Algoritmo para Calcular Logaritmos

Por: José Acevedo Jiménez

Calcular el logaritmo de un número hoy día es tarea sencilla, el uso de tablas y reglas para calcular el valor de los mismos es cosa del pasado. Gracias a las computadoras podemos obtener logaritmos con una precisión antes no imaginada, entonces cabe preguntarnos: ¿De que sirve un algoritmo que calcule logaritmos si ya existen métodos para calcularlos de forma efectiva?

La respuesta la dejo abierta al lector, mas quiero expresar mi opinión sobre la misma, muchos pueden estar pensando: ¿para qué reinventar la rueda? Pues bien mis queridos amigos, no se trata de reinventarla sino de perfeccionarla, agregarle algún valor, si la primera rueda fue de superficie regular, alguien pensó que podía agregarle valor adicionándole ranuras, creo en esa filosofía, la de mejorar lo existente. Basado en esa filosofía y con la creencia firme de que todo puede ser expresado de una forma sencilla, la llevamos a la práctica al crear un algoritmo que permite calcular logaritmos de una manera fácil.

En secundaria nos enseñaron a calcular los logaritmos de números cuyos resultados son enteros, ejemplo:

Para encontrar el logaritmo en base 10 de 1000 sólo tenemos que descomponer el 1000 de la siguiente forma:

100 0	10
100	10
10	10
1	

Es decir que $10^3 = 1000$, como el logaritmo es la operación inversa a la potenciación tendremos que: Log1000 = 3.

Si queremos encontrar el logaritmo en base 2 de 16, también resulta bastante sencillo ya que $16 = 2^4$. Siempre que podamos expresar un número como potencia entera de otro número nos resultará sencillo encontrar el logaritmo (en base de la potencia dada) de dicho número.

Para recordar:

Un logaritmo se compone de dos partes, la característica (parte entera del logaritmo) y la mantisa (parte decimal).

Log 35 = 1.54406

Característica Mantisa

Conocer la característica de un logaritmo es bastante sencillo, vasta con rodar el punto decimal hacia la izquierda del número dado hasta obtener otro número menor que la base del logaritmo, en el caso del ejemplo mostrado la característica es igual a 1 ya que sólo tenemos que rodar hacia la izquierda el punto decimal una posición para obtener un número menor que la base (en este caso igual a 10) del logaritmo. En otras palabras lo que hicimos fue dividir el número dado entre la base del logaritmo, hasta obtener otro número menor que la base.

Ejemplos:

a) 1235→ 1235 ÷ 10 = 123.5
123.5 ÷ 10 = 12.35
12.35 ÷ 10 = 1.235

1.235 < 10 → C1235 = 3

b) 100000 → 100000 ÷ 10 =
10000 10000 ÷ 10 =
1000 1000 ÷ 10 =
100 100 ÷ 10 = 10
10 ÷ 10 = 1

1 < 10 → C100000 = 5

Si la base del logaritmo es igual a 2, ¿Cual es la característica(C) de los siguientes números?

a) 15 → 15 ÷ 2 = 7.5
7.5 ÷ 2 = 3.75
3.75 ÷ 2 = 1.875

1.875 < 2 → C15 = 3

b) 250 → 250 ÷ 2 = 125

125 ÷ 2 = 62.5

62.5 ÷ 2 = 31.25

31.25 ÷ 2 = 15.625

15.625 ÷ 2 = 7.8125

7.8125 ÷ 2 = 3.90625

3.90625 ÷ 2 = 1.953125

1.953125 < 2 → C250 = 7

Como ya dijimos, un logaritmo se compone de dos partes, la característica es cosa fácil de hallar, pero que hay de la mantisa, ¿como hacemos para encontrarla?

Una vez encontrada la característica del logaritmo, procedemos a buscar la mantisa de la siguiente manera:

Anteriormente vimos que la característica de 1235 es igual a 3, en base del logaritmo igual a 10, y lo desarrollamos de la siguiente manera:

1235→ 1235 ÷ 10 = 123.5

123.5 ÷ 10 = 12.35

12.35 ÷ 10 = 1.235

1.235 < 10 → C1235 = 3

El primer paso para encontrar la mantisa es tomar el último resultado (1.235) de las divisiones antes efectuadas y elevarlo a la décima potencia (base del sistema decimal usado, si quisiéramos expresar nuestra mantisa en otro sistema numérico, el binario por ejemplo, entonces elevaríamos el número a la segunda potencia, y así para cada caso dependiendo de la base del sistema numérico empleado).

