestro estudio utilizaremos el siguiente circuito con el transistor polarizado por divisor de tensión en la base, en el cual se sitúan los correspondientes condensadores, que al comportarse como circuitos abiertos para continua y como cortocircuitos para alterna, nos permiten separar los dos tipos de circuitos que vamos a ver, el de continua y el de alterna.

Circuito completo de amplificador en emisor común

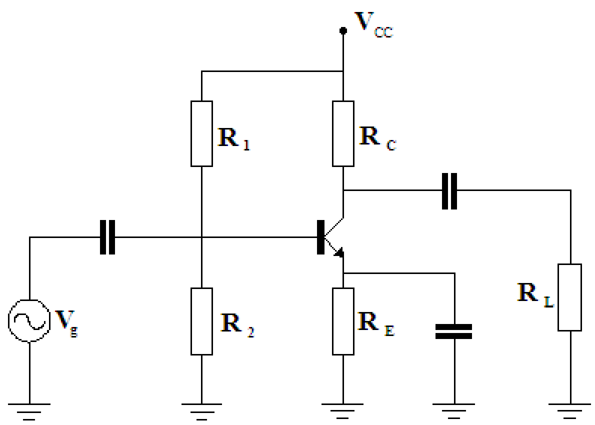


Fig.- 4.5

En este circuito V_g es la tensión alterna que queremos amplificar y R_L es la resistencia de carga que queremos excitar.

Circuito equivalente para corriente continua

En este circuito los condensadores se comportan como un circuito abierto, por lo que el circuito resultante es el que se muestra a continuación.

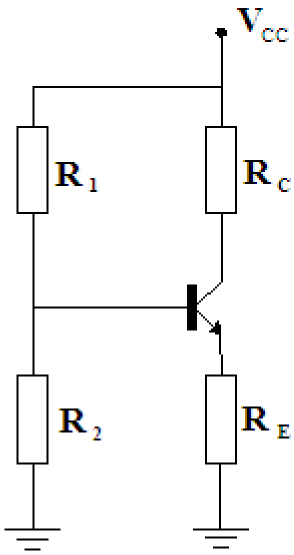


Fig.- 4.6

Como podemos observar este circuito es el que hemos visto anteriormente de polarización del transistor mediante divisor de tensión en la base, por lo que todo lo visto hasta ahora para el es aplicable aquí.

Circuito equivalente para corriente alterna

En este circuito todos los condensadores se comportan como un cortocircuito y las fuentes de tensión de continua también se comportan como un cortocircuito, por lo que hay que sustituir V_{CC} por una toma de masa en el circuito de alterna.

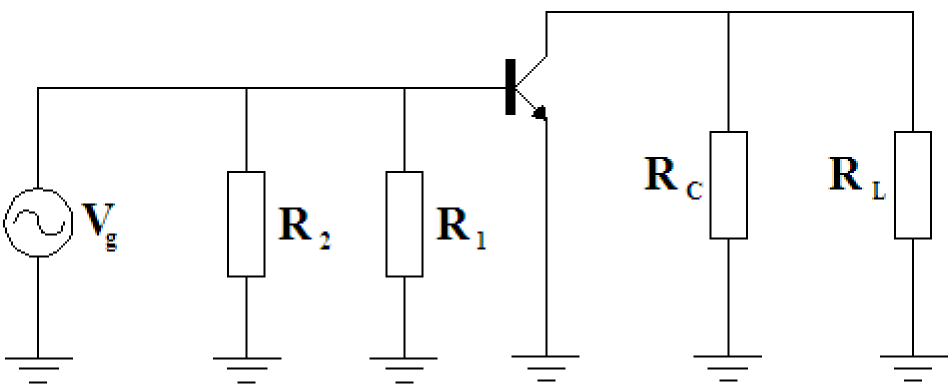


Fig.- 4.7

Observar como R_2 y R_C se encuentran ahora conectados a masa por el terminal por el que antes estaban conectados a V_{CC} .

Circuito equivalente para corriente alterna simplificado

El circuito simplificado incluye el circuito equivalente del transistor en alterna.

