<u>Cuadrados mágicos pares</u>

Por: José Acevedo J

Muchas personas piensan que los cuadrados mágicos son improductivos, y sin embargo fueron tema de estudio de muchos matemáticos de la talla de: Euler, Fermat, Pascal, Leibnitz, pese a conocer que no tenían uso práctico alguno. Los antiguos chinos conocían los cuadrados mágicos desde hace miles de años; según una antigua leyenda China, cierto día se produjo la crecida de un río; los aldeanos, aterrados, quisieron hacer una ofrenda al dios del río para aplacar su furia. Pero, cada vez que lo hacían, salía una tortuga que recorría el ofrecimiento sin aceptarlo, esto siempre ocurría, hasta que un pequeño observó las marcas características del caparazón de la tortuga, un cuadrado mágico de orden 3*3, de este modo pudieron resolver el acertijo e incluir en su ofrenda la cantidad pedida, es decir 15, sólo así quedó el dios satisfecho, haciendo volver las aguas a su cauce.

Algunas características de los cuadrados mágicos:

1) El menor orden de un cuadrado mágico es tres.

2) Todo cuadrado mágico puede ser construido por números que forman una progresión aritmética.

3) Al ordenar un cuadrado mágico, la suma de los números de las columnas, filas y diagonales serán igual a una constante llamada constante mágica.

4) Los cuadrados mágicos son clasificados de acuerdo con el número de celdas que tiene cada fila o columna.

Hasta el momento no se conoce un método genérico que nos permita resolver cuadrados mágicos de cualquier orden (par o impar). Si bien el método que se presentará (método de simetría) a continuación sólo es aplicable a los de orden par, a diferencia de otros existentes, mediante el mismo podremos construir cualquier

cuadrado mágico de orden par, siempre que el mismo esté constituido por elementos que pertenezcan a sucesiones aritméticas.
Como se puede notar en la figura de abajo, los números dentro de cada celda están dispuestos de forma tal que cada fila y columna forman una sucesión aritmética. La diferencia entre los elementos posteriores y anteriores da como resultado la misma constante para cada una de las cuatro sucesiones organizadas en las filas, lo mismo sucede para cada una de las cuatro sucesiones que se forman en las columnas.

1	**2**	**3**	**4**
5	**6**	**7**	**8**
9	**10**	**11**	**12**
13	**14**	**15**	**16**

F1 = 1, 2, 3, 4
F2 = 5, 6, 7, 8
F3 = 9, 10, 11, 12
F4 = 13, 14, 15, 16

Las diferencia entre los términos posteriores y anteriores es la misma para cada una de las sucesiones (d = 1).

C1 = 1, 5, 9, 13
C2 = 2, 6, 10, 14
C3 = 3, 7, 11, 15
C4 = 4, 8, 12, 16

Las diferencia entre los términos posteriores y anteriores es la misma para cada una de las sucesiones (d = 4).

Siempre que un arreglo de números esté dispuesto de la manera mostrada se podrá construir un cuadrado mágico que se podrá resolver por el método de simetría.

<u>Método de Simetría</u>

Los cuadrados mágicos de orden par pueden ser resueltos de forma sencilla siguiendo los siguientes pasos:

1) Ordenar los números de manera ascendente o descendente en el cuadrado mágico a resolver, tal como se muestra en las figuras.

1	**2**	**3**	**4**
5	**6**	**7**	**8**
9	**10**	**11**	**12**
13	**14**	**15**	**16**

16	**15**	**14**	**13**
12	**11**	**10**	**9**
8	**7**	**6**	**5**
4	**3**	**2**	**1**

2) Invertir el orden de los números que forman las diagonales, de tal forma que el primero ocupe el lugar del último, el segundo el del penúltimo, el tercero el del antepenúltimo y así sucesivamente, como se muestra en las Figuras.

16	**2**	**3**	**13**
5	**11**	**10**	**8**
9	**7**	**6**	**12**
4	**14**	**15**	**1**

1	**15**	**14**	**4**
12	**6**	**7**	**9**
8	**10**	**11**	**5**
13	**3**	**2**	**16**

3) Dividir imaginariamente en dos regiones el cuadrado, de forma tal que los números que componen la primera región y que no pertenecen al conjunto de las diagonales, puedan ser intercambiados por los que ocupan el lugar de simetría de la segunda región, este intercambio se efectuará de igual manera en las filas y columnas que forman el cuadrado, para conocer la cantidad de intercambios que deben realizarse, utilizaremos la siguiente fórmula: $Ic = \frac{n - 4}{2}$

Donde:

Ic = Cantidad de intercambios en las filas y columnas simétricas.

n = orden del cuadrado mágico (par > 2).

Ejemplos:

Dados los siguientes cuadrados pares, disponerlos de forma tal que la suma de los números de las diagonales, filas y columnas sea la misma.

Cuadrado 1:

1	2	3	4
9	10	11	12
17	18	19	20
25	26	27	28

Paso 1:

No es necesario dar este paso dado que los números están organizados de forma ascendente.

Paso 2:

28	2	3	25
9	19	18	12
17	11	10	20
4	26	27	1

Paso 3:

$$Ic = \frac{n - 4}{2}$$

n = 4

$$Ic = \frac{4- 4}{2} = 0$$

Lo que significa que nuestro cuadrado ha quedado organizado, no hay necesidad de completar el paso 3.

28	2	3	25
9	19	18	12
17	11	10	20
4	26	27	1

Cuadrado 2:

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
13	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
19	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**
25	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**

Paso 1: no es necesario.