$1.235^{10} = 8.25409$

Efectuado este paso, procederemos a desarrollar la operación de división, tal como se hizo para conseguir la característica, hasta obtener un número menor que la base del logaritmo.

$8.25409 < 10 \rightarrow M1235 = 0.0$
Como 8.25409 es menor que 10, no podemos efectuar la división por lo que el primer dígito de la mantisa (M) es igual a cero.

Una vez obtenido el menor de los números, tomamos dicho número y lo elevamos a la décima potencia, debemos tener presente que el exponente 10 nos lo da la base del sistema numérico y no debe ser confundido con la base del logaritmo que coinciden en este ejemplo.

$8.25409^{10} = 1467884889$

Para obtener el segundo dígito de la mantisa procederemos a desarrollar la operación de división, hasta obtener un número menor que la base del logaritmo.

$1467884889 \div 10 = 146788488.9$
$146788488.9 \div 10 = 14678848.89$
$14678848.89 \div 10 = 1467884.889$
$1467884.889 \div 10 = 146788.4889$
$146788.4889 \div 10 = 14678.84889$
$14678.84889 \div 10 = 1467.884889$
$1467.884889 \div 10 = 146.7884889$
$146.7884889 \div 10 = 14.67884889$
$14.67884889 \div 10 = 1.467884889$

$1.467884889 < 10 \rightarrow M1235 = 0.09$

Tomamos el menor de los números obtenidos y lo elevamos a la décima potencia, para conseguir el tercer dígito de la mantisa.

$1.467884889^{10} = 46.44299713$

Para obtener el tercer dígito de la mantisa procederemos a desarrollar la operación de división, hasta obtener un número menor que la base del logaritmo.

$46.44299713 \div 10 = 4.644299713$

$4.644299713 < 10 \rightarrow M1235 = 0.091$

Una vez más tomamos el menor de los números obtenidos y lo elevamos a la décima potencia.

$4.644299713^{10} = 4668768.986$

Para obtener el cuarto dígito de la mantisa procederemos a desarrollar la operación de división a partir del resultado obtenido, hasta conseguir un número menor que la base del logaritmo.

$4668768.986 \div 10 = 466876.8986$
$466876.8986 \div 10 = 46687.68986$
$46687.68986 \div 10 = 4668.768986$
$4668.768986 \div 10 = 466.8768986$
$466.8768986 \div 10 = 46.68768986$
$46.68768986 \div 10 = 4.668768986$

$4.668768986 < 10 \rightarrow M1235 = 0.0916$

Realizando este proceso de 'elevar y dividir', hemos conseguido una mantisa de cuatro cifras, después del punto decimal. Para obtener un resultado mas preciso, sólo tenemos que seguir el proceso mostrado una y otra vez hasta conseguir una mantisa con la precisión deseada.

Si han sido buenos observadores, entonces habrán notado que se han tomado los números con una considerable cantidad de dígitos después del punto decimal, esto es importante si queremos conseguir resultados precisos, aunque para nuestro caso no es necesario usar cantidades tan exactas, ya que a modo de ilustración sólo nos ha interesado una mantisa de cuatro cifras decimales.

Aplicando el algoritmo de cálculo de logaritmos, encuentre el logaritmo común de 25. Usar sistema de numeración binario.

$25 \div 10 = 2.5$

$2.5 < 10 \rightarrow C25 = 1$

$2.5^2 = 6.25$

$6.25 < 10 \rightarrow M25 = 0.0$

$6.25^2 = 39.0625$

$39.0625 \div 10 = 3.90625$

$3.90625 < 10 \rightarrow M25 = 0.01$

$3.90625^2 = 15.25878$

$15.25878 \div 10 = 1.525878$

$1.525878 < 10 \rightarrow M25 = 0.011$

$1.525878^2 = 2.3283$

$2.3283 < 10 \rightarrow M25 = 0.0110$

$2.3283^2 = 5.4209$

$5.4209 < 10 \rightarrow M25 = 0.01100$

$5.4209^2 = 29.3861$

$29.3861 \div 10 = 2.93861$

$2.93861 < 10 \rightarrow M25 = 0.011001$

$\text{Log } 25_{(\text{base decimal})} = 1.011001_{(\text{base binaria})}$

Nota:

Sólo la mantisa queda expresada en el sistema numérico usado (binario en este caso), el valor de la característica debe ser convertido al sistema numérico utilizado