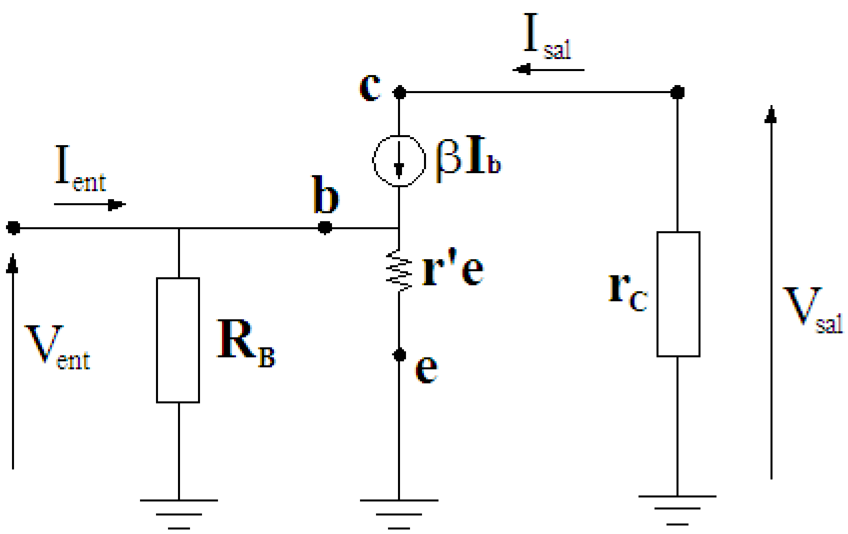


Fig.- 4.8

Como podemos observar en el circuito, hemos sustituido las resistencias en paralelo de la base por R_B y las resistencias en paralelo del colector o de carga por r_c .

Cálculo de la ganancia en tensión

Fijándonos en el circuito equivalente para corriente alterna, la ganancia en tensión viene dada por la siguiente formula:

$$A_V = \frac{Vsal}{Vent}$$

Si nos fijamos bien en el circuito y aplicamos lo que hemos visto hasta el momento sobre las mallas, se deduce fácilmente que:

$$Vsal = -Isal \cdot r_c$$

Como en la malla de salida de colector tenemos una fuente de corriente, esta fuerza a que la corriente en toda la malla sea $\beta \cdot I_b$, por lo que la tensión a la salida será igual a:

$$Vsal = -\beta \cdot I_b \cdot r_c$$

De la misma forma podemos deducir la tensión en la entrada, que será igual a la tensión en el punto de base:

$$Vent = +\beta \cdot I_b \cdot r'e$$

Por lo tanto la ganancia en tensión del circuito queda como sigue:

$$A_V = \frac{-\beta \cdot I_b \cdot r_c}{\beta \cdot I_b \cdot r'e} = -\frac{r_c}{r'e}$$

El resultado es negativo porque las tensiones a la entrada y a la salida en este circuito están desfasadas 180 grados. Una entrada de 10 μV positivos produce en su caso una salida de 10 μV negativos, para una ganancia de -1.

Cálculo de la impedancia de entrada

Es la impedancia vista desde la entrada, es decir, desde el punto donde se aplica la tensión de entrada.

Esta impedancia la diferenciaremos claramente de la impedancia vista desde la base, siendo en nuestro caso, la impedancia de entrada:

$$Zent = R_B || Zb$$

Es decir la impedancia de entrada es igual a la resistencia equivalente en la base R_B en paralelo con la impedancia vista desde la base, que en nuestro caso es:

$$Zb = \frac{V_b}{I_b} = \frac{\beta \cdot I_b \cdot r'e}{I_b} = \beta \cdot r'e$$

Por lo que nos queda una impedancia de entrada igual al paralelo que hemos visto con antelación:

$$Zent = R_B || \beta \cdot r'e$$

Que es los mismo que:

$$Zent = \frac{R_B \cdot \beta \cdot r'e}{R_B + \beta \cdot r'e}$$

Cálculo de la ganancia en corriente

$$A_I = \frac{Isal}{Ient} = \frac{Vsalr_c}{VentZent} = \frac{Zent \cdot A_V}{r_c}$$

Cálculo de la impedancia de salida

Es la impedancia vista desde la salida cuando la tensión de entrada es cero $V_{ent}=0$

