

Funciones a trozos o por partes

Objetivo

- Reconocer una función por partes y aplicar su criterio.

Contenido

- Funciones a trozos o por partes.

Función a trozos

Algunas funciones por su estructura difiere su criterio para ciertos valores de la variable independiente (variable "x"), esto hace que en muchos casos se necesite hacer un estudio particular de las mismas. Por estas variaciones en su criterio se les define como funciones por partes o a trozos.

Ejemplos

$$a. f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } -7 < x \\ 2x+4 & \text{si } x \geq -7 \end{cases}$$

Para esta función si la variable independiente toma valores inferiores a -7 el criterio es $x+1$, pero si son valores mayores o iguales que -7 el criterio es $2x+4$.

$$b. m(x) = \begin{cases} -x & \text{si } -7 < x \leq 5 \\ 2x-10 & \text{si } 5 < x < 7 \\ x^2 & \text{si } x > 7 \end{cases}$$

Para esta función si la variable independiente toma valores mayores que -7 pero menores o iguales que 5 el criterio es $-x$, si son mayores que 5 pero menores que 7 el criterio es $2x-10$ y si son mayores que 7 el criterio es x^2 .

$$c. h(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 3 \\ \ln x & \text{si } 5 < x < 20 \\ e^x & \text{si } x > 23 \end{cases}$$

$$d. g(x) = \begin{cases} 11 & \text{si } x < -3 \\ \frac{x}{2} & \text{si } -3 < x \leq 11 \\ 3 & \text{si } x > 11 \end{cases}$$

e. Considere la $f(x)$ definida por $f(x) = \begin{cases} -4 & \text{si } x < 4 \\ \frac{2x}{3} & \text{si } 4 < x \leq 7 \\ x^2 & \text{si } x > 7 \end{cases}$

De acuerdo con este criterio determine

a. $f(-100)$

Como el valor de la variable independiente es $x = -100$, de acuerdo con el criterio de la función se tiene que $f(x) = -4$ si $x < 4$ luego $-100 < 4$, de esta manera $f(-100) = -4$.

b. $f(4)$ De acuerdo con el criterio de la función la imagen de 4 no está definida.

c. $f(4,5)$

Como el valor de la variable independiente es $x = 4,5$, de acuerdo con el criterio de la función se tiene que $f(x) = \frac{2x}{3}$ si $4 < x \leq 7$ luego $4 < 4,5 \leq 7$, de esta manera $f(4,5) = \frac{2 \cdot (4,5)}{3} = 3$.

d. $f\left(\frac{31}{5}\right)$

Como el valor de la variable independiente es $x = \frac{31}{5} = 6,2$, de acuerdo con el criterio de la función se tiene que $f(x) = \frac{2x}{3}$ si $4 < x \leq 7$ luego

$$4 < \frac{31}{5} \leq 7, \text{ de esta manera } f\left(\frac{31}{5}\right) = \frac{2 \cdot \left(\frac{31}{5}\right)}{3} = \frac{62}{15}.$$

e. $f(7)$

Como el valor de la variable independiente es $x = 7$, de acuerdo con el criterio de la función se tiene que $f(x) = \frac{2x}{3}$ si $4 < x \leq 7$ luego $4 < 7 \leq 7$, de esta manera $f(7) = \frac{2 \cdot (7)}{3} = \frac{14}{3}$.

f. $f(10)$

Como el valor de la variable independiente es $x = 10$, de acuerdo con el criterio de la función se tiene que $f(x) = x^2$ si $x > 7$ luego $10 > 7$, de esta manera $f(10) = (10)^2 = 100$.