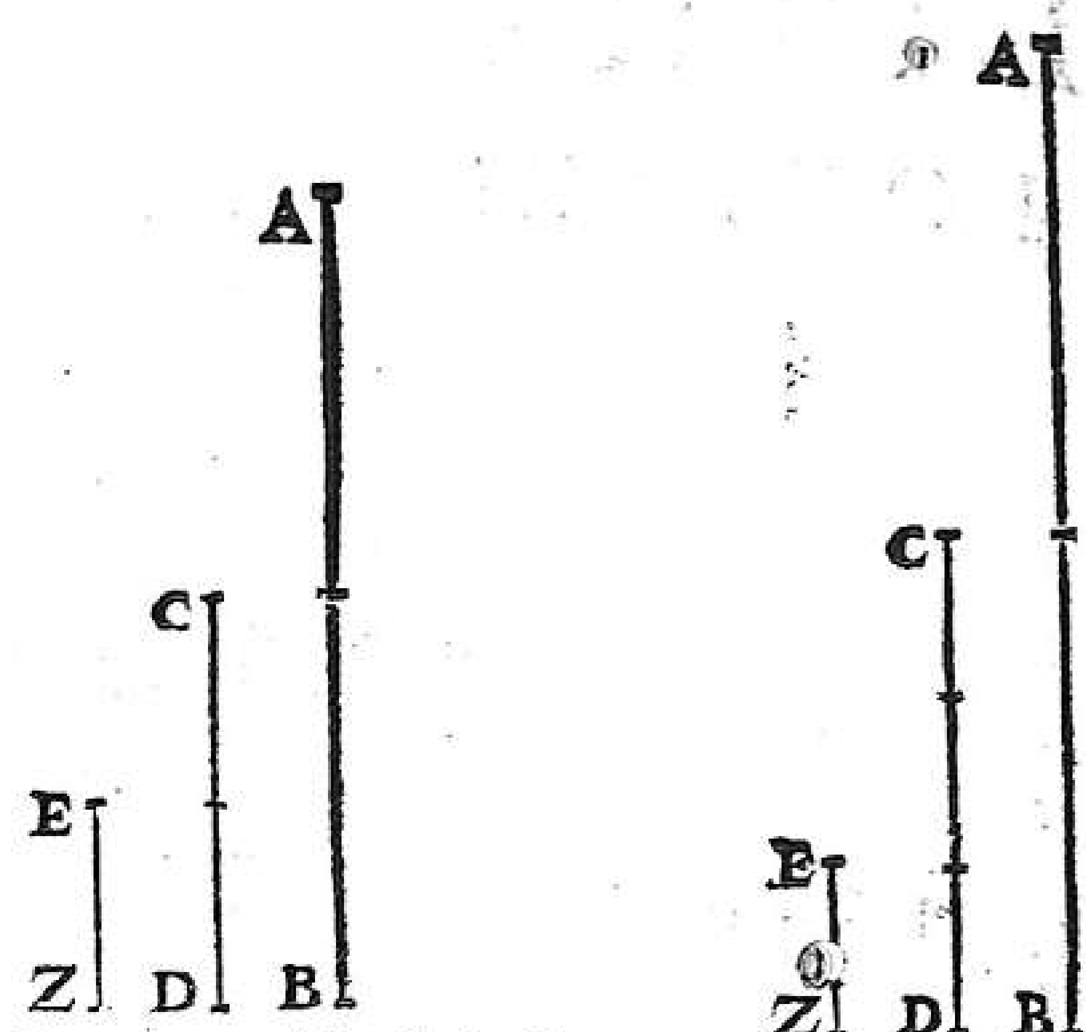
LIBRO SEXTO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarense philosopho Griego.

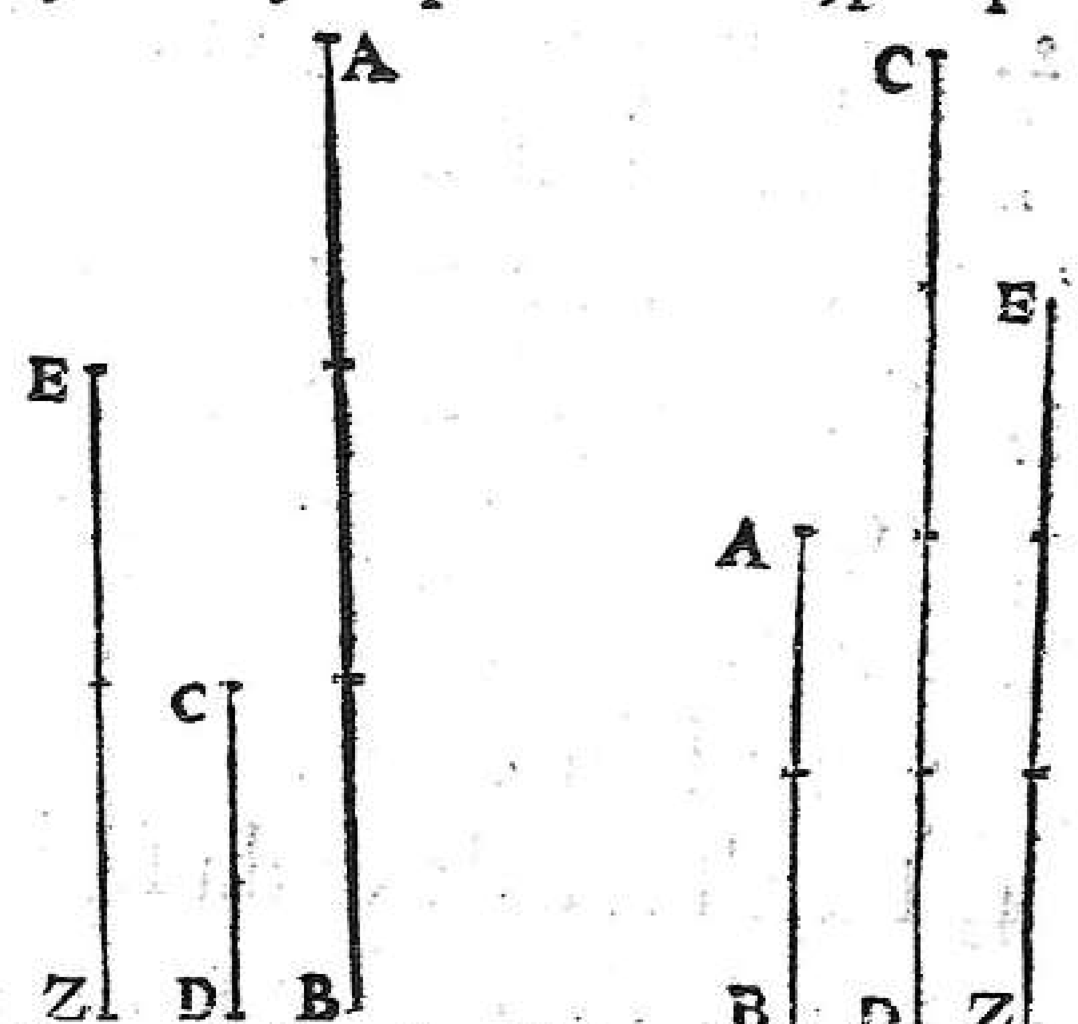
¶ Definiciones.

1. ¶ Semejãtes figuras rectilineas son las que vno a vno tienen los angulos yguales, y los lados que contienen a los angulos yguales son proporcionales.
2. Figuras reciprocas son, quando en la vna y otra figura los terminos antecedentes, y los consequentes fueren racionales.
3. Dize se ser diuidida vna linea recta con razon extrema y media quando fuere que como se ha toda a la mayor parte, assi la mayor a la menor.
4. La altura de cada figura es la perpẽdicular tirada desde la punta asta la basis.
5. La razon se dize constar de dos o mas razones quando las quãtidades de las razones multiplicadas hazen alguna quantidad.

¶Sea la, A B. que tenga dada la razon a la C D. como doblada o tres doblada o otra qualquiera, y la. C D. a la. E Z. tambien tenga la misma dada. Digo que la razon de la misma. A B. y de la, E Z. consta de la, A B. a la. C D. y de la. C D. a la. E Z. o que la quantidad de la razõ. A B



a la. C D. multiplicada por la quantidad de la razon de la. C D a la. E Z. haze la razon de la. A B. a la, E Z. y sea lo primero la A B. mayor que la. C D. y la. C D. que la, E Z. y sea la. A B. doblada a la. C D. luego la. A B, sera seyscupla de la. E Z, porque si doblamos el triplo de alguna cosa, haze se seyscuplo, porque esto es propriaméte composicion, O desta manera, porque la. A B, es doblo de la. C D diuidase la. A B. en yguales a la, C D. que seã. A I. I B, y porque C D. es tripla de la. E Z, y es ygual la. A I, a



la. C D. luego tambien la. A I, es tripla a la. E Z. y por esso la I B. es tambien tripla a la. E Z. luego toda la. A B. es seys cupla de la. E Z. luego toda la razon de la. A B. a la. E Z. se junta por la. C D. termino medio, compuesta de la razon de la. A B, a la, C D. y de la. C D, a la, E Z. De la misma manera tambien si fuere menor la. C D. que cada vna de las dos. A B. E Z. se colle

gira

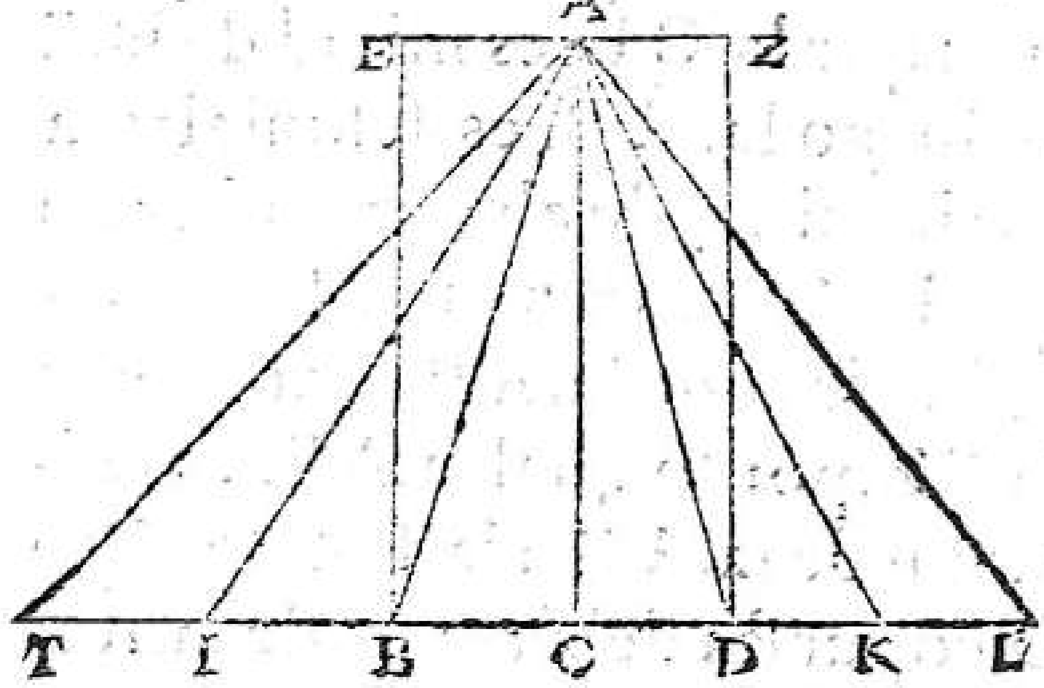
gira lo mismo. Porque sea otrosi la. A B. tripla a la. C D. pero la, C D. sea mitad de la. E Z. y porque la. C D. es mitad de la. E Z. y la, A B. es tripla de la, C D, luego la. A B. es sesquialtera de la. E Z. porque si triplicamos la mitad de alguna cosa, con tendra la vez y media. y porque la. A B. es tripla de la. C D. y la, C D. es mitad dela. E Z. luego delas que la. A B. es tresygua les dela. C D. de tales es dos la. E Z. por lo qual la. A B. es sesquialtera dela. E Z. luego la razon de la. A B. a la, E Z. se cōpo ne por el termino medio. C D. cōpuesta dela razon de la. A B a la. C D. y dela, C D. a la. E Z. Pero sea ya la. C D. mayor que cada vna de las dos. A B. E Z. y sea la. A B. mitad de la. C D. y la. C D. sesquitercia dela. E Z. Pues porque delas q̄ la. A B. es dos de tales la. CD. quatro, y de quales la. CD. es quatro de tales la, EZ. tres. Luego de quales la. A B. es dos de tales la. E Z. tres, luego cōponense la razon dela. A B. a la. E Z. por el termino medio. C D, que es de dos a tres. De la misma manera tambien en mas, y en los casos q̄ restan. Y manifiesta cosa es que si de vna razon compuesta se quita vna qualquiera delas cōpuestas, echado vno de los simples se tomara la que resta de las compuestas.

Theorema. I. Proposicion. I.

¶ Los triangulos y los parallelogramos que estan debaxo de vna misma altura se han entre si como las bases.

Sean los triangulos. A B C. A C D. y los parallelogramos. E C. C Z. que esten debaxo de vna misma altura conuiene a saber, d̄ la perpēdicular tirada desde la. A. asta la. B D. digo que como se ha la basis. B C, con la basis. C D. assi se ha el triangulo. A B C, al triangulo. A C D, y el parallelogramo. E C. al parallelogramo. C Z. Estiendase (por la, 2. peticion) la. D B. de vna y otra parte asta en los punctos. T. L, y (por la. 2. del primero) ponganse yguales ala basis. B C. algunas. B I, I T, y a la

basis



basis.C D.otras tantas yguales.D K.K L.y tiren se las lineas.A I.A T.A K.AL.y porque,C B.B I,I T.sonyguales entre si,seran yguales tambien entre si los triangulos. A T I.A I B.A B C.(por la.38 dl.1.)luego q̃n multiplice es la basis T C.dela basis.BC.tã multiplice es el triangulo,A T C.del triãgulo.A BC.y por lo mismo quan multiplice es la basis.L C.dela basis.D C.tã multiplice es tãbien el triãgulo.A L C,del triangulo,A D C,y si es ygual la basis . T C. ala basis C L.tambien(por la,38,del.1.)sera ygual el triangulo.A T C. al triangulo.A L C,y si la basis,T C,excede ala basis,C L.tambien el triangulo.A T C.excede al triãgulo. A C L.y si menor menor(por la.6.definiciõ del.5.)luego á las quatro quantidades,dos bases,esto es.B C.C D,y dos triangulos esto es,ABC AC D.estã tomadas las ygualmẽte multiplices dela basis,B C y del triãgulo,A B C,la basis,T C,y el triãgulo,A T C,pero d̃ la basis.C D,y del triãgulo,A C D, otras algunas ygualmẽte multiplices q̃ esla basis,CL,y eltriãgulo,ALC,y estad̃mostrado q̃ si excede la basis,T C,a la basis,C L,excede tãbien el triangulo,A T C,al triãgulo,A L C,y si ygual ygual , y si menor menor,Luego como se ha la basis,B C,ala basis,C D,assi el triangulo , A B C,al triãgulo,A D C (por la,6,d̃finiciõ del,5,)y porq̃ (por la,41,del,1,el parallelogramo,EC,es duplo al triãgulo,A B C,y del triãgulo,A C D,es,por la misma , duplo el parallelogrãmo,C Z,y las partes de las ygualmẽte multiplices,por la,15,del,5,tienẽ la misma razon,luego como se hael triangulo,A B C,al triangulo,AC D, assi el parallelogrãmo E C,al parallelogrãmo, C Z,Pues porque estuuo claro que como la basis,B C,a la basis ,C D ,assi el triangulo , A B C,al triangulo,A CD,y como el triãgulo,AB C,al triãgulo.A CD assi elparallelogrãmo,E C, al pallelogrãmo, Z C,luego tãbiẽ

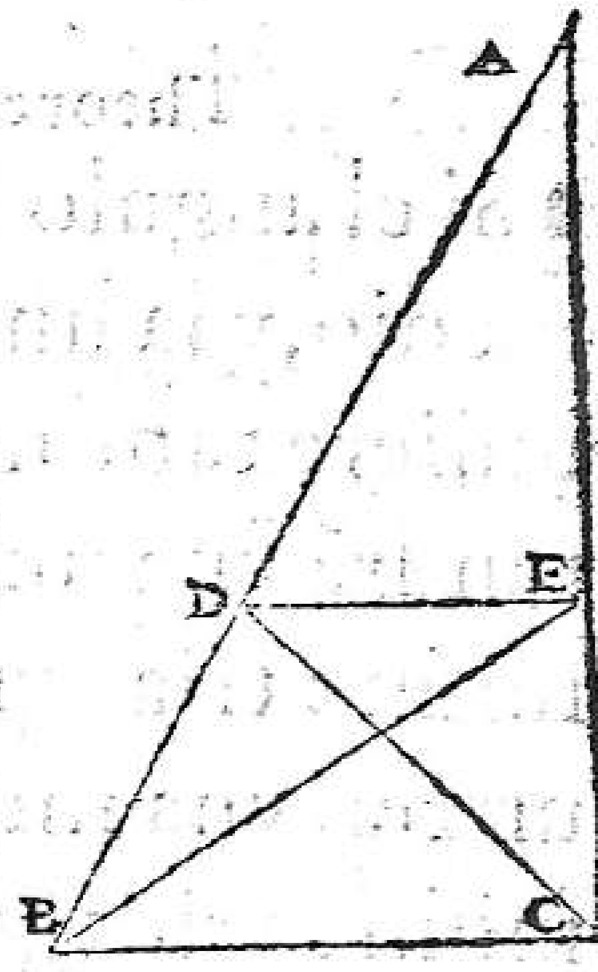
por

(por la.10.del.5.)como la basis.BC.a la basis.C D.assi el paralelogramo,E C.al pallelogramo.Z C.luego los triangulos y los paralelogrãmos que està debaxo de vna misma altura se hã entre si como las bases, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.2. Proposicion.2.