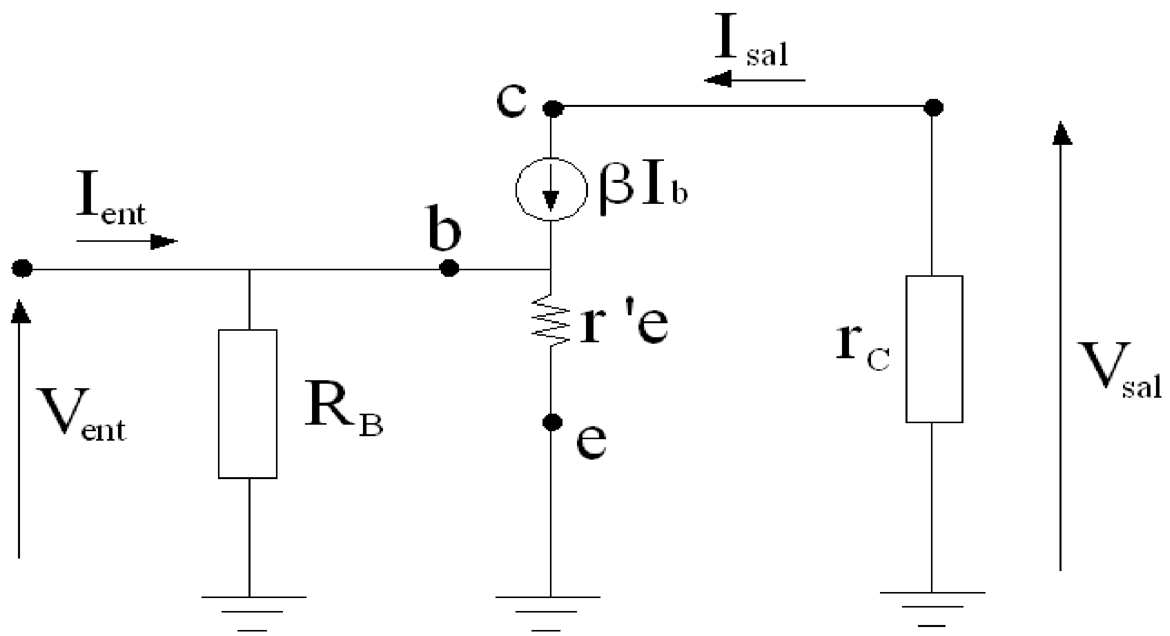


Fig.- 4.9

De acuerdo con el circuito equivalente de corriente alterna, si hacemos $V_{ent}=0$, obtenemos el siguiente circuito:

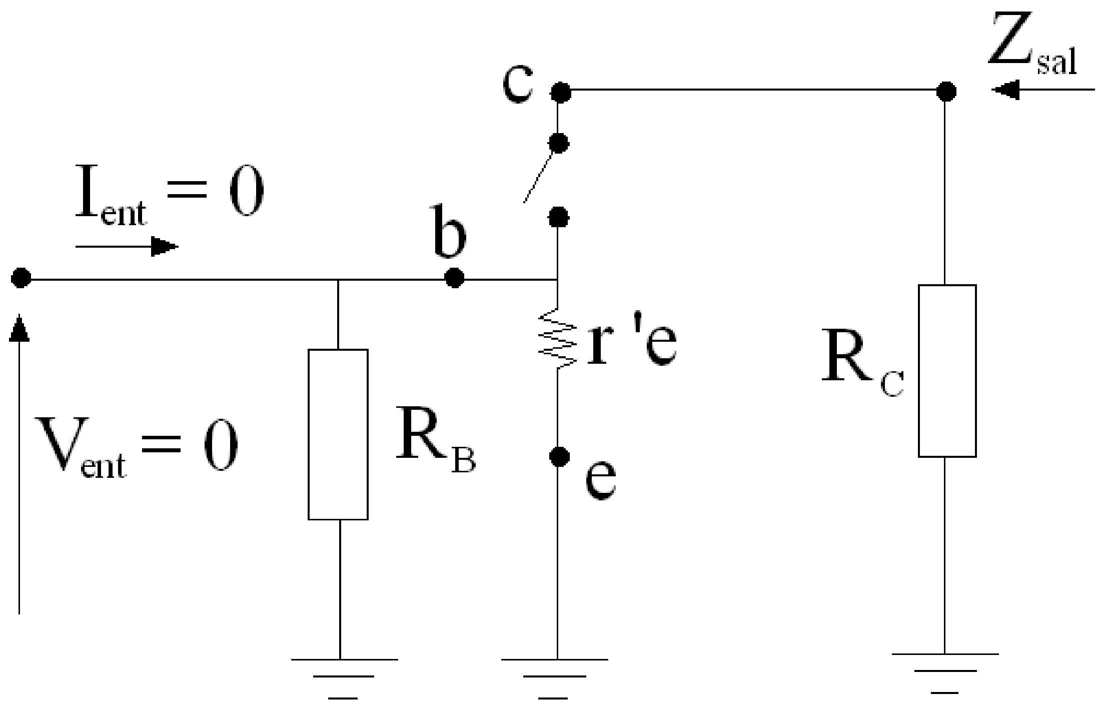


Fig.- 4.10

Al ser la intensidad en la base $I_b=0$ resulta que la fuente de corriente de colector también es igual a cero $\beta \cdot I_b=0$ por lo que se puede sustituir por un circuito abierto.

