XIX. *Epistola* Nicolai Facij, *Reg. Soc. Lond. Sod. ad Fratrem* Joh. Christoph. Facium *dictæ Societatis Sodalem*, *qua vendicat Solutionem suam Problematis* de Inveniendo Solido Rotundo seu Tereti in quod Minima fiat Resistentia.

Nicolaus Facius Johanni Christophoro Facio Duillierio, R. S. S. Fratri suo charissimo S. P. D.

Vidisti, Frater amantissime, quæ de mea Solutione Londini impressa Problematis de Inveniendo Solido Rotundo seu Tereti in quod Minima fiat Resistentia, scribere non reveritus est V. Cl. Joh. Bernoullius tuus, vellem & meus. Negat ille me, hominem licet ipsi prorsus ignotum, ex tali Solutione, secundis Fluxionibus implicata, ad Solutionem illam Newtonianam regredi posse, cui similem invenit & ipse Bernoullius. Concludas forsan talibus dictis innui, Quo tempora ista scriberet Bernoullius, Regressum hujusmodi utique facilem ipsi fuisse. Sed obstant plusculum Jacobi Bernoullij Viri Cl. nec unquam pro Meritis laudandi Literæ, quibus plane intelligas nec ipsum, quo tempore scriberet, nec ejus Fratrem Transformationem illam nostram Æquationum Fluxionibus involutarum cognovisse, qua multiplicantur in Productum, verbi gratia, $x^{\kappa}\ y^{\lambda}$ rite determinandum, vel etiam in Quantitatem aliam complexam. Sub Multiplicatione autem, ut bene nosti, continetur & Divisio. Hanc autem Transformationem, a me Anno 1687 & 1688 inventam, Hugenium Moyvræumque edocui

edocui, à quibus ejusdem Scientia ad alios forsan defluxerit. Tentamine autem olim facto, comperi Newtonum Præsidem nostrum Dignissimum illam vel eo jam tempore non ignorasse; aut potius omnium primum invenisse.

Sed respondere cum potuissem pluribus modis ad Cl. Joh. Bernoullij velitationes, volui Investigationem illam omnium longe simplicissimam Actis Lipsiensibus inserere, quam Joh. Bernoullius non posset respuere; & ex qua præterea intelligeret ipsum immerito falsi arguisse quæ scripseram de Invenienda pariter Linea Brevissimi Descensus, adhibita rite consideratione motus quasi Radij Lucis continue refracti, juxta Fermatij Doctrinam Refractionum.

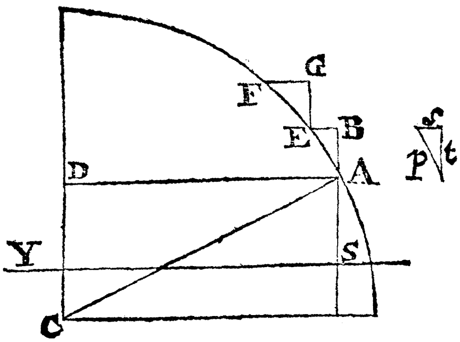
Jam vero, ut me ipsum prætereaim tales Criminationes non merentem; & tibi, Frater amantissime, quo docente prima suscepi olim Mathematicarum Scientiarum Semina, & Genevensi nostræ Academiæ, istud animi grati testimonium debere videor, ut ex Æquatione illa quam in Pagina 16. exhibui, rite deductam Æquationem primis tantum Fluxionibus involutam scriptis consignem: Quam scilicet requirebat Johannes Bernoullius, & me prorsus negabat invenire posse. Nec enim ista scriptis mandari poterunt, quin Via sternatur ad augendam inter Mathematicos Geometriæ secretioris Scientiam. Eatenus vero si demonstrem viam, Deo sic volente, mihi apertam fuisse, Modestiam tamen in me minus forsan requiras, quam arguas supinam in publice prædicandis ejus generis Beneficijs, a Deo Optimo in me collocatis, Negligentiam.

Videantur in Tractatulo nostro quæ ad Figuram ejusdem II pertinent.

In adjuncta Figura sit C Centrum Circuli Osculantis A E F, qui cum Sectione Solidi quæsiti cujus Axis sit S Y quam intime coincidat in A. Eritque hujus Circuli

culi Radius C A vel $u = \frac{3psx}{tt} - \frac{px}{s}$: quæ erat Solutio noſtra.

Fiat, ut prius, A S ad Solidi Axem Y S perpendicularis $= x$; cujus fiat Fluxio invariatæ Magnitudinis A B $= \dot{x}$: Sitque B E ad Axem parallela $= \dot{y}$; Rurſuſque erigatur E G $= \dot{x}$; Et erit G F ad Axem parallela $= \dot{y} + \ddot{y}$.



Erit autem p ad t ut u ſeu $\frac{3psx}{tt} - \frac{px}{s}$ ad $\frac{3sx}{t} - \frac{tx}{s}$ ſive $\frac{3\dot{y}x}{\dot{x}} - \frac{\dot{x}x}{\dot{y}}$; quod æquabitur ipſi n ſeu AD ad Axem parallelæ, poſita ſcilicet C D ad eundem Axem perpendiculari : quæ C D vocetur m.

Rurſus erit p ad s ut u ſeu $\frac{3psx}{tt} - \frac{px}{s}$ ad $\frac{3ssx}{tt} - x$, ſive $\frac{3\dot{y}\dot{y}x}{\dot{x}\dot{x}} - x$; quod æquabitur ipſi m ſeu C D. Cujus Valorem dediſſe otioſum quidem hic eſt, ſed uſum habebit in ſequentibus.

