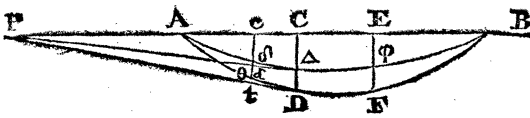


IV. De motu Nervi tensi. Per Brook Taylor Armig.
Regal. Societat. Sodal.

Lemma I.



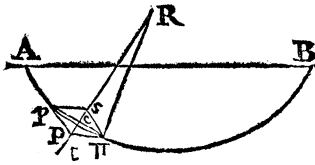
Sint ADFB, & A Δ B Curvæ duæ, quarum relatio inte se hæc est, ut, ductis ad

libitum ordinatis C Δ D, E Φ F, sit C Δ : CD :: E Φ : EF. Tum ordinatis in infinitum imminutis; adeo ut coincident Curvæ cum axe AB; dico quod sit ultima ratio curvaturæ in Δ ad curvaturam in D, ut C Δ ad CD.

DEmonstr. Duc ordinatam c d ipsi CD proximam; & ad D & Δ duc tangentes Dt & Δ θ, ordinatæ cd occurrentes in t & θ. Tum ob c a : cd :: C Δ : CD (per Hypothesin) tangentes productæ sibi invicem & axi occurrent in eodem puncto P. Unde ob triangula similia CDP & ctP, C Δ P & c θ P, erit c θ : ct :: C Δ : CD (: : c a : cd, per Hyp) :: Δ θ (= c θ - c a) ad dt (= ct - cd.) Atqui sunt curvaturæ in Δ & D, ut anguli contactūs θ Δ Δ & t D d; & ob a Δ & d D coincidentes cum c C, anguli isti sunt ut eorum subtensæ Δ θ & dt, hoc est (per analogiam supra inventam) ut C Δ & CD. Quare, &c. Q. E. D.

Lemma

Lemma 2.



In aliquo articulo vibrationis sue induat Nervus tensus, inter puncta A & B, formam curvæ cujusvis $Ap\pi B$. Tum dico quod sit incrementum velocitatis puncti alicujus P, seu acceleratio oriunda

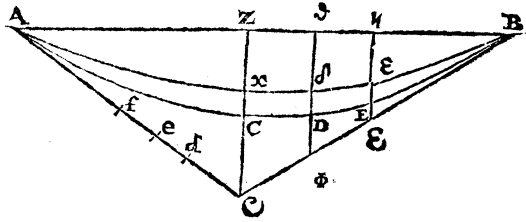
a vi tensionis Nervi, ut curvatura Nervi in eodem puncto.

Demonstr. Finge Nervum constare ex particulis rigidis æqualibus infiaite parvis p P & P π , &c. & ad punctum P erige perpendicularem P R = radio curvaturæ in P, cui occurrant tangentes p t & πt in t, iis parallelæ πs & p s in s, & chorda p π in c. Tum, per Principia Mechanicæ, vis absoluta, quæ urgentur particule ambæ p P & P π versûs R, erit ad vim tensionis fili, ut s t ad p t; & hujus vis dimidium, quo urgetur particula una p P, erit ad Nervi tensionem, ut c t ad t p, hoc est, (ob triangula similia c t p, t p R) ut t p vel P p ad R. t vel P R. Quare, ob tensionis vim datam, erit vis acceleratrix absoluta ut $\frac{P p}{P R}$. Sed est acceleratio genita in ratione compositâ ex rationibus vis absolute directè & materiæ movendæ inversè; atq; est materia movenda ipsa particula P p. Quare est acceleratio ut $\frac{1}{P R}$, hoc est ut Curvatura in P. Est enim Curvatura reciprocè ut radius circuli osculatorii. Q. E. D.

Prob. 1.

Definire motum Nervi tensi.

In hoc Problemate & sequentibus pono Nervum moveri per spatium minimum ab axe motus; ut incrementum tensionis ex auctâ longitudine, item obliquitas radiorum curvaturæ possint tuto negligi.



Itaq; extendatur Nervus inter puncta A & B; & plectro deducatur punctum z ad distantiam C z ab axe A B.