De esta forma obtenemos una Impedancia de salida igual a R_C

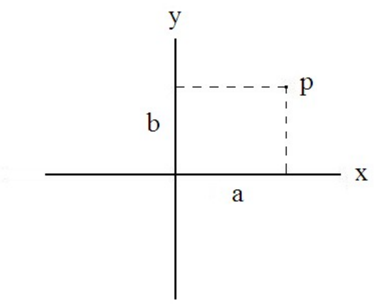
APENDICE:

a) .- Notación en números complejos, significado:

Un número complejo nos indica un punto de los ejes de coordenadas.
El punto en el eje de coordenadas nos lo pueden indicar de distintas formas:

1.- Forma de par, mediante un par de valores (a,b):

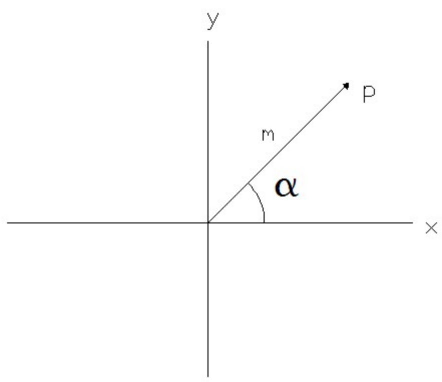
a = nos indica la abscisa del punto en el eje x (horizontal).
b = nos indica la ordenada del eje y (vertical)



Cuando se trata de números complejos al eje de las x se le llama real y al eje de las y se le llama imaginario.

2.- Forma polar (mediante un vector) m |_ α _ :
Con esta forma lo que se nos indica es un vector con origen en el origen de coordenadas y su punta en el punto indicado.

m = modulo del vector, longitud del vector.
α = argumento del vector, ángulo que forma con el eje x.

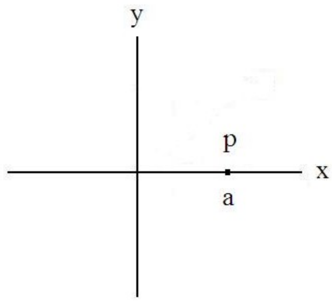


3.- Forma binómica (mediante un binomio) a+bj :
Lo extraño de esta forma de dar un número complejo es ese signo (+) y ese número (j), que vamos a explicar.
Como se ve, es un binomio de números reales que nos indica la suma de un número **a** con un

producto **bj.**

A continuación pasamos a explicar con detenimiento esta forma especial de dar un número complejo.
Por la relación que existe entre un número real y uno complejo sabemos que todo número complejo de la forma:

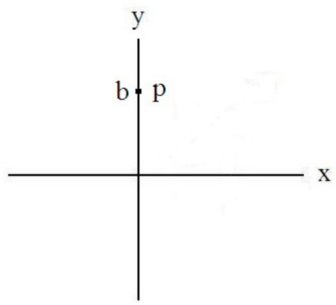
(a , 0) es un número real, ya que esta en el eje real de las x.



El eje de las x representa la recta de los números reales. Por lo tanto podemos poner que:

(a , 0) = a

Todo número complejo de la forma (0 , b) no tiene ninguna correspondencia con un número real, ya que se encuentra sobre el eje de las y.



El eje y representa la recta de los números imaginarios puros.

Dentro de estos números imaginarios puros se encuentra uno muy especial por sus propiedades:

El número (0 , 1) que es llamado i ó j

Podemos ver fácilmente que el número (0 , 1) ó j , es la unidad de los números imaginarios.

Su propiedad característica es que $j^2=-1$ como vamos a demostrar siguiendo las reglas del producto en forma de par de los números complejos.

La regla general del producto de números complejos es la siguiente:

$(a,b)\cdot(a',b')=(a\cdot a'-b\cdot b',a\cdot b'+b\cdot a')$

Aplicando esta regla general al producto de $j\cdot j$:

$j\cdot j=j^2=$ (0 , 1) · (0 , 1) = (0 · 0 - 1 · 1 , 0 · 1 + 1 · 0) = (-1 , 0)

Siendo (-1 , 0) el número real -1, luego:

$j^2=-1\Rightarrow\sqrt{j^2}=\sqrt{-1}\Rightarrow j=\sqrt{-1}$

Todo número real multiplicado por j se convierte en imaginario puro.

3.a).- En resumen las características principales del número j ó i son las siguientes:

$j=(0,1)$ $\quad j=\sqrt{-1}\quad\Rightarrow\quad j^2=-1$

$-j=(0,-1)$ $\quad -j^2=-1\cdot j^2=-1\cdot-1=1$

Sirviéndonos ahora de las propiedades de la suma de los números complejos en forma de par, vamos a ver como, **todo número complejo es a su vez la suma de otros dos números complejos**.