Paso 2:

36	**2**	**3**	**4**	**5**	**31**
7	**29**	**9**	**10**	**26**	**12**
13	**14**	**22**	**21**	**17**	**18**
19	**20**	**16**	**15**	**23**	**24**
25	**11**	**27**	**28**	**8**	**30**
6	**32**	**33**	**34**	**35**	**1**

Paso 3:

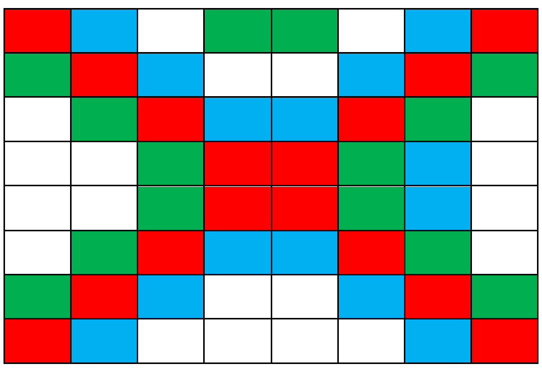
36	**2**	**3**	**4**	**5**	**31**
7	**29**	**9**	**10**	**26**	**12**
13	**14**	**22**	**21**	**17**	**18**
19	**20**	**16**	**15**	**23**	**24**
25	**11**	**27**	**28**	**8**	**30**
6	**32**	**33**	**34**	**35**	**1**

Ic = (6 – 4)/2 = 1

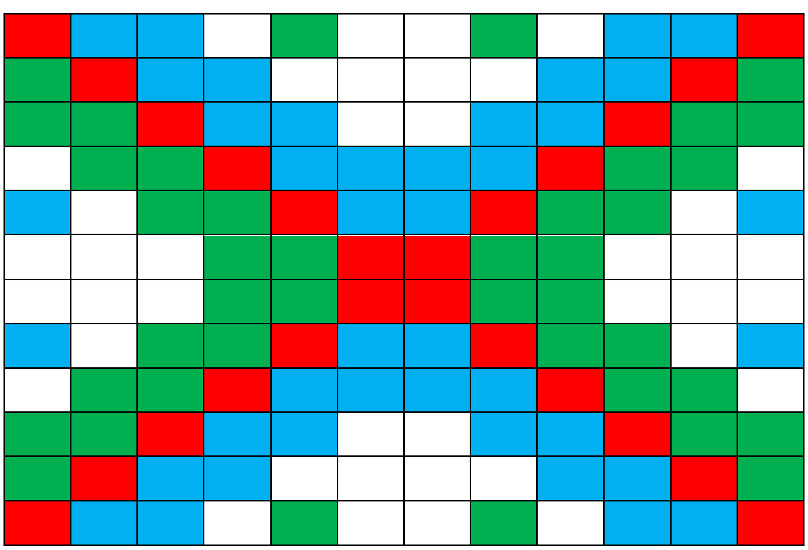
36	**32**	**3**	**4**	**5**	**31**
12	**29**	**27**	**10**	**26**	**7**
13	**17**	**22**	**21**	**14**	**24**
19	**20**	**16**	**15**	**23**	**18**
25	**11**	**9**	**28**	**8**	**30**
6	**2**	**34**	**33**	**35**	**1**

Los números dentro de los cuadros azules cambian de posición con sus simétricos horizontales.
Los números dentro de los cuadros verdes cambian de posición con sus simétricos verticales.

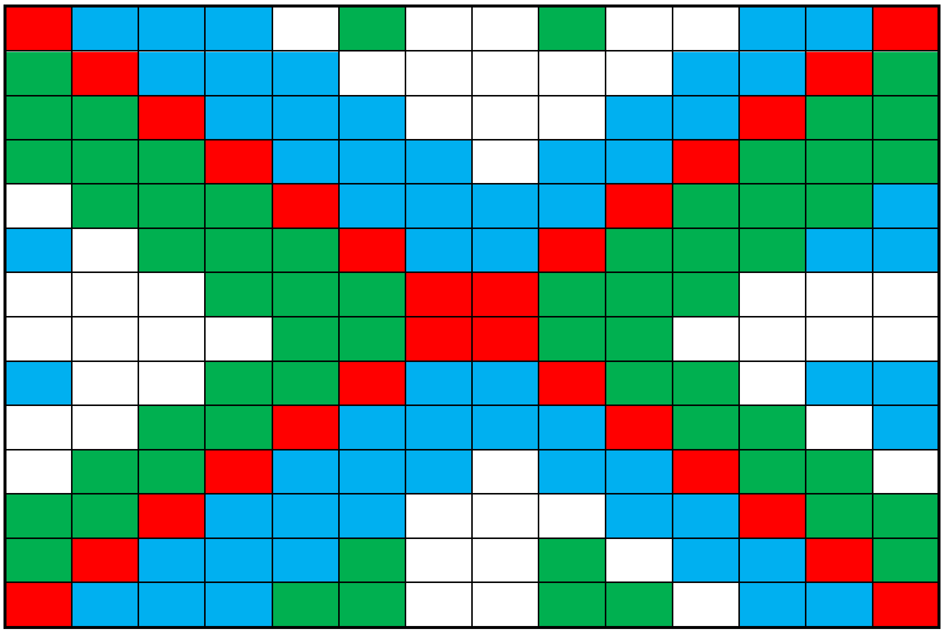
Patrón simétrico resultante para un cuadrado de orden 8x8.



Patrón simétrico resultante para un cuadrado de orden 12x12.



Patrón simétrico resultante para un cuadrado de orden 14x14.



Como podemos observar construir cuadrados mágicos de orden par siguiendo el método de simetría es bastante sencillo y elegante.

“El estudio de las matemáticas no está limitado a aquellas ramas que son prácticas o útiles al ser humano, ya que es en la no aplicadas donde encuentra su verdadera autonomía, la de ser abstracta.”

José Acevedo J.