¶Si fuere tirada algũa linea recta equidistãte a vno delos lados del triãgulo,corta ꝓportionalmẽte los lados del triangulo. Y si los lados del triãgulo fuerẽ cortados proportionalmẽte,la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera equidistãte al lado q̃ resta del mismo triãgulo

Tirese la linea.D E.palela al lado.B C.del triãgulo.A B C Digo q̃ como se ha la.B D.ala.D A.asi es la.CE.ala.E A.tirẽse B E.C D.luego(por la.37.d̃l.1.) ygual es el triãgulo.BD E. al triãgulo.C DE.por q̃ està enla misma basis.D E.y ẽ vnasmismas palelas.D E.BC.y es otro triãgulo ADE.ypor la.7.d̃l.5.las yguales tiene vnamismarazo,avna misma,luegocomo se ha el triãgulo.B D E.al triãgulo. A D E.assi el triãgulo.C DE.al triãgulo.A D E.y como el triãgulo.B D E.al triãgulo A D E.assi es la.B D.ala. D A. porq̃ como estẽ d̃baxo d̃ vna misma altura,perpẽdicular esa saberd̃sde. E. sobre.AB.seran entre sicomo las bases,por la,1.del.6. y por tãto como el



triangulo. C DE.al triangulo.A D E.asi.la.C E.ala.E A. luego tambien (por la.11.del.5.) como.B D.ala,D A.asi la. C. E.a la.E A. Pero cortense aora los lados . A B. A C.del triangulo . A B C. proportionalmente que como la .B D. ala . D A.asi la.C E.ala.E A.y tirese.DE. digo que es parallela la

DE.

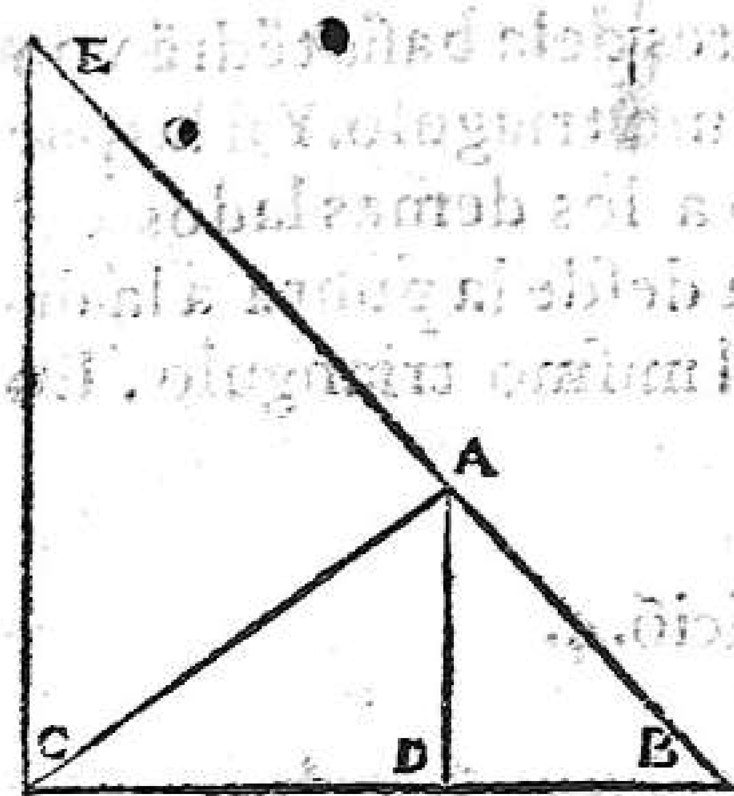
D E.a la . B C, porque dispuesto como antes, porque como la.B D.se ha cō la.D A.assi la.C E.cō la.E A.y como la.BD.a la.DA, assi el triāgulo.BDE.al triāgulo.ADE(por la.1.del.6.) y como la.C E.ala.E A.assi el triāgulo.CDE.al triāgulo.ADE (por la misma) (luego tābiépor la.11.del.5)como el triāgulo BDE.al triāgulo. ADE.assi el triāgulo.CDE.al triāgulo.ADE luego cada vno delos dos triangulos.B D E.C D E. tiene vna misma razō con.A DE.(por la.9,del.5.)luego(por la misma) ygual es el triāgulo,B D E.al triangulo.CD E. y estan en vna misma basis.D E.y los triāgulos yguales y q̄ estan en vna misma basis,tambien estā en vnas mismas parallelas (por la . 39. del .1. luego.D E.parallela es a la.B C. luego si fuere tirada alguna linea recta parallela avno delos lados deltriāgulo corta proporcionalmēte los lados del triāgulo,y si los lados del triangulo fuerē cortados proporcionalmente la linea recta q̄ abraça las diuisiones sera equidistante al lado que resta del mismo triangulo.Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 3. Proposicion. 3.

¶ Si el angulo de vn triāgulo se diuidiere por medio,y la linea recta que diuide el angulo diuidiere tambien la basis,las partes de la basis tendrā vna misma razon a los demas lados d̄l mismo triangulo:y si las partes dela basis tuuieren vna misma razō a los de mas lados del mismo triangulo,la linea recta tirada desdeel puncto a la diuision diuide por medio el angulo del mismo triangulo.

Sea el triangulo. A B C.y(por la nona del primero) cortese por medio el angulo.B A C.con la linea recta,A D. digo q̄

como



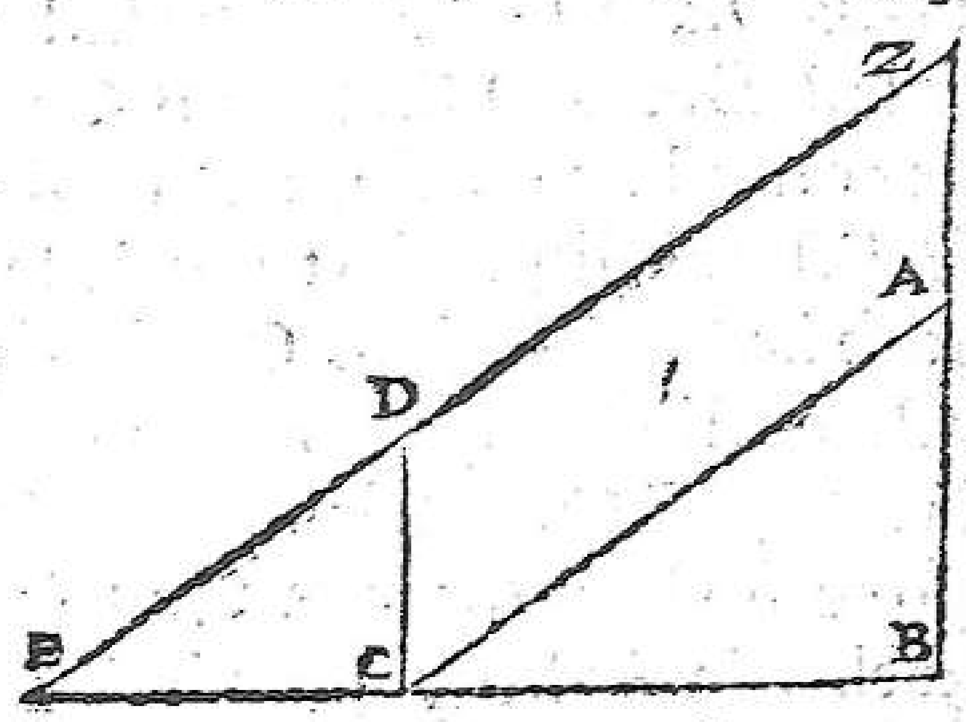
como ſe ha la.B D.con la.C D. aſſi es la,B A.cō la,A C.Saqueſe(por la. 31. del.1.) por el puncto.C.la. C E.parallela a la. D A,y eſtendida la.B A.concurra con ella en.E.Y porq̃ ſobre las parallelas.A D,C E,cayo la linea recta.A C.luego el angulo . A C E (por la.29.del,1.)es ygual al angulo.C AD y ſuponeſe que el angulo. B A D.es ygual al angulo,CAD,luegoel angulo B A D,es ygual al angulo,A C E,Otroſi porq̃ ſobre las parallelas.A D.E C.cayo la linea recta.B A E,(por la,28,del.1.)el angulo exterior.B A D.es ygual al angulo interior. A E C. y eſta demoſtrado q̃ el angulo.A C E.es ygual al angulo.B A D luego tābiē el angulo.A C E,es ygual al angulo.A E C. por lo qual tambiē el lado.A E.es ygual al lado.A C(por la.6.del.1.) y porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E.ſe tiro parallela la. A D,luego corta los lados.B E. B C .proporcionalmente(por la,2.del.6.)luego como.B D.a la.D C.aſſi la.B A. a la A E.y es ygual la. A E.a la. A C.luego(por la.11.del.5.comoſe ha la.B D.a la.D C.aſſi ſe ha la.B A.a la.A C.Pero ſea que como la.B D.a la.D C.aſſi la.B A·a la.A C,y tire ſe la. A D. digo que con la linea recta. A D.es diuidido por medio el angulo B A C.Porq̃ diſpueſto todo de la miſma manera,porque como ſe ha la.B D.a la.D C.aſſi es la,B A.a la.A C . y aſſi como. D B.con.D C.aſſi la.B A.con la.A E(por la.2.del, 6.) porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E,ſe tiro parallela la.AD.luego como la.B A.a la.A C.aſſi la.B A.a la.A E. Luego por la. 9,del.5.)la.A C.es ygual a la.E A.por lo qual tambien el angulo.A E C.(por la quinta del primero)es ygual al angulo,A C E.y por la.29,del.1.)el angulo.A E C.es ygual al exterior . B A D.y el angulo.A C E.es ygual al angulo.C A D.Luego.B A D.es ygual al angulo.C A D.luego el angulo.B A C.es diuidido por medio con la linea recta.A D.luego ſi el angulo de vn triāgulo ſe diuidiere por medio y la linea recta q̃ diuide al angulo

gulo diuidiere tãbien la basis, las partes dela basis tẽdrã vna misma razõ a los demas lados del mismo triãgulo. Y si las partes dela basis tuuierẽ vna misma razõ a los demas lados del mismo triangulo, la linea recta tirada desde la punta a la diuision, diuide por medio el angulo del mismo triangulo. Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema.4. Proposiciõ.4.

¶ Los lados de los triangulos equiãgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales: y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.

¶ Sean los triãgulos de yguales angulos. A B C. D C E. q̃ tengã ygual el ãgulo. A B C, al angulo. D C E. y el ãgulo, B A C, al angulo, C D E, y el angulo, A C B, al ãgulo, D E C, Digo que son proportionales los lados delos triangulos, A B C, D C E, que abraçan yguales angulos, y que son de vna misma razõ los lados que estã opuestos a yguales angulos. Ponga se en linea recta la, B C. con la, C E, y porque los ãgulos A B C, A C B, son menores q̃ dos rectos (por la, 17, del, 1) y es ygual el angulo, A C B, al angulo, D E C. luego los angulos, A B C, D E C, son menores que dos rectos. luego produzidas la, E A, y la, E D. vẽdrã a juntarse. juntense y vengan a tocarse enel puncto, Z, y porque (por la suppoficion) es ygual el angulo, D C E, al angulo A B C. luego (por la, 28, del, 1,) es parallela la, B Z, a la. C D, Otrosi porque (por la suppoficion) el angulo, A C B. es ygual al an



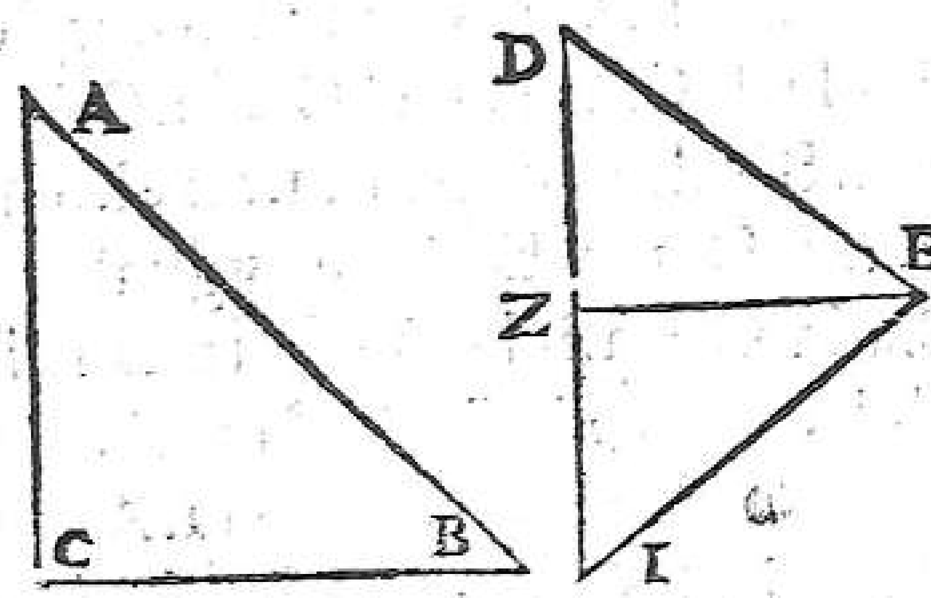
al angulo,DEC(por la,28,del,1,sera parallela la,A C.ala,ZE luego,Z A C D,es parallelogrãmo,luego ygual es la,Z A,ala D C,y la,A C,ala,Z D,y porque(por la segũda del,6,)se tiro la.A C.parallela al vn lado.Z E.del triangulo.Z B E.luego como se ha la.B A.a la.A Z.assi la.B C,a la.C E.y es ygual la.A Z a la.C D.luego(por la.11.del.5.)como se ha la.B A.a la.C D.assi la.B C.a la.C E.y al trastrocado(por la.16.del.5.)como la. A B.a la.B C.assi la.D C.a la.C E,Yten porque.C D.es parallela a la.B Z.luego(por la.2.del.6.)como se ha la.B C.a la,C E. assi la.Z D.a la.D E.y es ygual la.Z D.a la.A C.luego como la B C.a la.C E.assi la.A C.a la.D E.luego al trastrocado(por la 16.del.5.como la.B C.a la.C A.assi la.C E.a la.E D. pues porq̃ esta demostrado q̃ como la.A B.a la.B C.assi la.D C.a la. C E y como la.B C.a la.C A.assi la.C E.a la.E D. luego por ygual (por la.22.del.5.)como la.B A.a la.A C.assi la,C D.a la. D E Y por tanto los lados de los triangulos equiãgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales,y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.Lo qual se huuo de demostrar.

Theorema.5. Proposicion.5,

¶Si dos triangulos tuuieren proporcionales los lados,seran triangulos equiangulos.y tendran yguales los angulos,a los quales se oponen lados de vna misma razon.

Sean los angulos.A B C,D E Z.que tengan los lados proporcionales,q̃ como se ha la.A B.cõ la.B C,assi la.D E. con la E Z.y como la.B C.cõ la.C A.assi la.E Z.cõ la.Z D,y tãbiẽ como la.B A.cõ la.A C.assi la.E D.cõ la.DZ. Digo q̃ el triãgulo A B C.es equiangulo al triãgulo. D E Z. y tendrã yguales los angulos a los quales se oponen lados de vna misma razon, esto es, el angulo . A B C. con el angulo, D E Z. y el angulo

BCA.con el angulo.E Z D.y de mas desto el angulo. B A C. con el angulo. E D Z.hagase pues,por la.23.del.1, sobre la linea recta.E Z.y en el puncto suyo.E.el angulo. Z E I. ygual al angulo.A B C.y sobre el puncto.Z.el angulo.EZ I.ygual al angulo.A C B.luego(por la.32.del.1.)el angulo. B A C.que resta es ygual al angulo.E I Z.que resta.Luego es equiãgulo el triangulo. ABC.al triãgulo Z E I.luego los lados delos triangulos.A BC.E I Z.que comprehenden yguales angulos son proporcionales (por la.4. del. 6.) y son de vna misma razon los lados que se opponen a yguales angulos.Luego como se ha la.A B.con la.B C.assi la. I E. con la.E Z.y como la.A B.con la.B C.assi se presupone la.D E.cõ la.E Z,luego como la.D E.con la.E Z.assi la,I E.con la.E Z.luego cada vna de las dos. D E.I E.con la.E Z.tienẽ vna misma razon.luego(por la.9.del.5.)la.D E.es ygual a la. E I.,y por tanto tambien la.D Z.es ygual a la.Z I. pues porque la. D E, es ygual a la.E I.y comun la.E Z.luego las dos. D E.E Z. son yguales a las dos.I E.E Z.y la basis.D Z.es ygual a la basis. Z E.luego el angulo.D E Z,por la.8.del.1.es ygual al angulo.I E Z.y el triangulo.D E Z,por la.4.del. 1.,es ygual al triangulo. I E Z.y los de mas angulos serã yguales a los de mas angulos debaxo delos quales se estiẽdẽ yguales lados.Luego el ãgulo D Z E.es ygual al ãgulo.I Z E.y el ãgulo.E D Z. al ãgulo.E I Z y porq̃ el ãgulo.Z E D.es ygual al ãgulo. I E Z.y el ãgulo.I E Z al angulo.A B C.luego tãbiẽ el ãgulo.A B C.es ygual al ãgulo. ZED.y por el tãto tãbiẽ el ãgulo. A C B.es ygual al angulo,D Z E.Y demas desto el ãgulo del pũcto.A.y el del pũcto,D.luego el triãgulo.A BC.es equiãgulo al triãgulo. D E Z. luego si dos triãgulos tuuierẽ los lados proporcionales serã los triãgulos equiãgulos y tẽdrã yguales los angulos,a los quales se les oponen lados devna misma razõ, lo qual se auia de demostrar.

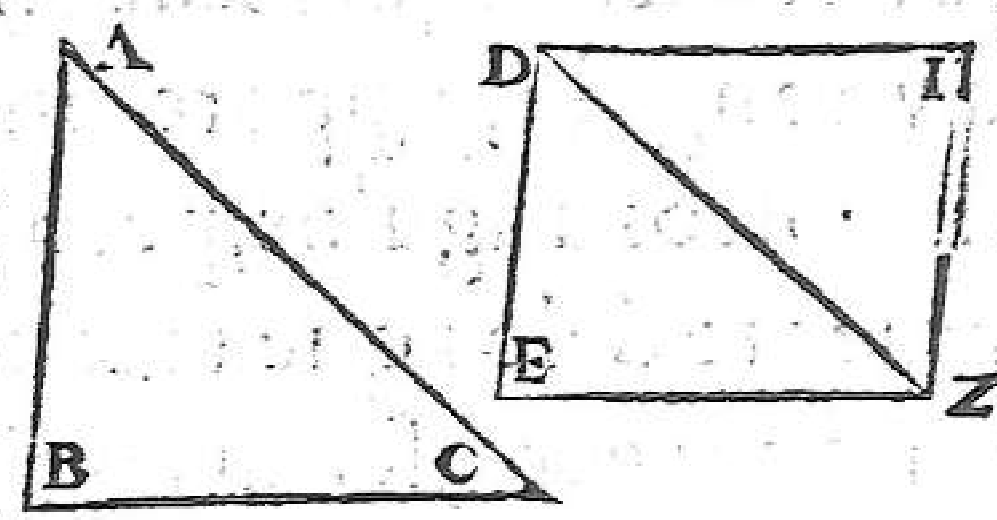


Theo-

Theorema. 6. Proposicion. 6.