Suma: $(a,b)+(a',b')=(a+a',b+b')$

Luego todo número de la forma (a,b) es igual a la suma de un número real más un número imaginario puro:

$(a,b)=(a,0)+(0,b)$

(a,0) es un número de la recta real x
(0,b) es un número de la recta imaginaria y

Ahora bien, **todo número real multiplicado por j se convierte en un número imaginario puro**:

$(b,0)\cdot(0,1)=(b\cdot 0-0\cdot 1,b\cdot 1+0\cdot 0)=(0,b)\quad\Rightarrow\quad(b,0)\cdot j=(0,b)$ ya que:

$(b,0)$ es un número real
$(0,1)$ es el número j

Esto implica que **todo número imaginario puro es el producto del número j por un número real**.

$(0,b)=(b,0)\cdot j=b\cdot j$

3.b).- Deducción de la forma binómica:

De todo lo visto se deduce lo siguiente:

1.- Si todo número complejo es a su vez la suma de otros dos números complejos:

$(a,b)=(a,0)+(0,b)$

2.- Si todo número de la forma $(a,0)$ es un número real :

$(a,0)=a$

3.- Si todo número imaginario es el producto de un número real por j :

$(0,b)=(b,0)\cdot(0,1)=b\cdot j$

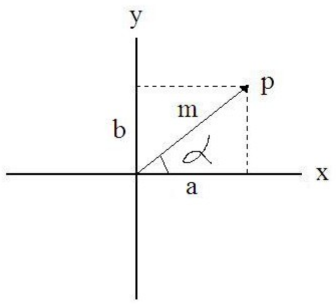
4.- Todo esto implica que todo número complejo es igual a un binomio de la forma:

$(a,b)=(a,0)+(0,b)$

$(a,b)=a+b\cdot j$

Por lo tanto el binomio de la forma $a+bj$ nos indica un punto en el plano de la misma forma que antes se nos indicaba en forma de par o en forma polar.

4.- Forma trigonométrica $m\cdot\cos\alpha+m\cdot sen\alpha\ \ j$ **,** que es una mezcla de las anteriores:
Esta forma de representación se deduce de la forma polar y la forma binómica.



Sabemos que el número complejo (a,b) se puede representar también como $a+bj$ ó $a+bi$.

Del gráfico podemos deducir lo siguiente:

$$\cos\alpha=\frac{a}{m} \quad \Rightarrow \quad a=m\cdot\cos\alpha$$

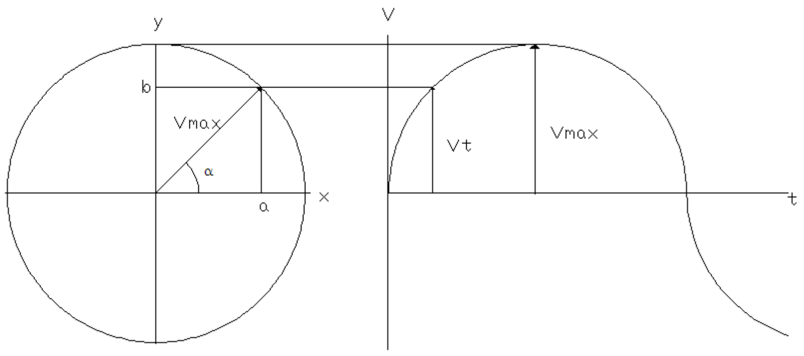
$$sen\alpha=\frac{b}{m} \quad \Rightarrow \quad b=m\cdot sen\alpha$$

Por lo tanto sustituyendo estos valores de a y b en la forma de polinomio tenemos el siguiente resultado:

$m\cdot\cos\alpha+m\cdot sen\alpha\ \ i$

b).- Nociones básicas de corriente alterna, características:

La corriente alterna varía constantemente en el tiempo, para representarla gráficamente se realiza mediante el gráfico siguiente:



$V_t =$ Tensión instantánea
$V_{max} =$ Tensión máxima

De acuerdo con el gráfico anterior, tenemos un vector V_{max} que gira alrededor de un punto fijo, este vector en cada instante puede ser representado median un número complejo.

Características de la Corriente Alterna:

Frecuencia:
Es el número de veces que se repite un ciclo en un segundo, su unidad es el hertzio.

$$hertzio = 1\mathrm{H}_z = 1\,vuelta/sg$$

Periodo:
Tiempo que tarda la corriente alterna en realizar un ciclo completo.