Tum amoto plectro, ob flexuram in puncto solo C, illud primum incipiet moveri (*per Lemma 2.*) At statim inflexo Nervo in punctis proximis s & d, incipient hæc puncta etiam moveri; & deinde E & e, & sic deinceps. Item ob magnam flexuram in C, illud punctum primò velocissime movebitur; & exinde auctâ curvaturâ in punctis proximis D, E, &c. ea continuo velocius accelerabuntur; & eâdem operâ, imminutâ curvaturâ in C, id punctum vicissim tardius accelerabitur. Et universaliter, punctis justò tardioribus magis & velocioribus minùs acceleratis, tandem fiet ut viribus inter se ritè temperatis, motus omnes conspirent, punctis omnibus ad axem simul euntibus & simul redeuntibus, vicibus alternis ad infinitum.

Sed ut hoc fiat debet Nervus semper induere formam curvæ A C D E B, cujus curvatura in quovis puncto E est ut ejusdem distantia ab axe Eⁿ; velocitatibus etiam punctorum C, D, E, &c. constitutis inter se in ratione distantiarum ab axe Cz, D^s, Eⁿ, &c. Etenim in hoc casu,

casu, spatia C x, D δ , E ϵ , &c. eodem tempore minimo percurfa, erunt inter se ut velocitates, hoc est ut spatia percurranda C z, D δ , &c. Unde erunt spatia residua x z, $\delta \delta$, $\epsilon \epsilon$, &c. inter se in eadem ratione. Item (per Lemma 2.) erunt accelerationes inter se in eadem ratione. Quo pacto, semper servatâ ratione velocitatum inter se eadem ac spatorum percurrendorum, puncta omnia simul pervenient ad axem & simul redibunt : adeoq; recte definitur curva A C D E B. Q. E. D.

Præterea, comparatis inter se duabus curvis A C D E B, & A x $\delta \epsilon$ B, per Lemma 1. erunt curvaturæ in D & δ , ut distantia ab axe D δ & $\delta \delta$: adeoq; per Lemma 2. acceleratio dati cujusvis puncti in Neruo erit ut ejusdem distantia ab axe. Unde (per Phil. Nat. Princip. Math. Sect. X. Prop. 51.) vibrationes omnes, tam maximæ quam minimæ, peragentur in eodem tempore periodico, & puncti cujusvis motus similis erit oscillationi corporis Funi-penduli in Cycloide. Q. E. I,

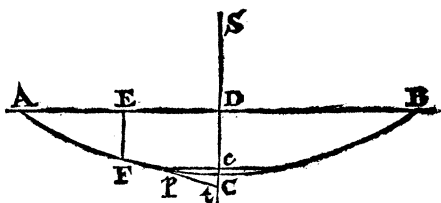
Cor. Sunt Curvaturæ reciprocè ut radii circulorum osculantium. Sit ergo a linea data, atq; erit radius curvaturæ

$$\text{in E} = \frac{a a}{E n}.$$

Prob. 2.

Datis longitudine & pondere Nervi, unâ cum pondere tendente ; invenire tempus unius vibrationis.

Extendatur nervus inter puncta A & B per vim ponderis P, & sit nervi ipsius pondus N, & longitudo L. Item constituitur nervus in positione A F p C B, & ad



punctum

punctum medium C erige normalem CS = radio curvaturæ in C, & occurrentem axi AB in D; & sumpto puncto p ipsi C proximo, duc normalem pc & tangentem pt.

Ergo, ut in Lemmate 2, constat vim absolutam quâ acceleratur particula p C, esse ad vim ponderis P, ut ct ad pt, i. e. ut pC ad CS. Sed est pondus P ad pondus ipsius particule p C, in ratione compositâ ex rationibus P ad N, & N ad pondus particule p C, vel L ad pC; hoc est, ut P × L ad N × pC. Quare compositis his rationibus, est vis acceleratrix ad vim gravitatis ut P × L ad N × CS. Constituatur itaque pendulum longitudine CD: tum (per Princip. Math. Sect. X. Prob. 52.) erit tempus periodicum Nervi ad tempus periodicum istius penduli, ut $\sqrt{N \times CS}$ ad $\sqrt{P \times L}$. At (per eandem Proposit.) datâ vi gravitatis longitudines pendulorum sunt in duplicatâ ratione temporum periodicorum; unde

erit $\frac{N \times CS \times CD}{P \times L}$, vel (pro CS scripto $\frac{a a}{CD}$, per Cor.