¶ Si dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo, y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, seran equiágulos los triangulos, y tendran yguales los angulos debaxo de los quales se estiendẽ lados de vna misma razon.

Sean dos triangulos, A B C, D E Z, que tẽgan ygual el vn angulo, B A C, al vn angulo. E D Z, y los lados de junto a yguales angulos, proporcionales que como B A, cõ, A C, assi E D, con, D Z, Digo que el triangulo, A B C, es equiangulo al triangulo, D E Z, y tendra el angulo, A B C, ygual al angulo D E Z, y el angulo, A C B. al angulo, DZ E, Hagase, por la, 23, del, 1, sobre la linea recta, D Z, y sobre el puncto, D, el angulo. Z D I, ygual a cada vno delos dos, B A C, E D Z, y el angulo, D Z I, ygual al angulo, A C B, luego el angulo, B, que resta es ygual al angulo . I. que



resta. Luego el triangulo. A B C. es equiangulo al triangulo. D I Z . luego hã se proporcionalmente que como la . B A. con la. A C. assi la. I D. con la. D Z (por la. 4. del. 6.) y esta recebido que como la. B A. con la. A C. assi la. E D. con la. D Z. luego tambien (por la. 11. del. 5.) como la. E D. con la. D Z. assi la I D. con la. DZ. luego (por la. 9. del. 5. la. E D. es ygual a la. D I. y comũ la. D Z. Son pues yguales las dos. E D. D Z, a las dos I D. D Zy (por la suposiciõ) el ãgulo. E D Z. es ygual al ãgulo I D Z, luego la basis. E Z (por la. 4. del. 1.) es ygual a la basis. I Z y el triangulo.D E Z.es ygual(por la misma)al triangulo.ID Z.y los demas angulos seran yguales a los demas angulos debajo delos quales se estienden yguales lados,luego el angulo D Z I. es ygual al angulo.D Z E. y el angulo . I. ygual al angulo. E. Pero el angulo.D Z I.es ygual al angulo.A C B.luego el angulo.A C B.es ygual al angulo.D ZE.y esta admitido quel angulo,B A C.es ygual al angulo.ED Z.luego el angulo B.que resta es ygual alangulo.E.que resta,luego el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo. DEZ,Luegosi dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo,y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos, debaxo delos quales se estienden lados devna misma razon,lo qual se ofrecio demostrarse.

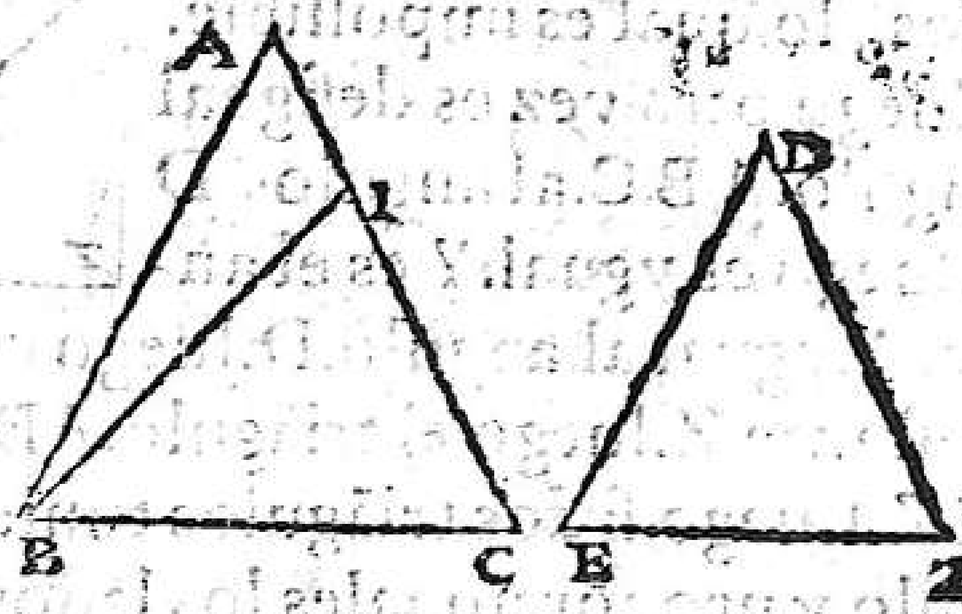
Theorema.7. Proposicion.7.

¶Si dos tria ngulostuuieré elvn angulo ygual la vn angulo,y pporcionales los lados dejũto a los otros angulos,pero el vno y el otro juntamente delos que restan o menor ,o no menor que recto,seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los an gulos, junto a los quales los lados son proporcionales.

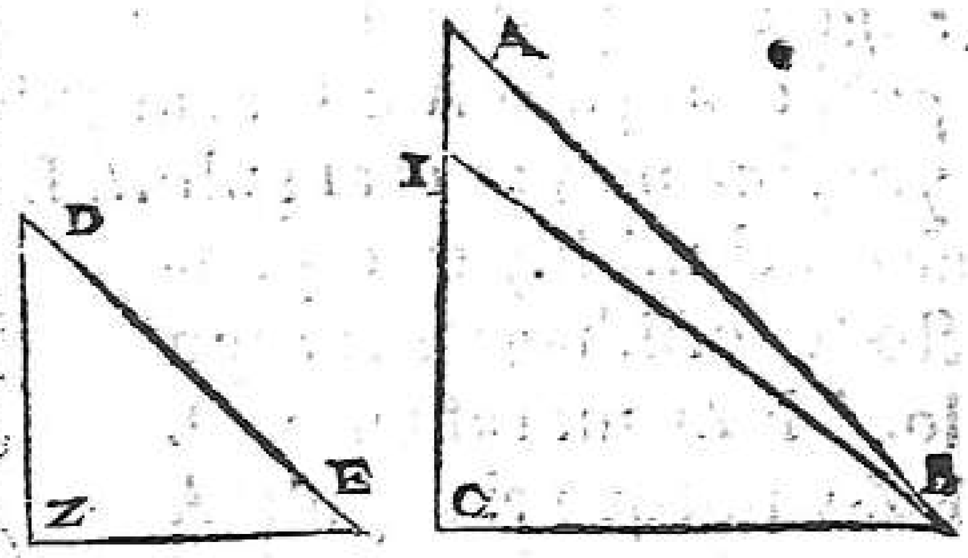
Sean los dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan el vnangulo ygual a vn angulo,conuiene a saber, el angulo.BAC. al angulo.E D Z.pero proporcionales los lados de junto a los otros angulos. A B C.D E Z.de manera que como se ha.A B. con.B C.asi.D E.con E Z.y ambos a dos juntamẽte los que estan enlos punctos.C.Z,quanto a lo primero mayores que recto.Digo quel triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo

DEZ

DEZ.y que sera ygual el angulo.ABC.al angulo.DEZ.y el angulo.C,que resta al angulo.Z.que resta Porque si es desigual el angulo.ABC.al angulo .DEZ , el vno dellos es mayor,Sea mayor el angulo.ABC.y por la.23.del.1.sobre la linea recta.AB.y en el puncto suyo.B.hagase el angulo. ABI.ygual angulo. D. EZ.y porque el angulo.A es ygual angulo.D.y el angulo.ABI,al angulo. DE Z.luego el angulo.AIB,q̃ resta es ygual al ãgulo.D



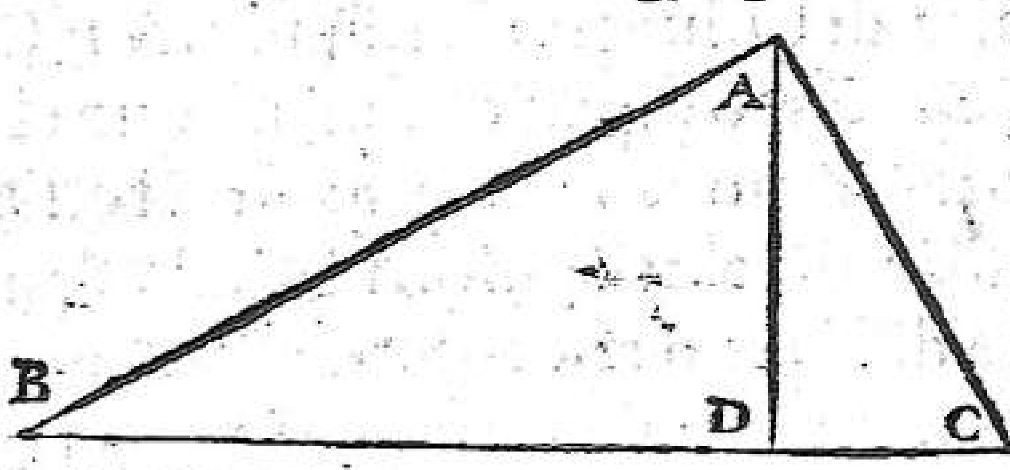
ZE.que resta,luego el triangulo.ABI.es equiangulo al triãgulo.DEZ.luego por la.4.del.6.como se ha la.AB.con la BI asi se ha la.DE. con la.EZ.y esta admitido q̃ como la. DE. con la.EZ.asi la.AB.conla.BC.luego por la.11. del quinto, como se ha la.AB,con la.BC.asi la.AB.cõ la,BI.luego, por la.9.del.5.la.AB.tiene vna misma razon con cada vna de las dos.BC.BI.luego ygual es la.BC,ala.BI.por lo qual, por la 5.del.1.tambien el angulo.BIC.es ygual alãgulo.BCI.y supõgase el angulo.C.menor que recto,luego el angulo.BIC, es menor que recto.Por lo qualpor la.13.del.1.el angulo dela otra parte.AIB,es mayor que recto,y esta demostrado q̃ es ygual al angulo.Z.luego el angulo. Z.es mayor que recto,Pero supponese por menor querecto,lo qual es absurdo,luego el angulo.ABC.en ninguna manera es desigual al angulo. DEZ.yes ygual el angulodel punto.A.al angulo.D. luego tambien el angulo,C.que resta es ygual al ãgulo.Z.que resta,por la.32.del,1.luego el triãgulo.ABC.es equiangulo al triãgulo DEZ.Otro si presupongase que el vno y el otro de los angulos.C,Z,no es menor que recto.Digo otra vez q̃ es tãbien equiãgulo el triãgulo.ABC.al triangulo.DEZ.porque estando dispuesto todo dela misma manera, semejãtemẽte demostraremos q̃.BC.es ygual ala.BI.por lo q̃l tãbiẽ el ãgulo.C.es ygual al ãgulo.BIC,y el ãgulo.C.noes menor q̃ recto luego ni tãpoco es menor q̃ recto el angulo. B I C. luego (por la. 17. del. 1.) los dos angulos del triãgulo. B I C. no son menores q̃ dos rectos, lo qual es impossible. No luego otra vez es desigual el angulo. A B C. al angulo. D E Z. luego es ygual. Y es el angulo. A. ygual al angulo. D. luego el angulo. C. q̃ resta es ygual al restante. Z. luego el triãgulo. ABC. es equiãgulo al triãgulo D E Z. Luego si dos triãgulos tuuierẽ el vn ãgulo ygual al vn angulo y proporcionales los lados de junto a los otros angulos, pero el vno y el otro delos q̃ restã juntamente menor, o no menor que recto, serã equiãgulos los triãgulos, y tẽdrã yguales los angulos, jũto a los quales los lados son proporcionales. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema. 8. Proposicion. 8.

¶ Si enel triangulo rectãgulo se tirare vna perpendicular sobre la basis, desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular, son semejantes al todo, y entre si.

Sea el triãgulo rectãgulo. A B C. q̃ tiene recto el ãgulo. B A C. y tirese (por la. 12. del. 1.) desde. A. sobre. B C. la perpendicular A D. Digo q̃ cada vno de los dos triangulos. A B D. A D C. es semejante a todo el triãgulo. A B C. y tãbien entre si. Porq̃ es (por la. 4. peticion) ygual el angulo. B AC. al angulo. A D B. porque el



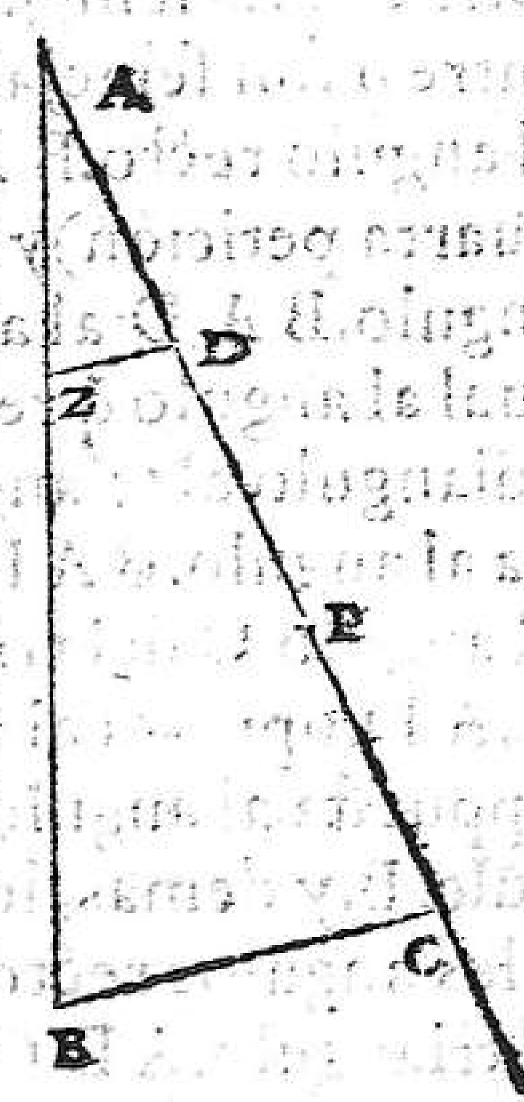
vno y el otro es recto, y el angulo.B.es comun delos mismos dos triangulos.A B C.A B D.luego el angulo que resta.A CB es ygual al angulo que resta.B A D(por la.32.del.1.) luego el triangulo.A B C.es equiãgulo al triangulo.A B D.luego(por la.4.del. 6.)como se ha la.C B.oppuesta al angulo recto del triangulo.B A C.a la.B A.oppuesta al angulo recto del triangulo.B A D assi la misma.A B.oppuesta al angulo.C.del triãgulo.A B C.a la.B D.oppuesta al angulo ygual.B A D,del triangulo mismo.A B D.y tambien la.A C.a la.A D.opuesta al angulo.B.comũ delos dos triangulos.Luego el triangulo.A B C.es equiangulo al triãgulo.A B D.(por la.7. del 6.)y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos Luego el triangulo.A B C.es semejante al triangulo. A B D. (por la primera difinicion del sexto)Dela misma suerte demostraremos tambien que el triangulo.A D C: es semejante al triangulo, A B C.luego cada vno de los dos triãgulos. A B D.A D C.es semejante a todo.A B C. Digo tambien que aun entre si son semejantes los triangulos.A B D.A D C, porque el angulo recto.B D A.es ygual al angulo recto.AD C(porla quarta peticion)y esta demostrado que tambien es ygual el angulo.B A D al angulo.C.Luego el angulo.B.que resta es ygual al angulo q̃ resta.D A C.luego el triangulo.A B D. es equiangulo al triangulo.A D C.luego como se ha la.BD.opuesta al angulo.B A D.del triangulo.A B D,cõ la.D A. opuesta al angulo.C.del triangulo.A D C.ygual al angulo.B A D.assi la.A D.opuesta al angulo.B.del triangulo.A B D. con la.D C oppuesta al angulo.D A C.del triangulo.A D C. ygual al angulo, B.y demas desto la.B A, con la. A C.que estã oppuestas a los angulos rectos.Luego el triangulo.A B D. es semejante al triangulo.A D C.Luego si en el triangulo rectangulo se tirare vna perpendicular sobre la basis desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular son semejãtes al todo, y entre si.Lo qual conuino demostrarse.

Corelario.

¶De aqui es manifiesto que si en el triangulo rectangulo desde el angulo recto se tira vna perpendicular sobre la basis, la que es tirada es media proporcional a las partes dela basis: y de mas desto el lado de jũto a la parte es medio proporcional entre toda la basis y la misma parte: que se hauia de demostrar.

Problema.1. Proposicion.9.

¶Dada vna linea recta, cortar vna parte que nos mandan.

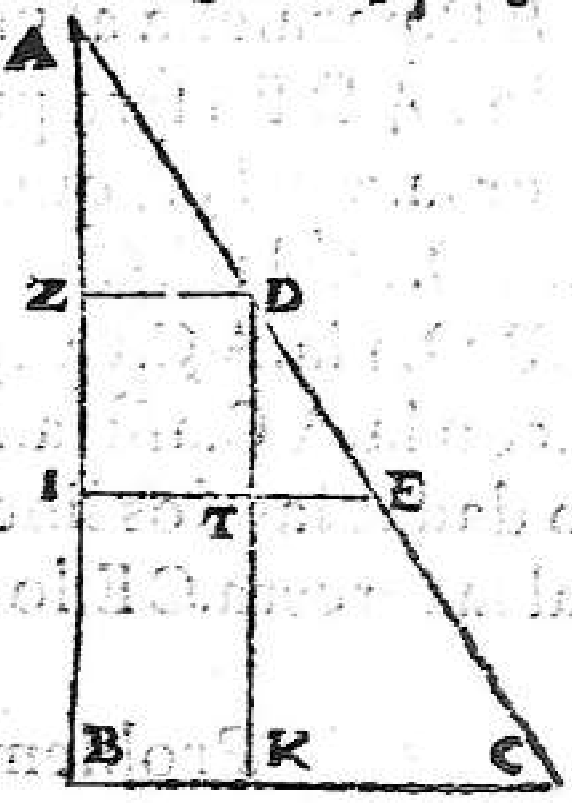


Sea la linea recta dada. A B. conuiene de la misma. A B. cortar vna parte q̃ nos mandan. Mandese vna tercera parte, y tire se desde. A. la linea recta. A C. que haga con la. A B. angulo, y tomese enla. A C. vn puncto a caso, y sea. D. y hagase (por la. 2. del. 1.) la. D E. ygual a la. A D. y tambieu la E C. y tirese. B C. y por el puncto. D. (por la, 31. del. 1.) tirese la. DZ. parallela ala. BC Pues porque al vn lado. B C. del triãgulo A B C. se tiro la. Z D. parallela, luego es proporcionalmẽte (por la. 2. del. 6.) q̃ como la. C D. cõ la. D A. assi la. B Z. cõ la. Z A y la. C D. es dupla a la. D A. luego tãbien es dupla la. B Z. a la. Z A. luego la. B A. es tripla a la. A Z, luego dada la linea recta. A B. se corto la tercera parte. A Z. que se mando. Lo qual conuino hazerse.