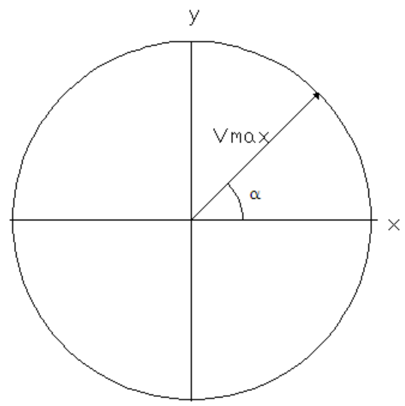
$$T = \frac{1}{f}$$ T= periodo f = frecuencia

Pulsación:
Es el ángulo que recorre en la unidad de tiempo, se suele dar en radianes.
Como la frecuencia indica el número de vueltas o ciclos en la unidad de tiempo, como cada ciclo son 2π radianes, la pulsación será:

$$\omega = 2\pi \quad f$$

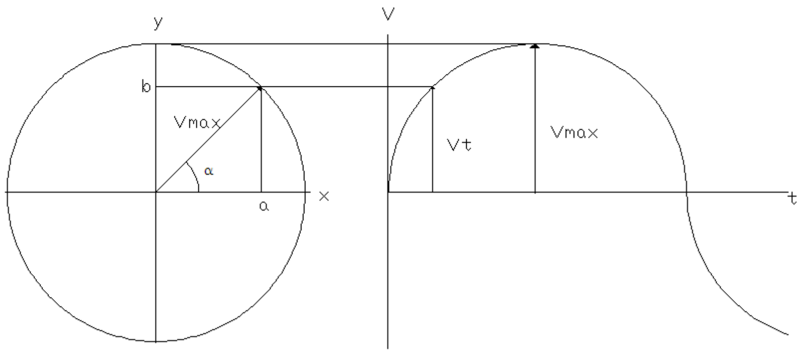
Ángulo de fase:

Si en el momento inicial para $t=0$ el vector $V_{\max}$ no coincide con el eje de las x sino que forma ángulo con este, ese ángulo α que forma se llama desfase.



Valor instantáneo de la tensión:

Al representar en el eje de tiempos una tensión alterna, vamos viendo como varía esta, desde 0 a un valor $V_{\max}$ y se repite constantemente. Si queremos saber el valor instantáneo de V en un momento determinado, debemos fijarnos en la siguiente gráfica:



Vemos que α es el ángulo recorrido para $t=1$, vemos además que su tensión instantánea V_t coincide con b:

$$sen\alpha=\frac{b}{V_{\max}} \quad \Rightarrow \quad b=V_{max}\cdot sen\alpha$$

Vemos también que α es el ángulo recorrido para $t=1$, por lo que el valor de α para cualquier tiempo será:

Angulo recorrido en la unidad de tiempo, es decir la pulsación, multiplicado por el tiempo transcurrido:

Angulo recorrido = $\omega \quad t \quad = \quad 2\pi \quad f \quad t$

$\alpha=\omega\cdot t$ $\qquad\qquad$ $\alpha=2\pi\cdot f\cdot t$

Como el valor instantáneo de la tensión coincide siempre con el valor de b, podemos indicar V_t de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} b=V_{max}\cdot sen\alpha \\ \alpha=\omega\cdot t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Rightarrow b=V_{max}\cdot sen(\omega\cdot t) \\ V_t=b \end{pmatrix}\Rightarrow V_t=V_{max}\cdot sen(\omega\cdot t)$$

Podemos decir en general que el valor instantáneo de cualquier magnitud alterna es:

$b_t=b_{max}\cdot sen(\omega\cdot t+\gamma)$ siendo b_t = valor instantáneo
$b_{\max}$ = valor máximo
ω = pulsación
t = tiempo
γ = ángulo de fase

Mediante esta fórmula podemos representar el valor instantáneo de cualquier tensión o intensidad alterna.
Como he dicho también se puede representar con un número complejo, siendo su valor máximo el modulo del vector, y siendo el ángulo recorrido en el tiempo especificado su argumento.

c).- Condensadores en corriente alterna:

Características de los condensadores:

Un condensador es un componente electrónico capaz de almacenar carga eléctrica.
Si conectamos una tensión a sus armaduras, estas adquieren una carga.
La relación entre la carga adquirida y la tensión aplicada es siempre constante para un condensador.
A esa relación se la llama capacidad.

$$Capacidad=\frac{C\arg a \quad adquirida}{Tensión \quad aplicada}$$

Siempre entre las armaduras de un condensador, se crea una diferencia de potencial. Esta diferencia de potencial es, según la formula anterior, proporcional a la cantidad de carga almacenada y a su capacidad.

$$V=\frac{Q}{C}$$

Si dejamos pasar el tiempo suficiente para que el condensador adquiera toda la carga posible, en ese momento la diferencia de potencial en sus armaduras es igual a la de la fuente de tensión que suministra la carga. $V_G=V_C$.