Prob. 1.) $\frac{N \times a a}{P \times L}$ longitudo penduli cujus vibrationes sunt isochronæ vibrationibus Nervi.

Ad inveniendam lineam a, sit Curvæ abscissa AE = z, & ordinata EF = x, & ipsa Curva AF = v, & CD = b.

Tum (per Cor. Prob. 1.) erit radius curvaturæ in F = $\frac{a a}{x}$

At dato \dot{v} est radius curvaturæ $\frac{\dot{v} \dot{x}}{z}$. Unde $\frac{a a}{x} = \frac{\dot{v} \dot{x}}{z}$;

adeoq; $a a \dot{z} = \dot{v} x \dot{x}$: & sumptis fluentibus $a a \dot{z} = \frac{\dot{v} x \dot{x}}{2} - \frac{\dot{v} b b}{2} + \dot{v} a a$ (ubi additur data quantitas

--- $\dot{v} b b$

$\frac{-\dot{v} b b}{2} + \dot{v} a$, ut fiat $\dot{z} = \dot{v}$ in puncto medio C.) Et hinc

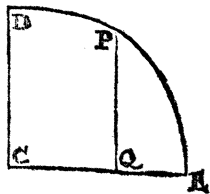
$$\text{peractō calculo erit } \dot{z} = \frac{a^2 \dot{x} - \frac{1}{2} b^2 \dot{x} + \frac{1}{2} x^2 \dot{x}}{\sqrt{a^2 b^2 - a^2 x^2 - \frac{1}{2} x^4 - \frac{1}{2} b^4 + \frac{1}{2} b^2 x^2}}$$

Evanescant jam b & x respectu a , ut coincidat curva

cum axe, & fiet $\dot{z} = \frac{a \dot{x}}{\sqrt{bb - xx}}$. At

centro C & radio CD = b descripto quadrante circulari DPE, & factō CQ = x , & erectâ normali QP, atque arcu DP existente y , erit

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{bx}{bb - xx}} = \frac{b}{a} \dot{z}.$$



Unde $y = \frac{b}{a} z$, & $z = \frac{a}{b} y$. Et factō $x = b = CD$, (quo casu etiam fit $y =$ arcui quadrantali DPE, &

$z = AD = \frac{1}{2} L$) erit $\frac{1}{2} L = a \times \frac{DE}{CD}$, atq; $a = L \times \frac{CD}{2DE}$.

Sit ergo CD ad 2 DE (ut diameter circuli ad circumferentiam) ut d ad c ; atq; erit $a = LL \times \frac{dd}{cc}$. Substi-

tuto itaq; hoc valore pro a , erit $\frac{N}{P} \times L \times \frac{dd}{cc}$ longitudo penduli isochroni ipsi Neruo. Sit ergo D longitudo

cujus tempus periodicum est τ , atq; erit $\frac{d}{c} \sqrt{\frac{N}{P} \times \frac{L}{D}}$ tem-

pus periodicum Nervi. Q. E. I. Sunt enim pendulorum tempora periodica in dimidiatâ ratione longitudinum:

Cor. 1. Numerus vibrationum Nervi in tempore unius vibrationis penduli D est $\frac{c}{d} \times \sqrt{\frac{P}{N} \times \frac{D}{L}}$.

Cor. 2. Ob datum $\frac{d}{c} \times \sqrt{\frac{1}{D}}$, tempus periodicum Nervi est ut $\sqrt{\frac{N}{P} \times L}$. Et dato pondere P est tempus ut $\sqrt{N \times L}$. Item constitutis Nervis ex eodem filo, quo casu fit N ut L, est tempus ut L.