Pro-

¶Dada vna linea recta no diuidida, diuidirla semejãtemẽte a vna linea recta dada cortada

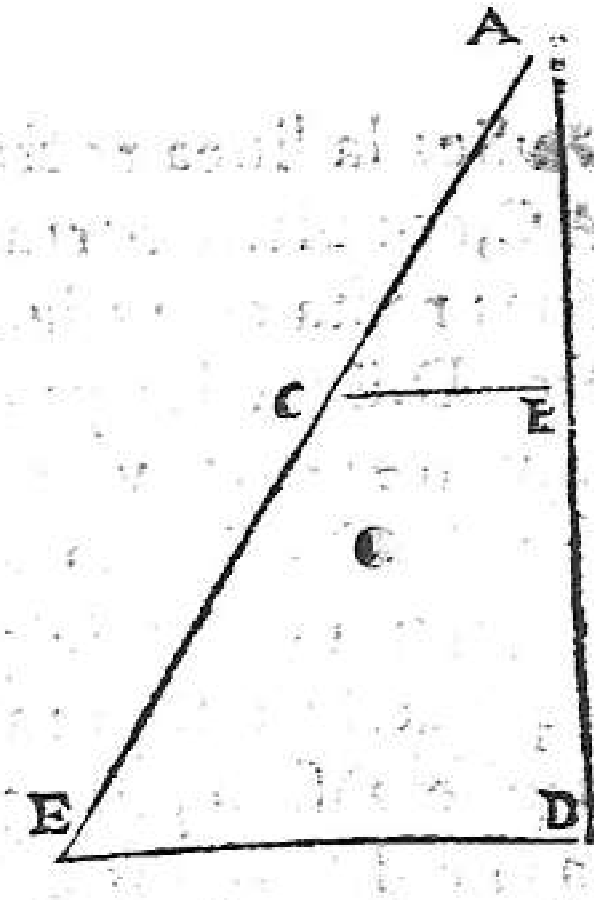
Sea la linea recta dada no cortada. A B. y la cortada sea. A C, conuiene cortar la linea recta. A B. semejantemente a la linea recta cortada. A C. Sea la linea. A C. diuidida en los punctos. D. E. y esten puestas de suerte que hagã angulo qualquiera, y tire se. B C. y por los punctos. D E. tiren se. D Z. E I. parallelas. a la. B C (por la treynta y vna del primero) y por. D. saque se. D T K. parallela a la. A B. (por la misma) sera pues parallelogramo cada vno de los dos. Z T. T B. luego. D T. es ygual a la. Z I. y la. T K. a la. I B. Y porque al vn lado. K C. del triangulo. D K C se tiro parallela la linea recta. T E. luego (por la segunda del. 6.) sera proporcionalmente, que como la. C E. con la. E D. assi la. K T. con la T D. y la. K T. es ygual a la. B I. y la. T D. a la. I Z. Luego sera (por la segunda del quinto) que como. C E. con la. E D, assi la B I, con la. I Z. Otro si porque se tiro la. Z D. parallela al vn lado. I E. del triangulo. A I E. luego es proporcionalmẽte (por la primera del. 6) que como la. E D. con la, D A. assi la. I Z. con la. Z A. y demostrose que como la. C E. con la. E D. assi la. B I. con la. I Z. luego sera que como la. C E. con la. E D. assi la. B I. con la. I Z. y como la. E D. con la. D A. assi la. I Z. con la. Z A. luego dada la linea recta no cortada. A B. cortose semejantemente a la linea recta dada cortada. A C. Lo qual conuenia hazerse.



Problema. 3. Proposicion. 11.

¶Dadas dos lineas rectas, hallar otra tercera proporcional.

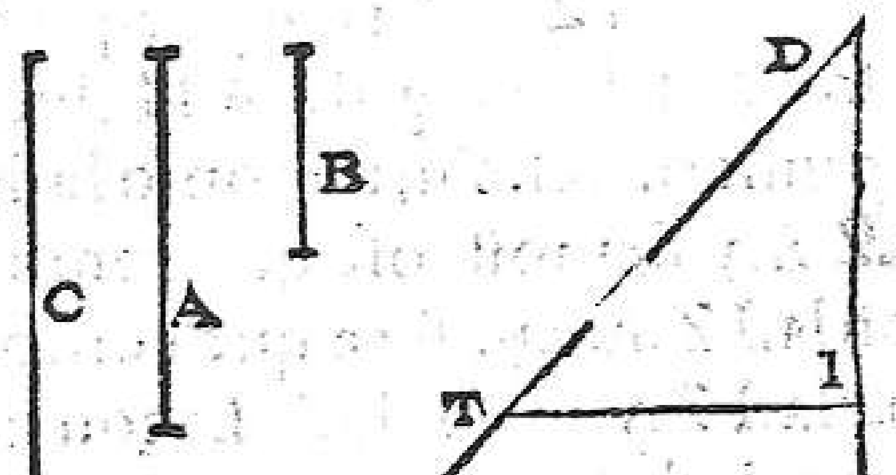
Sean las dos lineas rectas dadas.B A.A C.yesten de manera que hagan angulo a caso.conuiene a las dos.B A.A C. hallarles vna tercera proporcional. Estiédanse la.B A.y la.A C. asta los punctos D.E.y ponga se la B D(por la.2. del.1.) ygual a la.A C.y tirese.B C.y saque sela D E,por el puncto.D.(por la.31. del.1.) parallela con .B C.Pues porque se tiro la.B C.paralella al vn lado.D E.del triãgulo, A D E. sera proporcionalmente (por la.2.del 6.) que como la.A B, con la.B D.assi la.A C.con la.C E.y es ygual la.B D.a la.A C.Luego como se ha la.A B.con la.A C.assi la.A C.con la. C E.luego dadas las dos lineas rectas.A B.A C.se leshallo proporcional la tercera.C E.lo qual conuenia hazerse.



Problema. 4. Proposicion .12.

Dadas tres lineas rectas hallarvna quarta proporcional.

Seã tres lineas rectas dadas.A.B.C.conuiene a estas A.B.C.hallarles vna quarta proporcional.Pongãse dos lineas rectas. D E.D Z.que contenganvn angulo a caso y sea.E D Z.y pongase(por la.2.del.1.)la.D I.ygual a la A.y la,I E ygual a la.B.y tã bien la,D T.ygual a la.C. y tirada la.I T.tire se vna parallela a ella por el pũcto.E.y sea.E Z.(por la.31.del. 1.)Pues porque



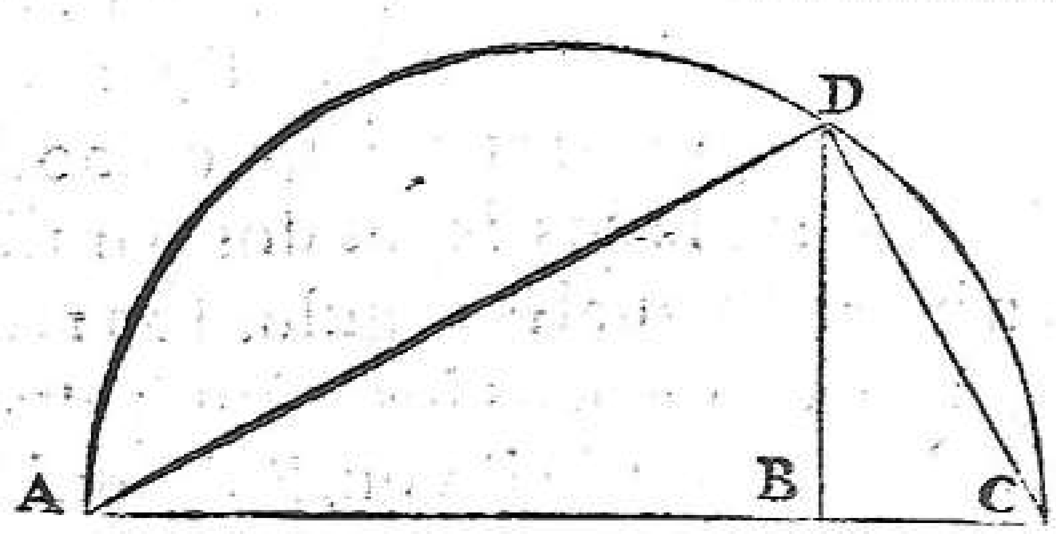
se tiro

ſe tiro la.IT.prallela alvn lado.E Z. del triãgulo.DEZ.luego (por la.2.del.6.)como ſe ha.D I.cõ la.I E,aſſi la.DT.cõ la.T Z y es ygual la.D I.a la.A.y la.I E.a la.B.y la,D T.a la . C.luego como la.A.cõ la.B.aſſi la.C.con la.T Z.Luego halloſe la quarta linea.T Z.proporcional a las tres lineas rectas dadas.A.B C.Lo qual conuenia hazer ſe.

Problema.5. Propoſiciõ.13.

¶ Dadas dos lineas rectas hallar vna media proporcional.

Seã dos lineas rectas.A B.B C.conuiene delas dos.AB BC hallar vna media proportional.Diſponganſe en lineas rectas (por la.14.del.1.)y deſcribaſe ſobre la . A C. el medio circulo A D C.y ſaqueſe,por la onze del.1.deſde el puncto ,B, la linea,B D,en angulos rectos ſobre la linea,A C,y tiré ſe,A D D C.Porque, por la.31. del, 3, el angulo q̃ eſta



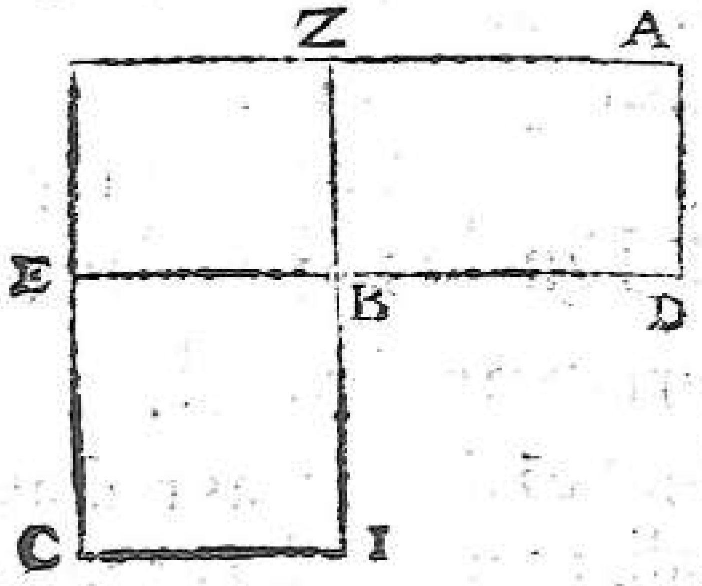
enel medio circulo que es.A D C.es recto, y porq̃ enel triãgulo rectangulo,A D C,deſde el angulo recto ſobre la baſis ſe tiro la perpdicular, D B,luego,por el corelario de la,8.d̃l,6, la linea.D,B,es media proporcional a las partes dela baſis.A B,B C,luego dadas dos lineas rectas,A B.B C, ſe les hallo la media proporcional,D B,Lo qual conuino hazerſe,

Theorema.8, Propoſicion. 14

¶ Son reciprocos los lados que eſtan junto a yguales angulos delos parallelogrãmos yguales y q̃ tienen el vn angulo ygual alvn angulo: y en los parallelogramos que tienẽ elvn angulo ygual al vn angulo y ſus lados ſon reciprocos,tambien ellos ſon yguales entre ſi.

Sean

Sean los parallelogrãmos yguales, A B, B C, que tengan yguales los angulos de junto a la, B. y ponganſe, por la. 14, del primero, en lineas rectas. D B. B E. luego tambien eſtan en lineas rectas. Z B. B I, por la, 15. del, 1, Digo que ſon reciprocos los lados de los dos. A B, B C, que eſtan junto a yguales angulos, eſto es, q̃ como ſe ha la. B D con la. B E, aſſi es la, I B, con la B Z. cũpla ſe el parallelogrãmo Z E, pues porq̃ (por la ſuppoſiciõ) es ygual el pallelogrãmo, A B, al parallelogrãmo, B C, y es vn otro, Z E, luego, por la, 7 del, 5, ſera que como, A B, con, Z E, aſſi, BC, con, Z E, y como A B, con, Z E. aſſi, D B, con, B E, y como, B C, con, Z E, aſſi, I B con, B Z, luego, por la, 1, del, 5, como, D B, con, B E, aſſi, I B, cõ B Z. luego los lados de los dos parallelogramos, A B, BC, q̃ eſtan junto a yguales angulos ſon reciprocos,

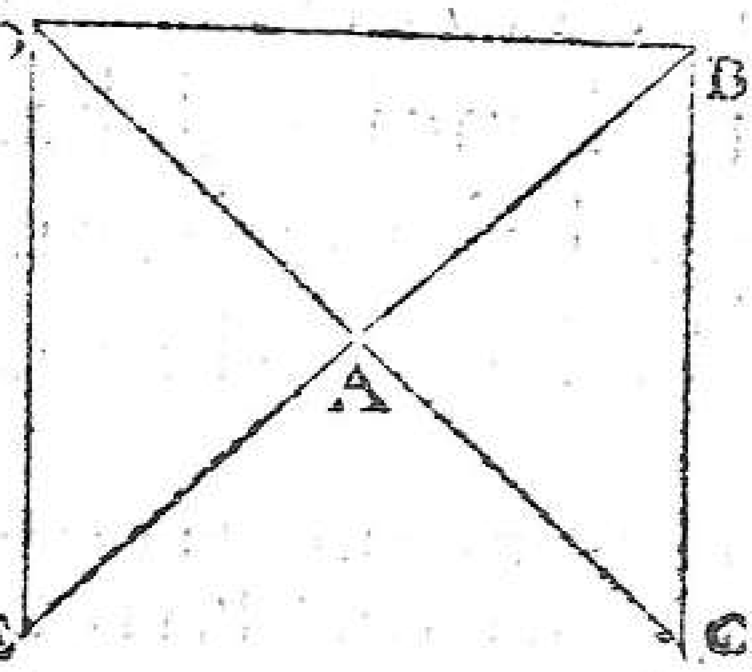


Pero ſean reciprocos los lados q̃ eſtan junto a yguales angulos, y ſea q̃ como, D B, con, B E, aſſi, I B, con, B Z, Digo que es ygual el parallelogramo, A B. al parallelogrãmo, B C, Porq̃ como ſe ha, D B, con, B E, aſſi, I B, con, BZ, y tãbiencomo, DB cõ, B E, aſſi, por la, 1, del, 6, el parallelogramo, AB, con el parallelogramo. Z E. y como. I B, cõ, B Z. aſſi el parallelogramo. B C. cõ el pallelogramo. Z E, luego (por la. 11. del. 5.) como. A B, cõ. Z E. aſſi. B C. con Z E, luego ygual es el pallelogrãmo, A B al pallelogrãmo, B C. luego los lados de yguales y equiangulos parallelogrãmos ſon reciprocos, los quales eſtan junto a yguales angulos. Y los parallelogramos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo y ſus lados ſon reciprocos tambien ellos ſon yguales entre ſi. Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema. 10 Propoſicion. 15,

¶ Son reciprocos los lados q̃ eſtã jũto a yguales ãgulos delos triãgulos yguales y q̃ tienẽ el vn angulo ygual al vn ãgulo: y los triágulos q̃ tienẽ el vn angulo ygual al vn angulo, y sus la dos sõ reciprocos, tãbiẽ ellos sõ yguales ẽtre si

Seã yguales los triãgulos. A B C. A D E. y q̃ tẽgã el vn angulo ygual al vn ãgulo, esto es, el angulo. B A C. ygual al angulo D A E. Digo q̃ los lados q̃ estã junto a yguales angulos de los dos triãgulos. A B C. A D E. son reciprocos, cõuiene a saber q̃ como se ha. C A. cõ A D. assi. E A. cõ. A B. Põgãse, por la. 14. del 1, en lineas rectas. C A. cõ. A D. Luego en derecho esta. E A. cõ A B. y tirese la linea. B D. Pues por q̃ (por la suppoficiõ) el triãgulo. A B C es ygual al triãgulo. A D E. y es vn otro. B A D. Luego (por la. 7. del 5.) sera q̃ como el triãgulo. A C B. se ha cõ el triãgulo. A B D. assi el triãgulo A E D. cõ el mismo triãgulo. A B D y como el triãgulo. A B C, cõ el triãgulo. A B D. assi la. C A. cõ la. A D. por la. 1. d̃l. 6, y tãbiẽ, por la misma



como el triãgulo. E A D. con. B A D. assi la. E A. cõ la. A B. luego (por la. 11. del. 5.) como la. C A. a la. A D. assi la. E A. a la. B A luego son reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos de los triangulos. A B C. A D E. Pero sean reciprocos los lados de los dos triangulos. A B C. A D E. y sea que como se ha. C A. con. A D. assi la. E A. con la, A B. digo que es ygual el triangulo, A B C. al triangulo. A D E. Porque tirada otra vez B D. porque como se ha la. C A. con la. A D. assi la. E A. con la A B. Y como se ha la. C A. con la. A D, assi el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. y como la. E A con la. A B. assi el triangulo. E A D. con el triangulo. B A D. luego como el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. assi el triangulo. E A D. cõ el triãgulo. B A D, luego cada vno delos dos. A B C, E A D tiene vna misma razõ cõ, B A D, luego, por la. 9, d̃l, 5, ygual es el triãgulo. A B C, al triãgulo. E A D, Luego son recipocos los