Si no dejamos pasar el tiempo necesario para que se cumpla lo anterior, se puede calcular la carga adquirida según la siguiente formula:

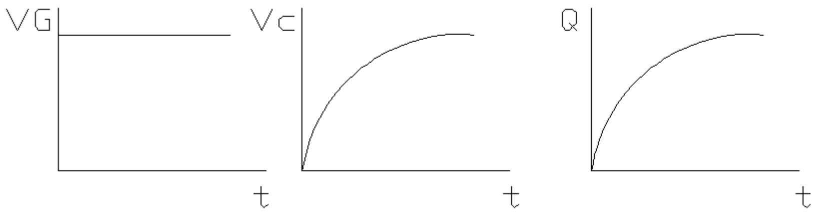
$$Q = C \cdot V \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Donde: Q = Carga adquirida C = Capacidad
V = Tensión aplicada e = 2,71828
t = tiempo transcurrido R = Resistencia pura del circuito

Como se puede deducir de la formula anterior, si nosotros conectamos a las placas de un condensador una tensión V_G , la tensión entre sus placas en ese instante no es V_G , sino que poco a poco va acercándose a ese valor, a medida que se va cargando, ya que la tensión entre sus placas es proporcional a la carga y a la capacidad.

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

Como la carga no es instantánea, sino que va creciendo, la V_C sigue el mismo camino.



En la descarga ocurre lo mismo, la carga Q va decreciendo poco a poco con el tiempo. Para conocer la carga en un momento de la descarga del condensador se puede aplicar esta formula.

$$Q = C \cdot V \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Constante de tiempo de un circuito:

Se llama así al producto R·C tomando su resultado como tiempo, este tiempo nos indica el que ha de transcurrir para que el condensador adquiera el 63’2% de su carga máxima.
A efectos prácticos se suele suponer que un condensador se carga totalmente al transcurrir un tiempo igual a su constante de tiempo.

Hasta ahora solo hemos relacionado la V_C con la Q carga y C capacidad, pero podemos relacionarla con la intensidad, I, de acuerdo con las siguientes formulas.

$V_C = \frac{Q}{C} \quad \Rightarrow \quad Q = C \cdot V_C$ Si dividimos entre el tiempo, tenemos:

$\frac{Q}{t} = \frac{C \cdot V_C}{t}$ siendo además $\frac{Q}{t} = I$, carga partido por tiempo es igual a la intensidad.

De donde se puede deducir lo siguiente:

$$I=\frac{C\cdot V_C}{t} \quad \Rightarrow \quad V_C=I\cdot t\cdot \frac{1}{C}$$

Relaciones entre tensiones corrientes y capacitancias:

Cuando conectamos un condensador a una fuente de tensión alterna, en las placas del condensador, se crea otra tensión durante el proceso de carga del condensador, la acción conjunta de la tensión aplicada V_G y la tensión en las placas V_C dan lugar a una intensidad I, también alterna, que circula ahora por el circuito, siendo sus valores instantáneos los siguientes, de acuerdo con la fórmula vista con anterioridad.

Podemos decir en general que el valor instantáneo de cualquier magnitud alterna es:

$$b_t = b_{\max} \cdot sen(\omega \cdot t + \gamma)$$

siendo b_t = valor instantáneo
$b_{\max}$ = valor máximo
ω = pulsación
t = tiempo
γ = ángulo de fase

Por lo tanto en nuestro caso concreto de un circuito con condensador, tenemos:

$$V=V_{max}\cdot sen(\omega\cdot t)$$
$$I=I_{max}\cdot sen(\omega\cdot t+\pi\, 2)$$

Donde se indica que la Intensidad está adelantada $\pi 2$ = 90^0

Cumpliéndose además la ley de Ohm:

$$V_{\max}=\frac{I_{\max}}{\omega\cdot c} \quad \Rightarrow \quad V_{\max}=I_{max}\cdot\frac{1}{\omega\cdot c}$$

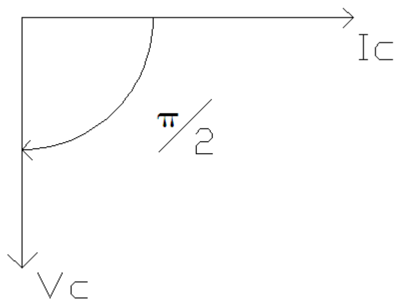
siendo esto similar a la ley de Ohm $V=I\cdot R$

Podemos asimilar el factor $\frac{1}{\omega\cdot c}$ a la Resistencia, llamándolo capacitancia o reactancia capacitiva, que normalmente se representa por:

$$X_c=\frac{1}{\omega\cdot c}$$

Los valores de tensión e intensidad se pueden representar como vectores y se puede operar con ellos con números complejos.