Jam vero ex Oſculantis Circuli A E F Proprietate habebitur, productis ipſis B A, B E ad alteram uſque Circumferentiæ partem, $\dot{x} \times \overline{2m + \dot{x}} = \dot{y} \times \overline{2n - \dot{y}}$.

Rurſuſque ex ejuſdem Circuli Proprietate habebitur, productis ipſis G E, G F ad alteram uſque Circumferentiæ Partem, $\dot{x} \times \overline{2m + 3\dot{x}} = \overline{\dot{y} + \ddot{y}} \times \overline{2n - 3\dot{y} - y}$.

Ergo

Ergo, ſubducta priori hac Æquatione a poſteriori, erit $2\ddot{x}\dot{x} = -2\dot{y}\dot{y} - \dot{y}\ddot{y} + 2n\dot{y} - 3\dot{y}\ddot{y} - \ddot{y}\ddot{y}$.

Deletiſque Terminis infinite minoribus quam ſint reliqui, erit $2\dot{x}\dot{x} = -2\dot{y}\dot{y} + 2n\ddot{y}$.

Subſtitutoque ipſius n Valore, erit $\dot{x}\dot{x} = -\dot{y}\dot{y} + \frac{3x\dot{y}\ddot{y}}{\dot{x}} - \frac{x\dot{x}\ddot{y}}{\dot{y}}$: Id eſt $\underset{*}{\dot{x}^3\dot{y}} + \underset{**}{\dot{x}\dot{y}^3} - \underset{**}{3x\dot{y}\dot{y}\ddot{y}} + \underset{*}{x\dot{x}\dot{x}\ddot{y}} = 0$.

Componitur hæc Æquatio ex ſolis Indeterminatis x, $\dot{y}$, earumque Fluxionibus $\dot{x}$, $\ddot{y}$, invariabilique Quantitate $\dot{x}$, Quantitatibuſve Coefficientibus datis. Bina autem ſunt Paria Terminorum in quibus occurrunt eædem utrinque literæ, literarumque Poteſtates, niſi quatenus Quantitas Fluens per Literam unam expreſſa in Fluxionem convertitur, vel Fluxio in Fluentem. Quæ Paria Terminorum ſunt $\dot{x}^3\dot{y} + x\dot{x}\dot{x}\ddot{y}$, et $\dot{x}\dot{y}^3 - 3x\dot{y}\dot{y}\ddot{y}$; ex Terminis utique Generatoribus duobus duntaxat orta. In tota enim Æquatione nihil obſtat quominus ipſa tranſformetur ſcilicet Multiplicatione facta in $x^{\varkappa}\dot{y}^{\lambda}$, determinatis rite ipſis Indicibus $\varkappa$ et λ, ut ea ratione nova Æquatio proveniens tractabilis evadat.

Ergo juxta noſtram iſtarum Tranformationum Theoriam, in Generatore ex quo exoritur Terminorum Par primum unico Aſteriſco notatum, erit Numerus Dimenſionum Indeterminatæ x ad Numerum Dimenſionum Indeterminatæ $\dot{y}$, id eſt, Erit $1 + \varkappa$ ad $1 + \lambda$, ut Coefficiens 1 in Termino $\dot{x}^3\dot{y}$ ad Coefficientem 1 in Termino $x\dot{x}\dot{x}\ddot{y}$. Rurſus in Generatore, ex quo exoritur Terminorum Par alterum Aſteriſco duplici notatum, Erit Numerus Dimenſionum Indeterminatæ x ad Numerum Dimenſionum Indeterminatæ $\dot{y}$, id eſt, Erit $1 + \varkappa$ ad $1 + \lambda$, ut Coefficiens 1 in Termino $\dot{x}\dot{y}^3$ ad Coefficientem -3 in Termino $-3x\dot{y}\dot{y}\ddot{y}$; unde fit $\varkappa = -\frac{3}{2}$,

& λ

& $\lambda = -\frac{3}{2}$; ac proinde Multiplicator $x^{\kappa}\dot{y}^{\lambda} = x^{-\frac{3}{2}} \times \dot{y}^{-\frac{3}{2}}$.

Erit igitur $-x^{-\frac{1}{2}}\dot{x}^{2}\dot{y}^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}\dot{y}^{\frac{3}{2}} = \pm q$ Æquatio superioris Æquationis per $x^{-\frac{3}{2}}\dot{y}^{-\frac{3}{2}}$ multiplicatæ Generatrix : Eſt autem q Quantitas determinata. Quam Æquationem Generatricem, (Fluentem autem vocant alij) ſi quadraveris, ut tollantur Radices, proveniet $x^{-1}\dot{x}^{4}\dot{y}^{-1} + 2x^{-1}\dot{x}^{2}\dot{y} + x^{-1}\dot{y}^{3} = qq$; id eſt $\frac{\dot{x}^{4} + 2\dot{x}^{2}\dot{y}^{2} + \dot{y}^{4}}{x\dot{y}} = qq$. Quæ ipſa eſt Æquatio Newtoniana, quam & Joh. Bernoullius invenit, & ipſe ego antehac erui, facillima omnium quæ ſperari poſſint ejuſdem Æquationis Inveſtigatione. Determinatur autem Quantitas q q, vel datis Poſitione Axe indefinito Y S, Puncto A, & Solidi Tangente in A; vel datis Poſitione Puncto A, Centro Oſculantis circuli C, & A D ad Axem Solidi parallela.

Plura equidem jam aliquot retro ab hinc Annis ſcribere conſtitueram, ſed aliud Tempus expectandum. Vale.

Dabam Londini die Maij 17. 1712.