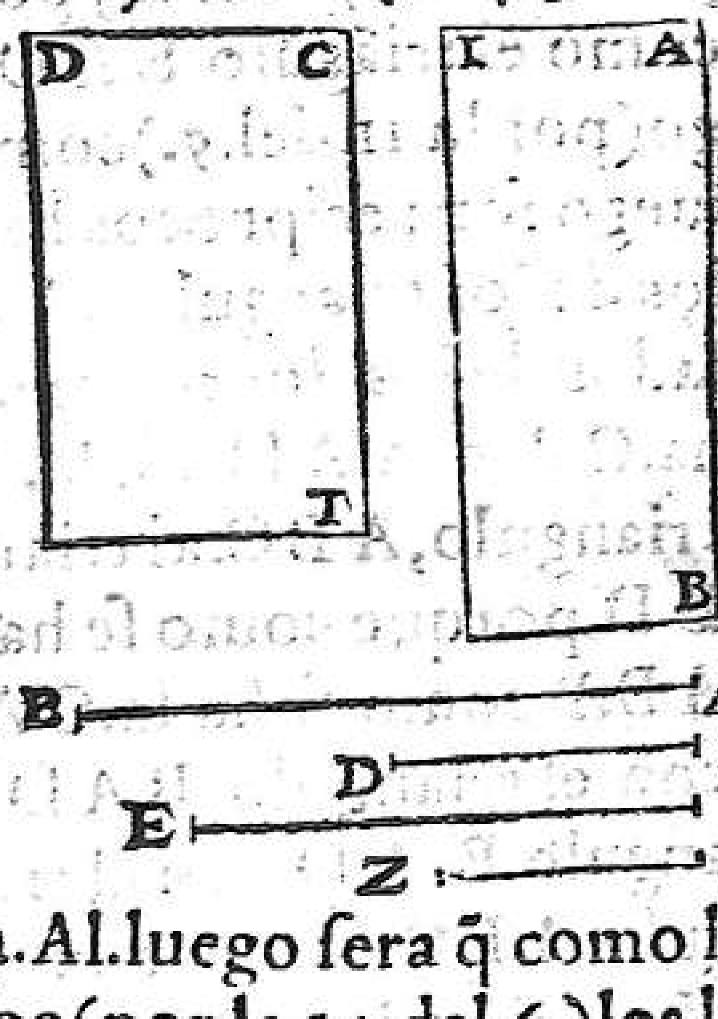
lados

lados q̃ estan junto a yguales angulos delos triangulos yguales y que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y los triãgulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados sõ reciprocos, tambien ellos son yguales entresi. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 11. Proposicion. 16

¶ Si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo comprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al comprehendido debaxo delas dos medias: y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las extremas fuere ygual al que se contiene debaxo delas de é medio las q̃tro lineas rectas serã proporcionales

Sean quatro lineas rectas proporcionales, B A. C D. E, Z. que como la. A B. a la. C D, assi la. E. a la. Z. digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela. A B. y dela. Z, es ygual al rectangulo que se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Porq̃ saquense (por la. 11. del. 1.) desde los punctos. A. C. en angulos rectos sobre, A B. CD. lineas rectas las dos. A I, C T. y ponga se (por la. 2, del. 1.) la. A I. ygual a la. Z. y la. C T. ygual a la. E. y cunplan se los parallelogrammos. I B. T D. y porque como se ha la A B. cõ la. C D. assi es la, E. cõ la, Z. y es ygual la, E. a la. CT y la. Z. a la. AI. luego sera q̃ como la A B, cõ la. C D. assi. CT, cõ la. A I, luego (por la. 14. del. 6.) los lados delos parallelogrãmos. B I. D T. son reciprocos, q̃ estan junto a yguales angulos, y de los parallelogrammos equi-



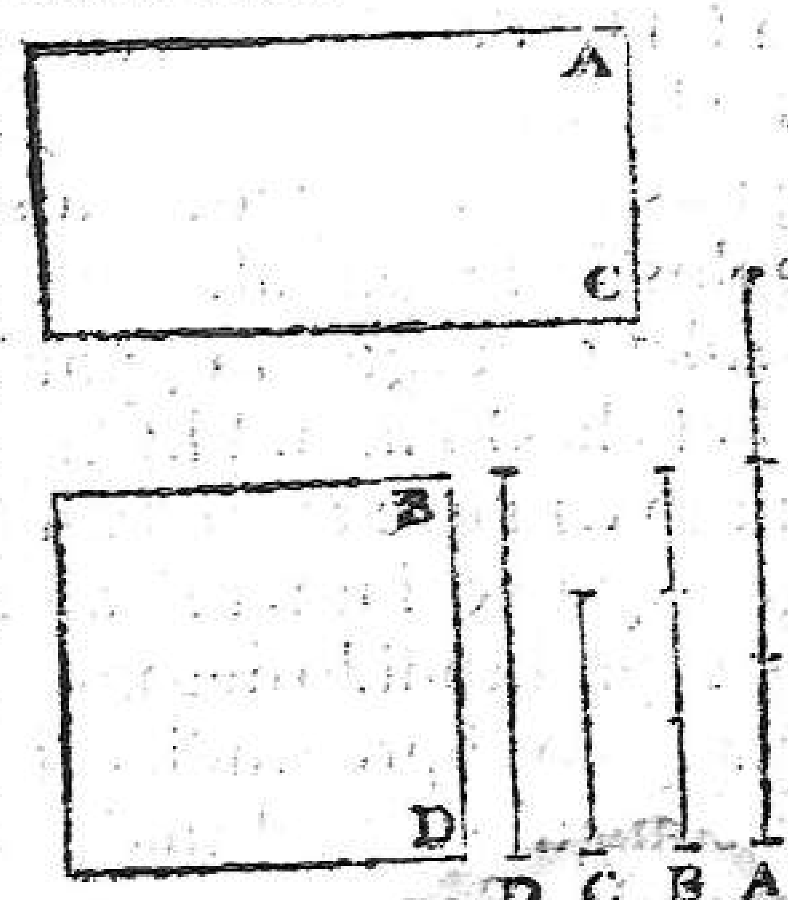
angulos

angulos cuyos lados ſon reciprocos q̃ eſtan jũto a yguales angulos, ellos tãbien ſon yguales, luego el parallelogrãmo. B I. es ygual al parallelogramo. D T. y es el parallelogramo. B I. el q̃ ſe comprehende debaxo dela. A B. y dela. Z. porq̃ la. A I. es ygual a la. Z. y el parallelogramo. D T. es el que ſe cõprehẽde debaxo dela. C D. y dela. E. porq̃ es ygual la. C T. a la. E. luego el rectãgulo cõtenido debaxo dela. A B. y dela. Z. es ygual al rectangulo q̃ ſe contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Pero ſea ygual el rectangulo q̃ ſe comprehende debaxo de la. A B y de la. Z. al rectangulo q̃ es cõprehendido debaxo de la. C D y de la. E. Digo que las quatro lineas rectas ſeran proporcionales, que como ſe ha la, A B. cõ la. C D. aſſi la, E. cõ la. Z. Por q̃ hechas las miſmas coſas por q̃ el q̃ es cõprehẽdido đbaxo de la. A B. y dela. Z. es ygual al que es cõprehendido debaxo de la. C D. y dela. E. y el q̃ debaxo dela. A B. y dela. Z. es el rectangulo. B I. porque la. A I. es ygual a la. Z. y el que debaxo đ la. C D. y dela. E. es el rectangulo. D T. por que es ygual la. C T. a la. E. luego. B I. es ygual al rectangulo. D T, y ſon equiangulos. Y ſon reciprocos los lados q̃ eſtan junto a yguales angulos de los parallelogramos yguales y equiangulos (por la 14. del. 6.) luego ſera (por la. 10. del, 5.) q̃ como la. A B. a la. C D. aſſi la. C T. a la. A I. y es ygual la. C T. a la. E. y la. A I. a la. Z, luego ſera que como la. A B. con la. C D. aſſi la. E. cõ la. Z, Luego ſi quatro lineas rectas fueren proportionales, el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo cõprehendido debaxo delas dos de en medio. Y ſi el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo comprehendido debaxo de las dos de en medio, las quatro lineas rectas ſerã proporcionales, lo qual conuenia demoſtrarſe.

Theorema. 12. Propoſiciõ. 17.

¶ Si tres lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo q̃ es comprehẽdido debaxo de las extremas esygual al quadrado que se haze dela de en medio: y si el rectangulo que es cõtenido debaxo de las extremas fuere ygual al quadrado dela de en medio, las tres lineas rectas seran proporcionales.

Sean tres lineas rectas proporcionales. A.B.C. que como la.A.con la.B, assi la.B.con la.C.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo de las dos, A.C, es ygual al quadrado de la.B.Põgase(por la.2.del.1.)la linea.D.ygual ala.B.y porque (por la supposicion)como se ha la.A.con la.B.assi la.B.conla C, y es ygual la.B.a la.D.luego(por la.7.del.5.)como la.A.cõ la.B.assi la.D.con la, C.Y si quatro lineas rectas fuerẽ proporcionales el rectangulo comprehendido debaxo de las extremas es ygual al rectangulo que se contiene debaxo de las de en medio(por la, 16.del, 6.)luego el que se comprehende debaxo de.A.C. ygual es al que debaxo de las. B. D, y el que debaxo de las.B. D. es el quadrado dela.B. porque la.B. es ygual a la.D.luego el rectangulo comprehendido debaxo de.A. C.es ygual al quadrado que se haze de la.B, Pero sea que el que es debaxo de.A, C, comprehendido



sea ygual al quadrado de la.B.Digo que sera qne como la. A ala.B.assi la.B.a la.C. Porque hechas las mismas cosas, porq̃ el rectangulo de la.A.y de la.C.es ygual al quadrado de la.B. y el quadrado de la.B.es el que debaxo d̃ la.B.y de la.D.porq̃ es ygual la B.a la.D, luego el q̃ es cõtenido debaxo de la, A.y de la.C.es ygual al q̃ debaxo dela.B.y dela.D.y si el q̃ debaxo delas extremas fuere ygual al que debaxo deias de enmedio

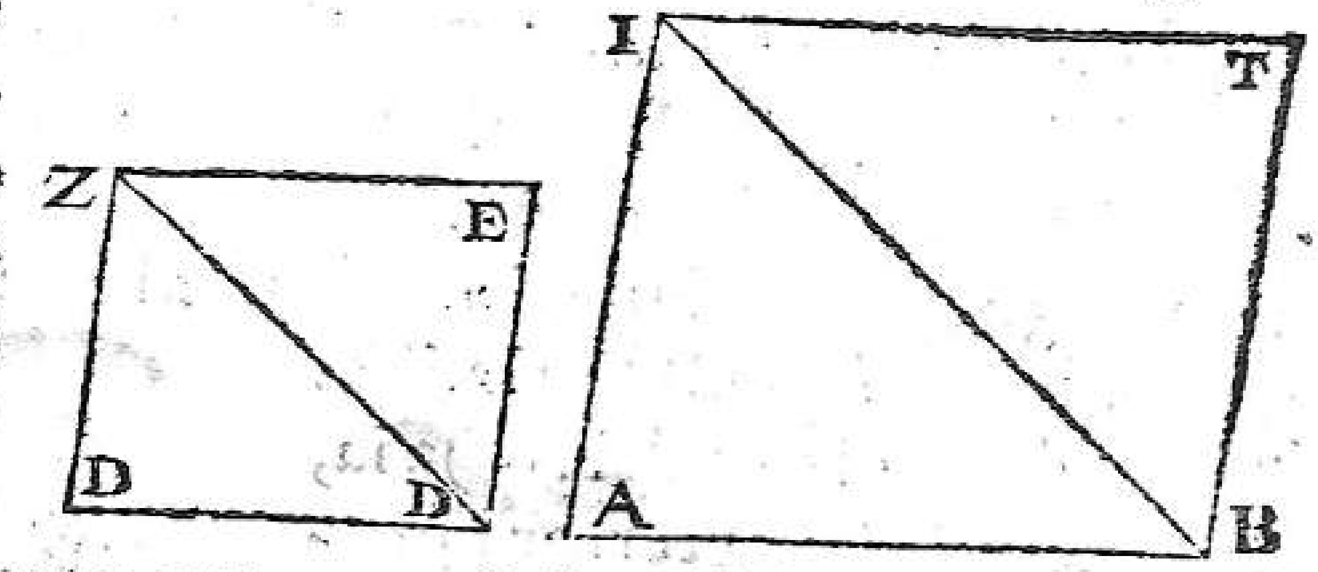
las qua

las quatrolineas rectas sonproporcionales(por la.16.del.6.) luego como se ha la.A.con la.B.assi la.D.con la.C,y es ygual la.B,a la.D.luego como la.A.cõ la.B.assi la.B.cõ la.C. Luego si tres lineas rectas fueré proporcionales el rectãgulo cõprehendido debaxo de las extremas es ygual al quadrado de la de en medio,y si el rectãgulo que es comprehẽdido debaxo delas extremas esygual al quadradodela de ẽ medio,las tres lineas rectas serã ꝓporcionales.Lo qual cõuenia demostrar.

Problema.6. Proposicion.18,

¶De vna linea dada recta describir vn rectilineo semejante y semejantemente puesto a vn rectilineo dado.

Sea la linea recta dada.A B.y el rectilineo dado.C E.conuiene hazer de la linea recta dada.A B.vn rectilineo semejante al rectilineo.C E.y semejantemente puesto.Tirese la linea D Z.y hagase(por la.23.del.1.)sobre la linea recta.A B.y sobre los punctos en ella.A .B.el angulo. A I B . ygual al angulo.C Z D.y el angulo.A B I.ygual al angulo · C D Z. luego el angulo.D C Z.q̃ resta es ygual al angulo. A B I . luego el triangulo.C Z D es equiãgulo al triangulo.I A B (por la.4.del. 6.) luego



es proporcionalmente,que como se ha.Z D.con la.I B.assi.Z C.con la.I A.y la.C D.cõ la.A B.Otro si hagase(por la.23.dl.1. sobre la linea recta.B I.y sobre los punctos en ella.B.I. el angulo.B I T.ygual al angulo.D Z E.y el angulo.I B T.ygual al angulo.Z D E.luego el angulo.E.q̃ resta es ygual al ãgulo. T. que resta,luego el triãgulo.Z D E.es equiangulo al triangulo

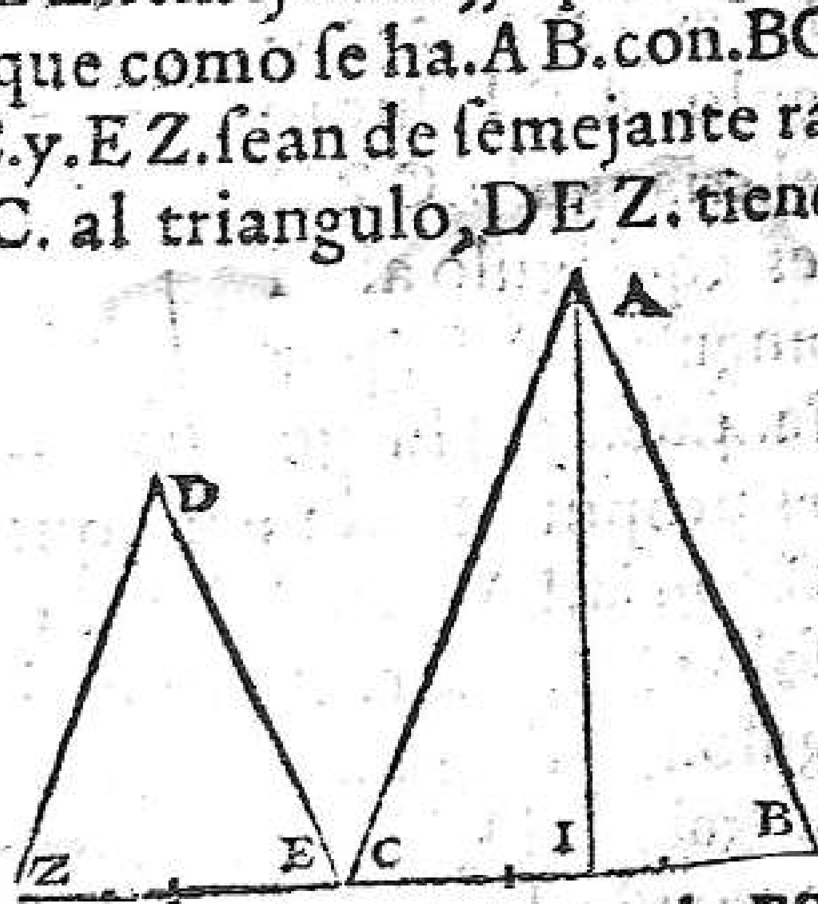
IBT

I B T.luego ſera proporcionalmente q̃ como ſe ha la.Z D.cō I B.aſſi la.Z E.con la.I T.y la.E D.con la.T B.(por la.4.del.6) y eſta demoſtrado que como la.Z D,cō la.I B.aſſi la.Z C.con la.I A.y la.C D.cō la.A B.luego(por la.11. del,5.) como ſe ha C Z.con la.A I.aſſi la.C D.con la.A B.y la.Z E.cō la.I T.y tam bien la.E D.con la.T B.Yporque es ygual el angulo.C Z D.al angulo.A I B,y el angulo.D Z E.al angulo.B I T. luego el angulo todo.C Z E.es ygual al angulo todo.A I T.y por lo miſmo tābien el angulo.C D E.es ygual al angulo. A B T.y es tā bien el angulo.C.ygual al angulo.A.y el angulo . E.al angulo T.luego.A T.es equiangulo al miſmo.C E. y tiene proporcionales a el los lados que eſtan junto a yguales angulos.Luego (por la.1.definiciō del,6.)el rectilineo.A T.es ſemejante al rectilineo.C E.luego de vna linea recta dada.A B. eſta deſcrito el rectilineo.AB.ſemejante y ſemejātemente pueſto al rectilineo.C E.lo qual conuenia hazer ſe.

Theorema.13 Propoſicion. 19

¶Los triangulos ſemejātes entre ſi eſtā en dupla razon de los lados de ſemejante razon.