Representación gráfica:



Según la ley de Ohm V= I · R , en este caso $V_c = I_c \cdot X_c$, pero esto no es exacto, ya que V_c está retrasada 90^0 a $\pi 2$ de la I_c
Para indicar ese desfase se multiplica por $-j$ a X_c retrasando de esa manera V_c respecto I_c , que es lo que realmente sucede. (No se multiplica I_c porque es la magnitud que se toma como referencia).

Aclaración:

.- Al multiplicar cualquier número complejo por j ó $(0,1)$ adelantamos su fase en $\pi 2$

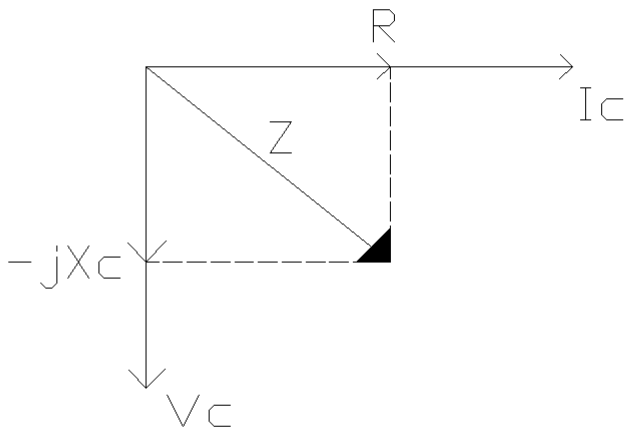
.- Al multiplicar cualquier número complejo por $-j$ ó $(0,1)$ retrasamos su fase en $\pi 2$

Resumen:

En un circuito con capacitancia se cumple la ley de Ohm, siendo esta capacitancia, la resistencia que opone el condensador al paso de la corriente, y que se representa por X_c .
Pero si lo representamos así $V_c = I_c \cdot X_c$, no se aprecia el desfase que tiene la tensión V, respecto de la intensidad I, que son dos magnitudes vectoriales, por este motivo se multiplica por $-j$, para que quede claro que Vc está retrasada respecto de Ic.

$V_c = I_c \cdot -jX_c$

Convencionalmente se asocia $-j$ a X_c , ya que Ic se toma como referencia, por lo tanto, representamos la capacitancia por un número imaginario negativo $-jX_c$
Como se aprecia en el gráfico, la capacitancia ó reactancia capacitiva, está retrasada de la resistencia en $\pi 2$



Para sumar una reactancia a una resistencia, hay que hacerlo como vectores que son, y por lo tanto se hace de la siguiente forma:

$Z=\sqrt{X_{c^2}+R^2}$ donde Z es la Impedancia total

Se utiliza X_{c^2} y no $-jX_{c^2}$ porque se toman los valores absolutos o módulos de $-jX_c$

d).- Bobinas en corriente alterna:

Al conectar a una bobina una tensión Vg alterna, se crea una V_L auto inducida en la bobina, y como consecuencia de las dos, se produce una corriente alterna cuyo valor instantáneo es :

$V=V_{max}\cdot sen(\omega\cdot t)$
$I=I_{max}\cdot sen(\omega\cdot t-\pi 2)$ Donde se indica que la Intensidad está retrasada $\pi 2$ = 90^0

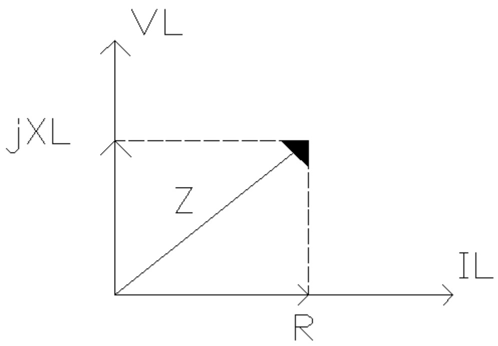
También se cumple la ley de Ohm, por lo que:

$V_{\max}=I_{max}\cdot\omega\cdot L$
$V=I\cdot R$ De donde $\omega\cdot L=R$ por la ley de Ohm

Al producto $\omega\cdot L$, se le llama *reactancia inductiva* y se representa por $X_L=\omega\cdot L$

La tensión está adelantada $\pi 2$ = 90^0 , por lo que se cumple que $V_L=I_L\cdot jX_L$

La reactancia inductiva esta adelantada $\pi 2$ respecto de la resistencia, de acuerdo con el siguiente gráfico:



$$Z=\sqrt{X_{L^2}+R^2}$$

La reactancia inductiva es un número imaginario positivo y se le asocia j porque la intensidad I se toma como referencia convencionalmente.

Estos apuntes están dirigidos a todos aquellos estudiantes y aficionados que quieran iniciarse en el empleo y diseño de circuitos con transistores.

Colmenarejo, 27 de Diciembre de 2006