

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO  
E.P. INGENIERIA CIVIL

MECANICA DE MATERIALES



Análisis de Vigas - Método de la Segunda Integración

1. Análisis de Vigas.

1.1 Introducción.

Los Métodos para calcular deformaciones en vigas isotópicas se constituyen en un medio para resolver vigas hiperestáticas, toda vez que sus principios posibilitan generar las ecuaciones complementarias que junto con las de la estática logran resolver el cálculo de sus reacciones.

2. El Método de la Doble Integración.

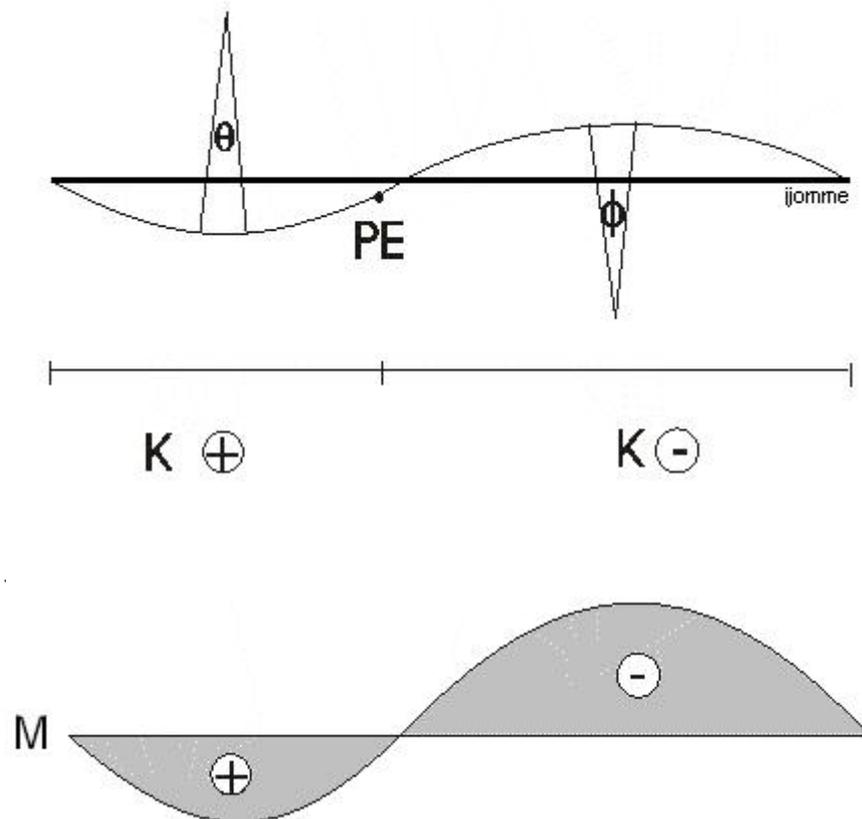
Es un Método que permite encontrar las ecuaciones matemáticas, nos da resultado una función matemática de la ordenada y otra para el giro de la elástica.

$$Y=f(x)$$

$$\theta=G(x)$$

Los métodos de área de momentos y de la viga conjugada no nos dan ecuaciones de la elástica mas bien permiten determinar valores directos de ordenadas y giros en puntos estratégicos de la elástica.

Para una sección cualquiera que la magnitud del momento flector incide directamente en la magnitud de grado de curvatura en dicho punto.



$$M = \frac{EI}{\rho} \quad \dots(1) \quad \sigma = \frac{My}{I}$$

El grado de curvamiento en las vigas es tan imperceptible que los arcos de la elástica tienen prácticamente su proyección horizontal.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \dots(2)$$

Las pendientes de las tangentes a la elástica son prácticamente horizontales.

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \theta \\ m = \tan \theta &= \frac{\partial y}{\partial x} \\ \theta &= \frac{\partial y}{\partial x} \quad \dots(3) \end{aligned}$$

Derivando (3) con respecto a X.

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \dots(4)$$

De las ecuaciones (2), (4) tenemos:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{\rho} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \dots (5)$$

Haciendo arreglos en (1)

$$M = \frac{EI}{\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \dots (6)$$

Igualando (5) con (6) tenemos:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{M}{EI}$$

(Ecuación Diferencial de la Elástica)

La ecuación de giro y ordenada de la elástica se obtiene por integración sucesiva de la Ecuación Diferencial.

#### \* PRIMERA INTEGRACIÓN

$$\int \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx = \int \frac{M}{EI} dx$$

$$EI \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \int M dx + c$$

$$EI \theta = \int M dx + c$$

(Ec. Giro de la Elástica)

#### \* SEGUNDA INTEGRACIÓN

$$\int EI \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right) dx = \int \int (M dx + c) dx$$

$$EI y = \iint M dx dx + C_1 x + C_2$$

(Ec. de la Ordenada de la Elástica)

EI : Constante a lo largo de la Viga

$C_1$  y  $C_2$  son constantes de integración de cuyos valores están en función de los apoyos de la viga.