Sean los triangulos.A B C.D E Z.ſemejantes,y que tēgan ygual el angulo.B.al angulo.E.y que como ſe ha.A B.con.BC aſſi,D E.cō E Z.de manera q̃.B C.y.E Z.ſean de ſemejante razon. Digo que el triangulo. A B C. al triangulo,D E Z. tiene doblada razō que.B C.a la.E Z. Tome ſe(por la.11.del . 6.)a la, B C,y a la.E Z.vna tercera proporcional.B I. de ſuerte q̃ ſe hayan q̃ como la. B C. con la.E Z. aſſi la.E Z . con la.B I.y tire ſe la A I.Pues porque ſe han q̃ como la, A B.con la,B C,aſſi la.D E cō



la.EZ

la.E Z.luego al trastrocado(por la.16.dl.5.)como la,AB cõla D E.asi la.B Ccõla .E Z.y como la.B C.cõ la.E Z. assi es,E Z. cõla.B I.luego(por la.11.del.5)como la.A B.cõ la.D E,asi la. EZ.cõla.B I.luego.(por la.15.del.6.)los lados delos triãgulos A BI.DE Z. son reciprocos q̃ estã junto a yguales angulos. Y los triangulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados son reciprocos,tambien ellos son yguales entre si por la misma.)luego el triangulo.A B I.es ygual al triangulo D E Z. Y porque es que como se ha.BC.con la.E Z.asi la.E Z con la.B I.y si tres lineas rectas fuerẽ proportionales. La primera ala tercera tendra doblada razon que ala segunda,luego la.B C.ala.B I.tiene doblada razon que ala E Z.(por la.10 definiciõ del.5.)y como se ha la.B C.con la.B I.asi el triangulo.A B C.con el triangulo.A B I.(por la.1.del.6.)luego el triãgulo.A B C.tiene al triangulo.A B I.por la misma definicion doblada razon que la.B C.ala.E Z.y es ygual el triangulo.A-B I.al triangulo.D E Z.luego tambien el triangulo,A B C. al triangulo.D E Z.tiene doblada razon que la.B C.ala.E Z.luego los triangulos semejantes entre si.estan en doblada razon delos lados de semejãte razon,lo qual cõuenia demostrarse.

Corolario.

¶ De aqui es manifiesto que si tres lineas rectas fueren proporcionales como se ha la primera cõ la tercera,asi el triangulo de la primera con aquel triãgulo que es semejãte y semejantemente descripto dela segunda. Porq̃ esta demostrado que como la.C B.con la. B I asi eltriangulo.A B C.con el triangulo. D E, Z.lo qual conuenia demostrarse.

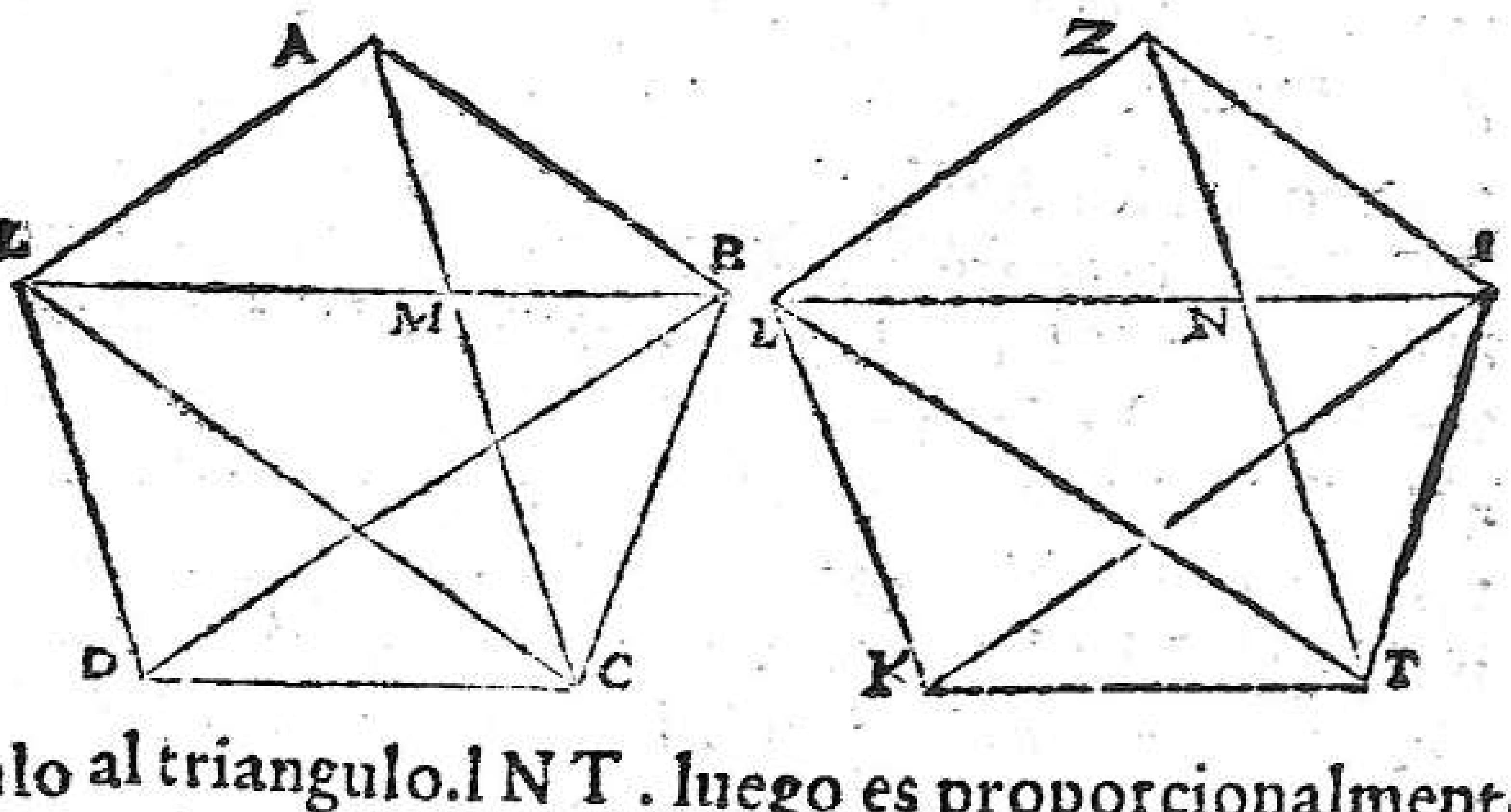
Theorema.14. Proposicion.20.

¶ Semejantes poligonos se diuiden en semejá tes triágulos y yguales en numero, y en semejá te razon con los todos, y el poligono al poligo no tiene doblada razon que el lado de semejá te razõ allado de semejante razon.

Sean semejantes los poligonos. A B C D E. Z I T K L. y sea A B. de semejante razõ a la. Z I, Digo q̃ los poligonos. A B C D E. Z I T K L. se diuiden en triangulos semejantes y yguales en numero, y en semejante razõ con los todos, y el poligono A B C D E. tiene doblada razõ al poligono. Z I T K L, de la q̃ tiene. A B. a la. Z I. Tirense. B E. E C. I L. L T. Porq̃ el poligono A B C D E (por la suposicion) es semejante al poligono. Z I T K L. es ygual el angulo. B A E. al angulo. I Z L. y habranse que como la. B A. con la. A E. assi la. I Z. con la. Z L. Pues porq̃ son los dos triangulos. A B E. Z I L. que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y proportionales los lados de junto a yguales angulos. Luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo. A B E. es equiangulo al triangulo. Z I L. por lo qual tambien semejante. y es ygual tambien el angulo. A B E. al angulo. Z I L. y todo el angulo. A B C. es ygual a todo el angulo. Z I T. por la semejança de los poligonos. Luego el angulo que resta. E B C. es ygual al angulo que resta. L I T. Y porque por la semejança de los dos triangulos. A B E. Z I L. es que como se ha la. E B. con la. B A. assi la. L I. con la. I Z. y tambien por la semejança delos poligonos es que como se ha la. A B. con la. B C. assi la. Z I. con la. I T luego por ygual (por la, 22. del. 5) sera que como la. E B. con la B C. assi la. L I. con la. I T. y los lados son proportionales que estã jũto a los yguales ãgulos. EBC. LI T. luego, por la. 6. del. 6 es equiangulo el triangulo. E B C. al triangulo. L I T, por lo q̃l tambien el triangulo, E B C, es semejante al triangulo, L IT, y por esso tambien (por la. 1, difinicion del, 6,) el triágulo, ECD, es semejante al triangulo. L T K. luego los poligonos. A B C D E. Z I T K L. estan diuididos en semejantes triangulos y y-

guales

guales en numero. Digo otrosi que son de semejante razon con los todos, esto es, que son proporcionales y antecedentes. A B E. E B C. E C D. pero cósequentes de ellos. Z I L. L I T I T K. y que el poligono. A B C D E. con el poligono. Z I TKL tiene doblada razon que el lado de semejante razon con el lado de semejante razon, esto es, que. AB. con. Z I. Tirése. A C Z T. y porque por la semejança de los poligonos es ygual el angulo. A B C. al angulo. Z I T. y es que como se ha. A B. con B C. assi la. Z I, con. I T. luego el triangulo. A B C. (por la. 6. del 6.) es equiangulo al triangulo. Z I T. luego es ygual el angulo B AC. al angulo. I Z T. y el angulo. B C A. al angulo. I T Z. ypor que es ygual el angulo. B A M, al angulo. I Z N. y esta demostrado que el angulo. A B M. es ygual al angulo. Z I N. luego el angulo que resta. A M B. es ygual al angulo que resta, Z N I luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo, A B M. es equiangulo al triágulo ZIN. De la misma manera tábié de mostraremos q̃ el triangulo. B M C. es

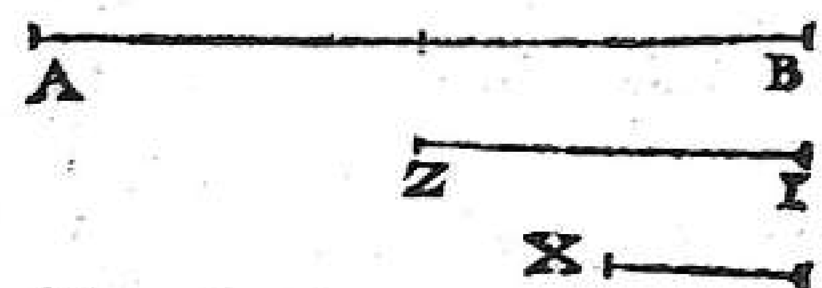


equiangulo al triangulo. I N T. luego es proporcionalmente (por la. 3. del. 6.) que como se ha la. A M. con la. M B. assi la. Z N. con la. N I. Pero como. B M. con, M C. assi. I N. con N T. por lo qual por ygual (por la, 22. del. 5.) como se ha la. A M. cõ. M C. assi, Z N. cõ. N T. y como la. A M. cõ la, M C. assi el triãgulo A B M. cõ el triangulo. MB C. y el. A M E. cõ el. E M C, porque son entre si mismos como las bases (por la. 1. del. 6.) y como vno d̃ los antecedẽtes a vno delos cõsequẽtes (por la. 12. del. 5 assi todos los antecedẽtes a todos los cõsequẽtes. Luego por la cõuersiõ de la. 1. definiciõ del. 6. como se ha el triãgulo. AMB cõ el triãgulo.B M C.aſsi. A E B.con.C B E.y aſsi como.A MB con.B M C.aſsi.A M.con,M C,luego,por la.11.del.5.comola A M.con la.M C.aſsi el triangulo.A B E.con el triangulo.E B C.y por tanto como.Z N cõ.N T. aſsi el triangulo.Z I L,con el triangulo.I L T.luego es que como ſe ha la.AM.con la.M C.aſsi.Z N.con.N T.luego tãbiẽ,por la.11.del.5. como el triã gulo.A B E.con el triãgulo.B E C.aſsi el triãgulo.Z I L.cõ el triãgulo.I L T.y al traſtrocado,por la.16.del.5.como el triã gulo.A B E.con el triangulo.Z I L.aſsi el triangulo.B E C.cõ el triangulo.I L T.Tambien demoſtraremos dela miſma ma nera,tiradas.BD.I K.que tambien como eltriangulo. E B C. con el triangul o.L I T.aſsi el triangulo.E C D. con el trian-gulo,L T K.Y porque es que como ſe ha el triangulo.A B E, con el triangulo,Z I L.aſsi el triangulo.E B C.con el triangu lo.L I T.y tambien el triangulo,EC D.con el triangulo.L T K luego tambiẽ,por la.12.del quinto,como vnodelos antece dentes a vno delos conſiguientes. aſsi todos los anteceden-tes a todos los conſiguientes,luego como ſe ha el triangulo A B E.con el triangulo.Z I L.aſsi el poligono.A BC D E.con el poligono.Z I T K L.Pero el triangulo,A B E. al triangulo Z I L.tiene doblada razon,que.A B.lado deſemejante razon a Z I,lado de ſemejante razon,porque los triangulos ſemejã tes eſtan en doblada razon,delos lados de ſemejante razon por la.19.del.6.luegotãbien el poligono.A B C D E.tiene do blada razon al poligono.Z I T K L.que la.A B.lado de ſeme jante razon a la,Z I. lado de ſemejante razon,Luego ſemejã-tes poligonos ſe diuiden en ſemejantes triangulos,yyguales en numero,y en ſemejante razon con los todos, y el poligo no al poligono tiene doblada razon que el lado de ſemejãte razõ al lado de ſemejãte razõ,lo qual cõuenia demoſtrar ſe

Primer corelario.

Por tanto vniuerſalmente es manifieſto ꝗ las figuras ſemejantes rectilineas entre ſi eſtã en du-

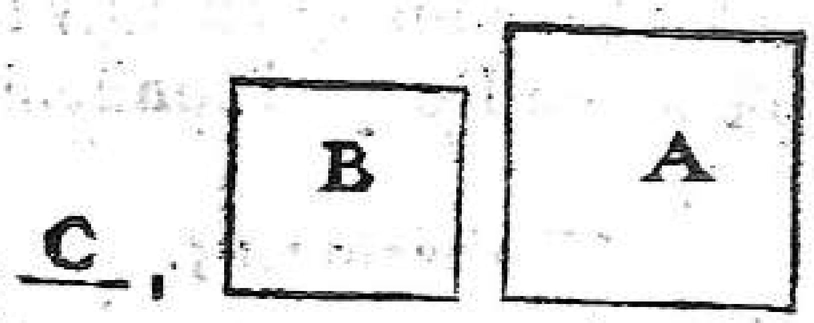
dupla razon de los lados de ſemejante razon Y ſi de las dos.A B.Z I.tomamos otra proportional.x.lamiſma.AB a la..X.tiene dupla razon q̃ la.A B. a la. ZI,



pero tiene tambien el poligono o quadrilatero al quadrilatero dupla razon q̃ el lado de ſemejante razon al lado de ſemejãte razõ, eſto es.A B a la.Z I.y eſto vioſe enlos triãgulos. Y tambien ſemejantemẽte ſe demoſtrara enlos quadrados ſemejantes q̃ ſon en dupla razon de los lados de ſemejante razon:y vioſe tambien en los triangulos.

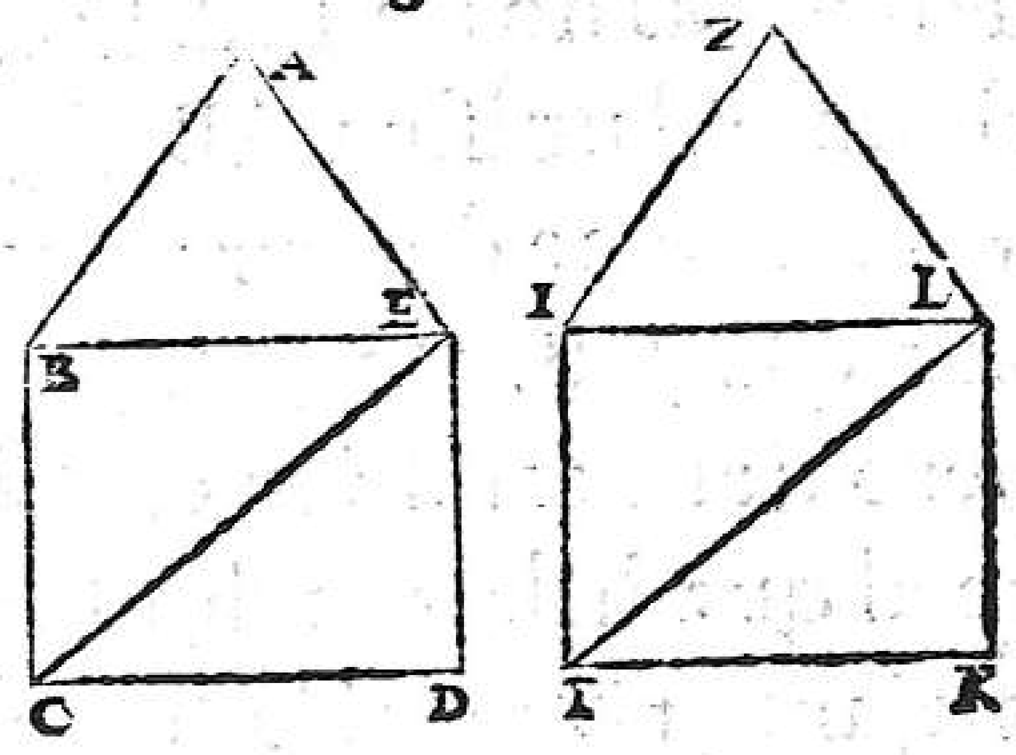
Segundo corolario.

Por tanto tãbien vniuerſalmente es manifieſto que ſi tres lineas rectas,



fueren proporcionales ſera que como la primera a la tercera,aſſi la figura que es deſcrita dela primera a la q̃ de la ſegunda ſemejante, y ſemejantemente.

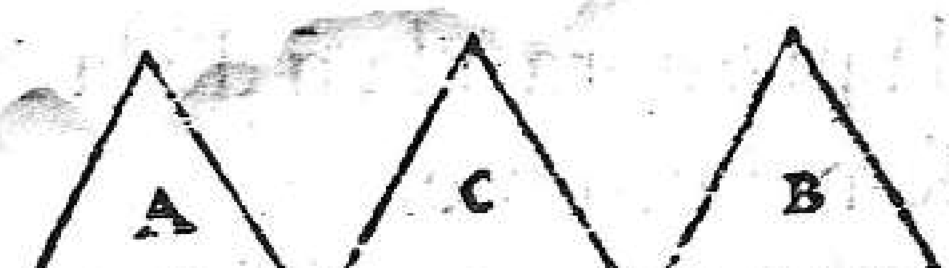
En otra manera y mas facil mente demoſtraremos ſer los triangulos de ſemejante razon.Haganſe otra vez los poligonos A BCDE.Z I T K L. y tiren ſe.B E.E C.I L.L T. digo que como ſe ha el triangulo,A B E.con.Z I L,aſſi,E B C.con . L I T. y tambien.C D E con.T K L.porque es ſemejante el triangulo.A B E.al triangulo.Z I L.luego(por la dezinueue del.6.) el triangulo. A B E. tiene dupla razon al triangulo. Z I L. que la B E. a la. I L. y por tanto tambien el triangulo. B E C. al triangulo, I L T. tiene dupla razõ que el lado. B E. al lado I L. Luego sera quecomo el triangulo. AB E, al triangulo. Z I L, assi el triangulo. B E C. al triangulo. I L T. Otrosi porque el triãgulo. E B C. es semejante al triãgulo. L I T. luego. E B C. tiene al triangulo. L I T. dupla razon que la recta linea. C E. a la recta linea. T L. y por esta causa tambien el triangulo. E C D. tiene doblada razon al triangulo. L T K. que la. C E. a la. T L luego sera que como el triangulo. B E C. al triangulo. I L T. assi. C D E. al triangulo. L T K. y viose que como. E B C. con. L I T. assi. A B E. con. Z I L. luego tambien por la. 11, del. 5. como, A B E, con Z I L, assi, B E C, cõ I L T, luego tambiẽ (por la. 12. del. 5.) como vno de los antecedentes a vno de los cõsequentes, assi todos los antecedentes a todos los consequentes, y lo de mas como en la primera demostracion. Lo qual conuenia demostrar.



Theorema. 15. Proposicion. 21.

¶Los que a vn mismo rectilineo son semejantes, son semejantes entre si.

Sea el vno y el otro delos dos rectilineos. A B. semejãte al rectilineo C. digo que tambiẽ, A. es semejánte a. B. porquees semejãte el rectilineo, A al rectilineo. C, sera le tãbien equiãgulo (por la cõuersion dela. 1. definicion del. 6.) y tendra proporcionales los lados q̃ estan jũto a yguales angulos, Yten porq̃

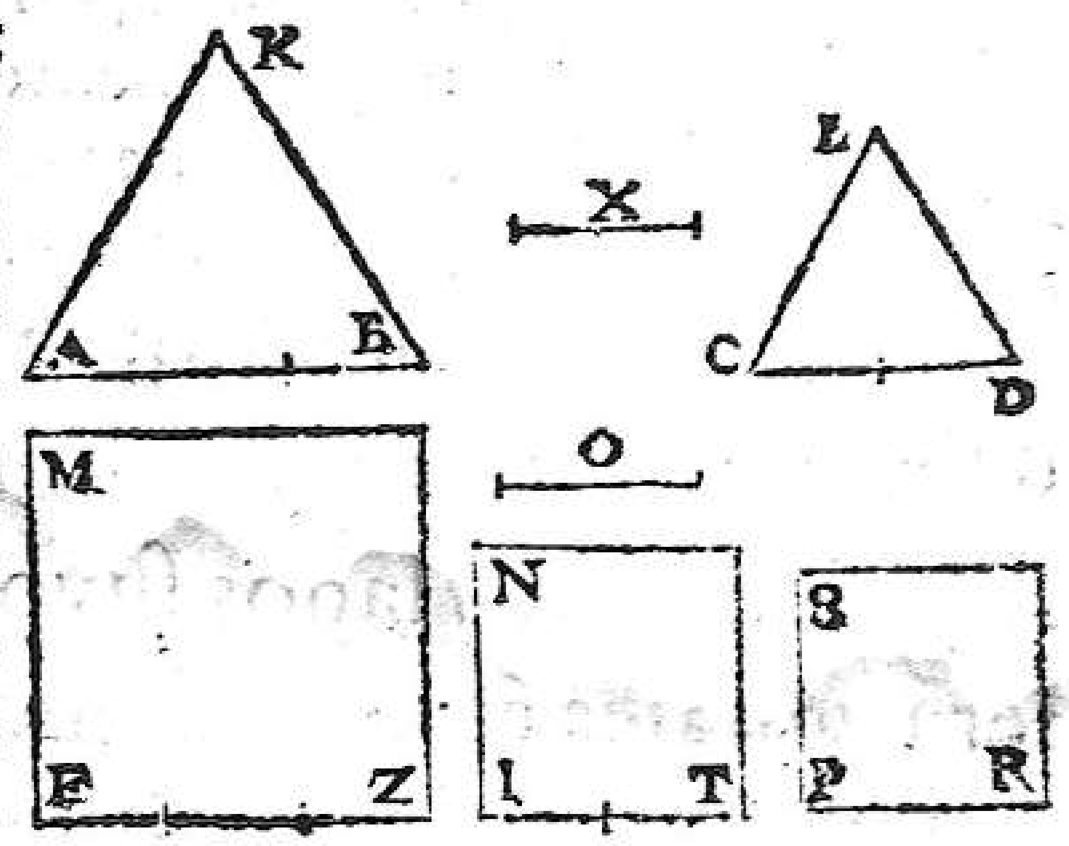


B.es femejante al rectilineo.C.luego es equiágulo a el,por la misma,y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos.Luego cada vno de los dos,A.B. es equiangulo a. C,por la.6.del.6,y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos.Por lo qual,porla misma,tambien.A.es equiangulo. a B.y tiene proporcionales los lados de junto a yguales angulos.luego.B.es semejante a.A.loqual conuenia demostrar.

Theorema. 16. Proposicion.22.

¶Si quatro lineas rectas fueren proporcionales,tambien los rectilineos que se hazẽ de ellas semejantes y semejantemente descritos, seran proporcionales:y si los rectilineos de ellas fueren proporcionales, tambien las mismas lineas rectas seran proporcionales.

Sean quatro lineas rectas. A B.C D.E Z.I T. que como la A B.con la,C D.assi la.E Z.con la.I T.y haganse,por la.18, dl sexto,dela.A B.y dela.C D los rectilineos. K A B. L C D.semejantes,y semejantemente puestos,y delas dos E Z.I T,por la misma, los rectilineos, M Z,N T, semejãtes ysemejãtemẽte puestos Digo q̃ como se ha,K A B,cõ.L C D assi es, M Z. con. N T.Porque tome se, por la,11,del,6.vna tercera pporcional.X. de las dos,



A B. C D. y vna tercia proporcional. O. de las dos.E Z, I T. y porque es que como la. A B. cõ la.C D. assi la.E Z.cõ la, I T y como la.C D.a la.X.assi la.I T .cõ lá.O.luego porygual,por la.22.del.5.)como la.AB.ala.X,asi la.E Z.ala.O. Pero como la A B,ala.X.asi. K A B.cõ,LCD(por el corelario.2.dela.20. del.6.)luego como la.E Z.ala.O.asi.M Z.cõ.N T.Pero sea q̃ como.K A B.cõ.LCD.asi.M Z.cõ.NT.digo q̃ sera q̃ como. A B.cõ CD.asi.E Z,con,I T.porq̃ hagase (por la.22.del.6.)q̃co mo la.A B.cõ la.C D.asi la.E Z.con.P R.y describase (por la 8,del.6.)dela.linea P R.el.S R.semejante y semejantemẽte d̃s cripto a cada vno delos dos.MZ.NT.Pues porque es que co mo,A B,con.C B.asi.E Z.con.P R.y se han hecho de las dos A B.C D.los,K A B.L C D.semejantes y semejantemẽte pue stos,y delas dos.E Z. P R, los semejantes y semejantemente puestos,M Z.S R.luego sera que como.K A B.con.LC D.asi M Z.cõ.S R.y como K A B.cõ.L C D.asi.M Z.cõ.N T. luego tãbiẽ(por la.11.del.5.como,M Z.cõ.S R,assi.M.Z.cõ.N T.lue go (por la.9.del.5.)Z M,tiene vna misma razõ con cada vno delosdos.N T.S R.luego ygual es.N T.a.S R.y es le semejãte y semejantemẽte puesto,luego.I T.es ygual a.P R.Y porq̃ es como.A B.ala,C D.asi.E Z.cõ.PR,y es ygual.P R,ala.I T.lue go sera que como.A B.cõ. C D.asi.E Z.con.I T.Luego si qua tro lineas rectas fuerẽ proportionales,tambien los rectiline os que son hechos dellas semejantes y semejantemente des criptos seran proportionales,y si los rectilineos hechos de llas semejantes y semejantemente hechos fueren proportio nales,tambien las mismas lineas rectas seran proportiona les,lo qual conuino demostrarse.

¶Lemma.

¶Empero q̃ si los rectilineos fueren yguales y semejantes los lados suyos de semejante razõ serã yguales ẽtre si, demostrarlo hemos asi.

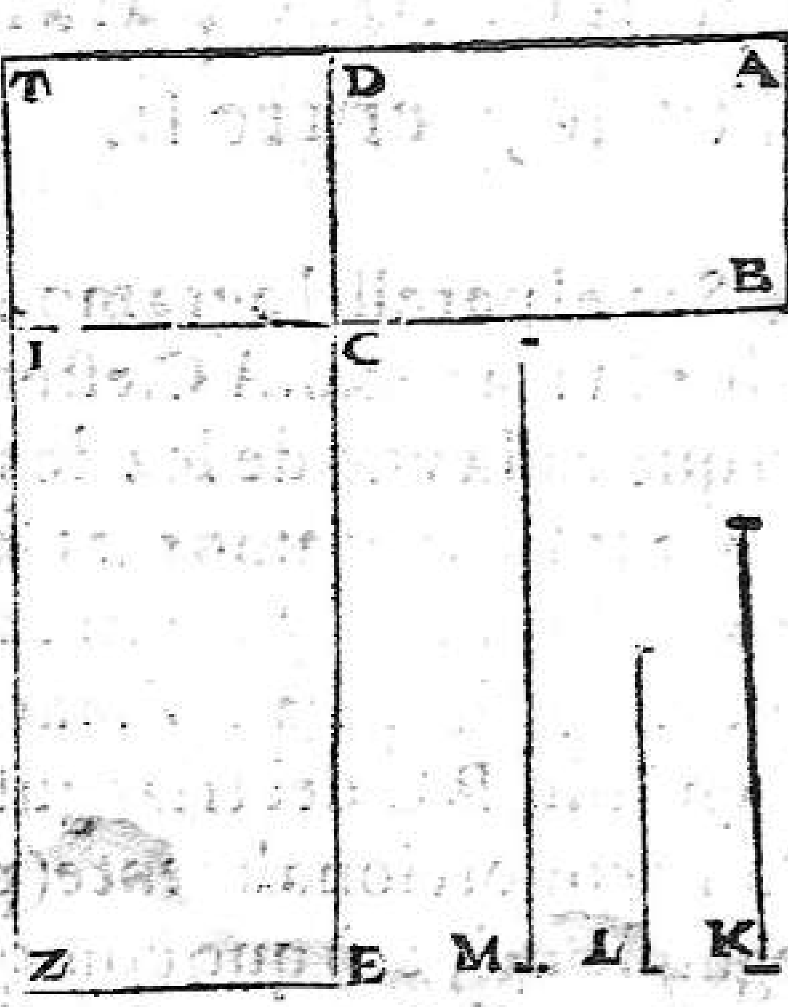
Sean yguales y semejantes los rectilineos.N T .S R.y sea que como. T I.cõ.I N,asi,P R.con.P S.digo que es ygual la. R P.ala.I T.porque si son desiguales, la vna dellas sera ma yor,sea mayor.P R.que.T I.y porque es como.R P.con.P S asi.

aſsi.T I.con.I N.luego tãbien al traſtrocado,por la.16. del.5, como.R P.con.T I.aſsi.P S.con.I N y es mayor la.P R.que la T I.luego mayor es.P S.que la.I N.por lo qual tambien.R S. es mayor que.T N,y es tambien ygual,por la ſuppoſicion,lo qual es impoſsible.Luego.P R. en ningũa manera es deſigual a la.T I.Luego ſera ygual,lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.17. Propoſicion.23,

¶Los parallelogramos equiãgulos tienen entre ſi la razon compueſta delos lados.

Sean los paralelogramos equiangulos. A C.C Z, que tengan ygual el angulo B C D.al angulo.E C I.digo que el paralelogramo.A C al paralelogramo.C Z . tiene la razon compueſta delos lados,eſto es de aquella que tiene.B C.con C I.y de aquella que tiene.DC.con.C E.porque pongaſe,por la.14 del.1.de manera que eſte en linea recta.B C.cõ.C I.luego,por la miſma.D C.eſta con . C E.en linea recta,Cumpla ſe el parallelo grãmo,D I.ypongaſe vna linea recta.K.y hagaſe,(por la.12.del.6.) que como la.B C.ala.C I.aſsi la.K. ala.L.y que como la.D C.ala. C E aſsi la.L.ala.M.luego las razones de la.K.ala.L.y dela.L.ala.M. ſon vnas miſmas alas razones delos lados,B C.ala.C I.y dela.D C.a la.C E.Pero la razon dela,K,ala,M, ſe compone dela razon dela.K, ala, L.y dela.L,ala,M,porlo qual tambien la,K,ala M,tiene la razon compueſta delos lados,y porque es que como,B C,con,C I,aſsi el paralelogramo, A C,al parallelogramo,C T,por la,1,de,6,y como.B C. con. C I.aſsi K.con.L,Luego tambien(por la onze del.5.)como la.K.cõ la



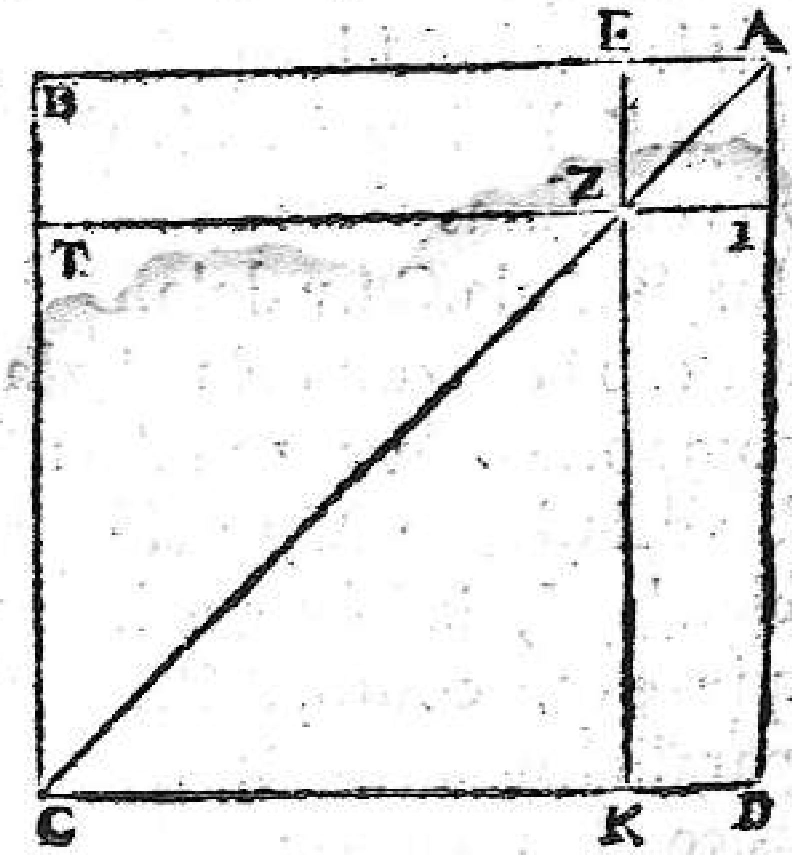
L . aſsi

L.assi. A C.con C T.Otro si porque es que como.D C.cō.C E. assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogramo.C Z.y assi como, D C.con.C E.assi.L.cō.M. Luego(porla misma)como L.con.M.assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogramo. C Z.Pues porq̄ esta demostrado que como la.K.con la.L. assi el parallelogramo. A C.con el parallelogrāmo.C T . Y como la.L con la.M.assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogrā mo. C Z. luego por ygual(por la.22.del.5.)como la.K. con la M.assi el parallelogramo.A C.con el parallelogrāmo. C Z. y la.K.con la.M,tiene la razon compuesta de los lados. Luego el parallelogramo.A C.con el paralelogramo.C Z.tiene la razon compuesta de los lados,luego los parallelogramos equi angulos tienen entre si la razon compuesta de los lados . Lo qual conuino demostrarse.

Theorema.18. Proposicion .24.

¶Los parallelogramos que estan sobre la diagonal de todo parallelogrāmo son semejātes al todo,y entre si.

❧Sea el parallelogramo.A B C D.y sea su diagonal. A C, y sobre la diagonal.A C.esten los parallelogramos.E I.T K.Digo que cada vno de los dos . E I. T K.parallelogramos, es semejāte a todo.A B CD.y entre si,Porque se tiro la linea.E Z.parallela al vn lado.B C.del triangulo.AB C.es proporcionalmente(por la segunda del, 6.) que como.B E, con.E A.assi.C Z.con.Z A.Otrosi porque se tiro la linea. I Z.paralela al vn lado.DC.del triangulo A D C . es proporcionalmente (porla segunda del.6.)quecomo



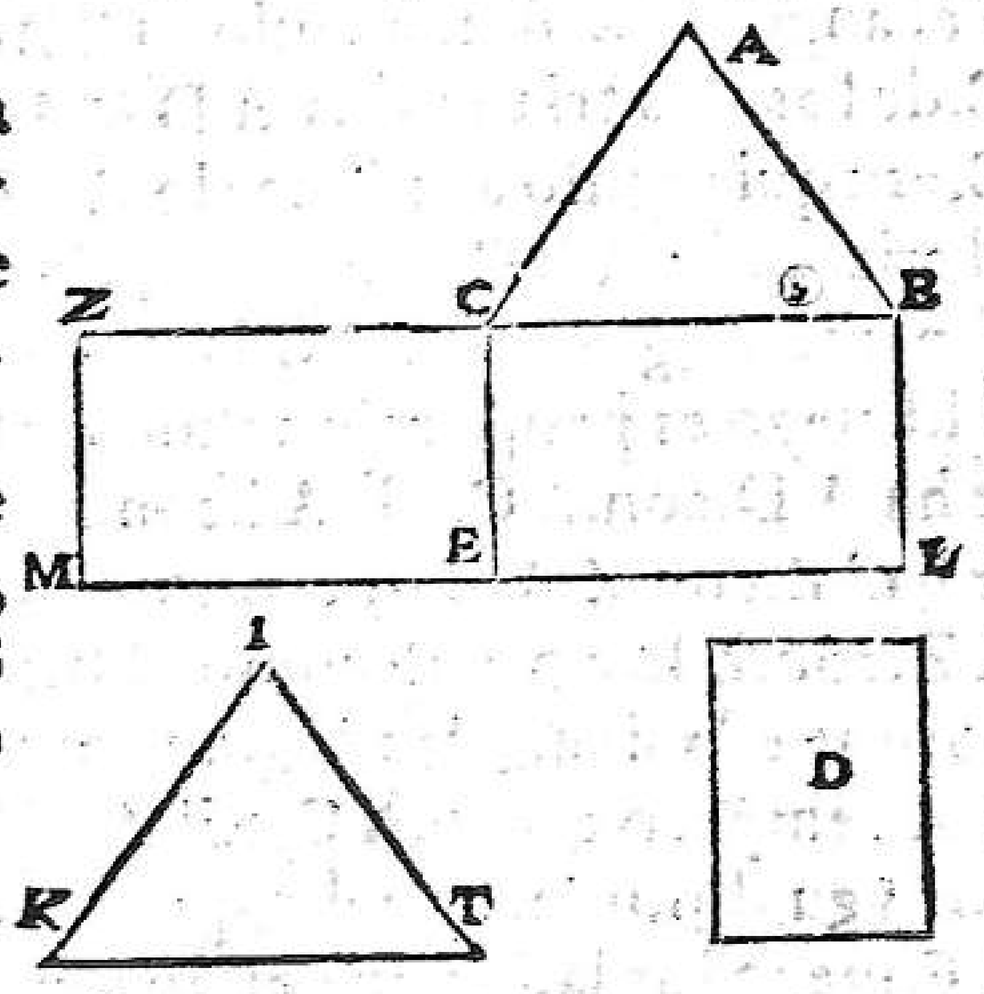
C Z.con.Z A.assi. D I.con. A I.y assi como la.C Z. con la.Z A. assi esta demostrada la,B E.con la.E A.luego tambien(por la onze del.5.)como la.B E.con la.E A,assi la.D I.con la.I A.luego tambien componiendo(por la.18.del.5.)que como . B A. con. A E.assi.D A. con. A I . y trastrocando(por la.16.del, 5.) que como.B A.con.A D.assi.E A.con.A I.Luego son proporcionales los lados que estã jũto al angulo comũ B A D.delos parallelogramos.A B C D. EI.y porque. I Z. es parallela a la D C.es ygual(por la.29.del.1.el angulo.A I Z.al angulo.A DC y el angulo.I Z A.al angulo.D C A.y es comun el angulo.D A C.de los dos triangulos.A D C.A Z I.luego el triangulo.D A C.es equiangulo al triangulo.A I Z.y por lo mismo tambien el triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo.A E Z. y todo el parallelogramo.A B C D.es equiãgulo al parallelogramo E I.Luego es proporcionalmente(por la.4,del.6.)que como se ha.A D.con.A C.assi.A I.con.I Z.y como. D C.con.C A. assi se ha.I Z.con.Z A.Empero como se ha.A C.con.C B.assi se ha A Z,con.Z E.y otrosi como.C B.con.B A.assi.Z E.con.E A. y porque esta demostrado que como.D C.con.C A.assi.Z I.con Z A . empero como.A C,con.C B.assi,A Z.con, Z E. luego es por ygual,por la.22.del.5,que como.D C.con.C B.assi.I Z.cõ Z E.luego los lados que estan junto a yguales angulos de los parallelogramos.A B C D.E I.sõ proporcionales.Luego, por la primera definicion del.6,el parallelogramo.A B C D. es semejante al parallelogrãmo.E I.y por tanto tambien el parallelogramo.A B C D.es semejante al parallelogrãmo.KT.luego cada qual de los dos.E I,T K.parallelogramos es semejante al parallelogramo.A B C D.y los rectilineos que a vn mismo rectilineo son semejantes tambien entre si son semejãtes (por la ,21, del. 6.)Luego tambien el parallelogrãmo. E I. es semejante al parallelogramo.T K.luego los parallelogrammos que estan junto a la diagonal de todo parallelogrammo son semejantes al todo,y entre si.Lo qual se hauia de demostrar.

Problema.7. Proposicion,25.

Hazer

¶Hazer vn ſemejante a vn rectilineo dado, y yguala otro dado

Sea el rectilineo dado, al qual conuiene hazer otro ſemejante. A B C. y aquien es meneſter hazerle ygual, ſea, D, conuiene hazer vn ſemejãte al miſmo. A B C. y ygual al miſmo. D (por la. 44, del, 1,) hagaſe ſobre la, B C, el parallelogrãmo. B E ygual al triangulo. A B C, y ſobre la. C E. el parallelogrãmo. C M. ygual al parallelogrãmo. D, enel angulo. Z C E. que es ygual al angulo. L E C, luego (por la. 14, del, 1) la, B C, eſta en la linea recta con, C Z, y la, L E, con la, E M, Y tome ſe (por la, 13, del. 6,) la, I T. media proporcional de las dos, B C, Z C, y deſcribaſe (por la, 18, del, 6,) dela, I T, vn ſemejante al miſmo, AB C, y ſemejantemẽte pueſto K I T, y porque es q̃ como B C, con, I T, aſſi, I T, con C Z. y ſi fueren tres lineas

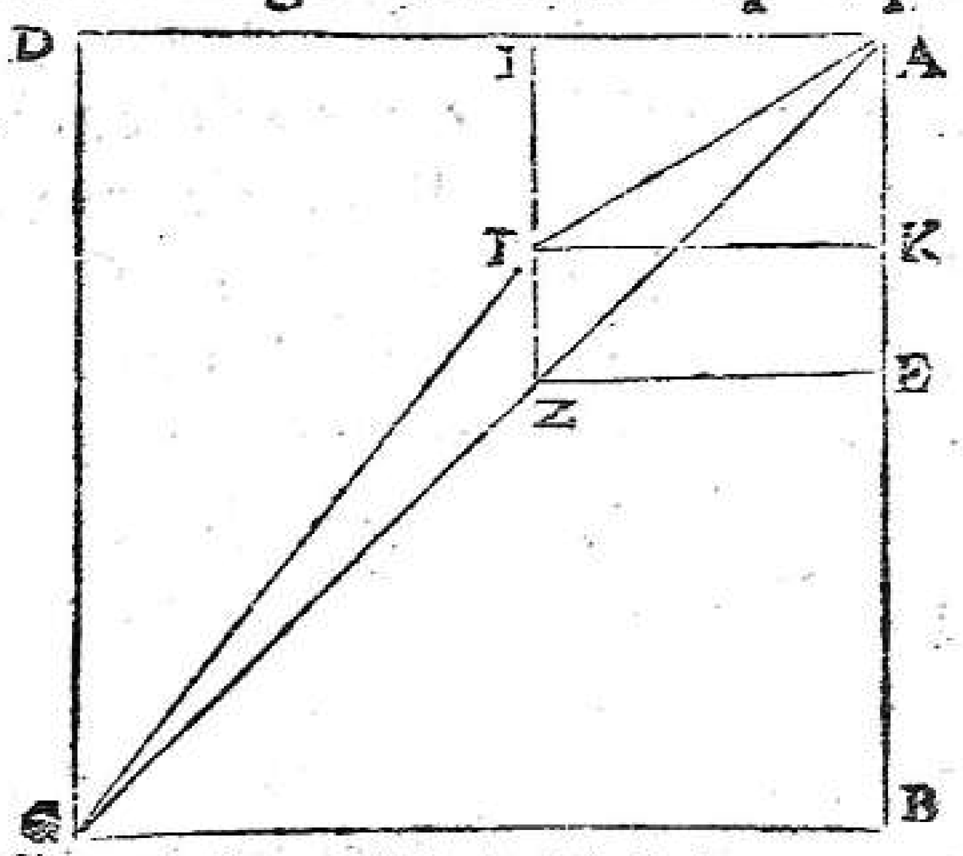


rectas proporcionales, como ſe ha la primera con la tercera aſſi la figura que ſe haze de la. 1, con la figura que ſe hazedela ſegunda ſemejante y ſemejantemente deſcripta, Luego (por el corelario, 2, dela, 20, del, 6,) como la, B C, con la, C Z, aſſi el triangulo, A B C, con el triangulo, K I T. Pero como la, B C, con la, C Z. aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelogrãmo E Z, luego tãbien (por la. 1, del, 6) como el triangulo, ABC, cõ el triangulo, K I T, aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelo gramo, E Z, luego traſtrocãdo (por la, 16. del, 5, q̃ como el triangulo, A B C, cõ el parallelogrãmo, B E, aſſi el triangulo, K I T, con el parallelogramo, E Z, y es ygual el triangulo, A B C. al parallelogrãmo, B E, luego el triangulo, K I T, es ygual al parallelogrammo, E Z, Pero el parallelogrammo, E Z, es ygual al miſmo, D, luego tambien, K I T, es ygual al miſmo, mo.D.es.K I T.ſemejante al miſmo, A B C. luego hizo ſe el miſmo.K I T.ſemejante al rectilineo dado.A B C.y ygual avn otro.D.lo qual conuenia hazerſe.

Theorema.19. Propoſicion.26.

¶ Si de vn parallelogramo ſe quita otro parallelogramo ſemejante al todo y ſemejantemẽte pueſto teniendo con el vn angulo comun, eſta ſobre la miſma diagonal con el todo.

De el parallelogrãmo.A B C D. quite ſe el parallelogrammo.A Z.ſemejante al miſmo. A B C D.y ſemejantemẽte pueſto teniendo comun con el el angulo D A B.Digo que el miſmo.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con.A Z.porque ſi no,ſi es poſſible ſea ſu diagonal.A T C.y ſaqueſe, por la.31.del.1,deſde. T. la linea T K.parallela a cada vnade los dos. A D.B C.Pues porque.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con . I K.es ſemejante,por la. 24. del.6. A B CD.al miſmo.I K.lũego es que como.D A.con.A B.

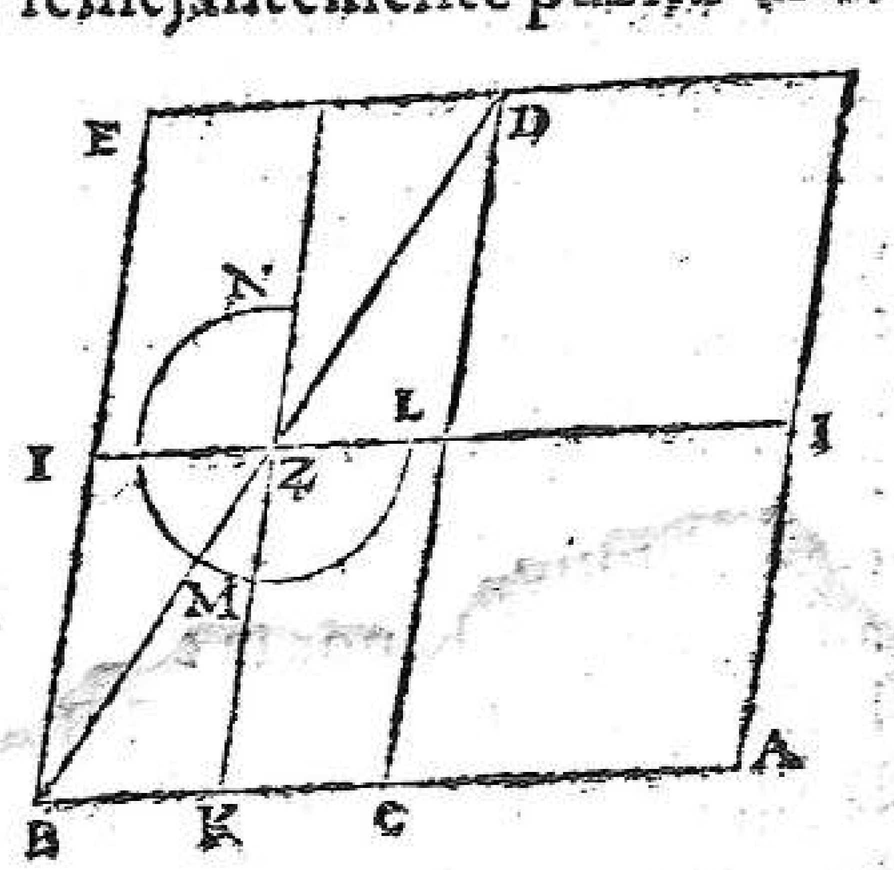


aſſi.I A.con.A K,por la cõuerſion dela.1.difinició del.6, y por la ſemejança de los dos. C B A D.E I.es que como.D A.cõ. A B.aſſi.I A.con.A E.Luego,por la.9.del.5.I A.tiene vna miſma razon con cada qual de las dos.A K.A E.luego la linea. A K. es ygual a la linea.A E.la menor a la mayor,lo qual es impoſſible.Luego.A B C D.no eſta ſobre la miſma diagonal que.K I, luego el parallelogrãmo.A B C D.eſta ſobre la miſma diagonal que el parallelogrãmo.A Z.luego ſi de vn parallelogramo mo se quita otro parallelogrãmo semejante al todo, y semejantemente puesto, teniendo con el vn angulo comun, esta sobre la misma diagonal con el todo. Lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 20. Proposicion. 27.

¶ De todos los parallelogrãmos puestos sobre vna misma linea recta y faltos por figuras parallelogramas semejantes y semejantemẽte puestas a aquel que es descrito de la media, el mayor parallelogramo es el q̃ esta puesto sobre la media, siendo semejante al tomado.

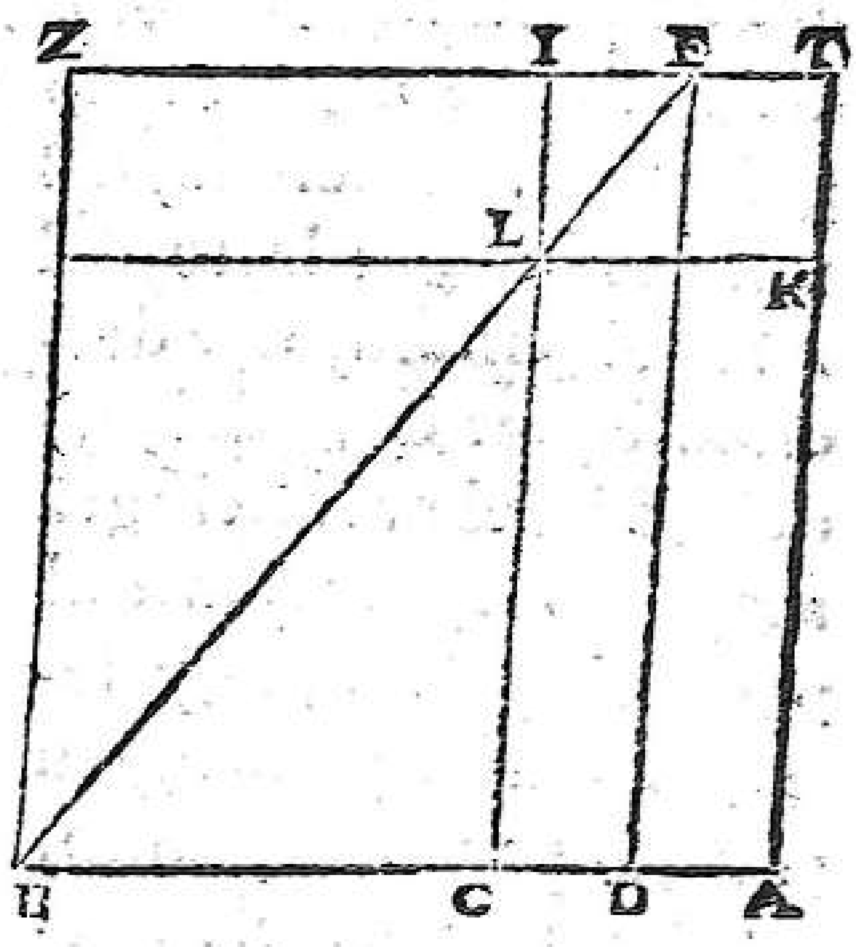
Sea la linea recta. A B. y corte se, por la. 10. del. 1. por medio en el puncto. C. y haga se tambien, por la. 18. del. 6, sobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A D. falto por la figura parallelogrãma. D B. semejante y semejantemente puesta al de la n i ad de la. A B. esto es, C B. Digo que de todos los parallelogramos puestos sobre la, A B. y faltos por figuras pallelogramas semejantes y semejantemẽte puestas al parallelogrãmo. D B. el mayor es. A D. Põgase sobre la linea recta, A B. el parallelogrãmo A Z. falto por la figura pallelogrãma, Z B. semejante y semejantemente puesta al. D A. Digo que mayor es. A D. que no. A Z, Porque es semejante. D B. parallelogrãmo al parallelogrãmo. Z B. luego estan sobre la misma diagonal (por la. 36 del sexto) Saque se su diagonal. D B. y hagase la figura. Pues



por

porque (por la.42.de el.1.)es ygual.Z C.al mismo. Z E, ponga se comun.Z B,luego todo.C T.es ygual a todo. K E, pero C T.es ygual al.C I(por la.36.de l.1.)porque la linea recta.AC es ygual a la linea recta.C B.luego.I C.es ygual al.E K.ponga se comun.C Z.luego todo.A Z.es ygual a todo el gnomon. L M N.por lo qual el parallelogrãmo.D B,esto es,A D. es mayor que el parallelogrãmo.A Z.Luego de todos los parallelogrãmos que estan sobre vna misma linea recta,y faltos por figuras parallelogrãmas,semejantes y semejantemente puestas a aquel que es descrito de la media el mayor parallelogrãmo es el que esta puesto sobre la media,siendo semejãte al tomado.Lo qual conuenia demostrarse.

De otra manera. Sea otra vez.A B.diuidida por medio en el puncto.C.y sea el applicado.A L. falto por la figura.L B.y apliquese otra vez sobre la.A B.el parallelogrãmo. A E. falto por la figura parallelogrãma.E B.semejante y semejantemente puesta al mismo. L B.el qual es hecho de la mitad de la. A B.Digo que.A L. aplicado a la mitad es mayor que.A E. Porque es semejante.E B.al.L B. estan sobre la misma diagonal(por la.26. del 6.)sea su diagonal.E B. y describase la figura y porque es ygual.L Z. al.L T.porque la linea recta. Z I. es ygual a la linea recta.I T.luego mayor es.L Z.que no,K E. y es ygual.L Z.al mismo.D L.luego mayor es.D L.que no.K E.sea comũ.K D.luego todo. A L.es mayor que todo.A E,lo qual conuenia demostrarse.



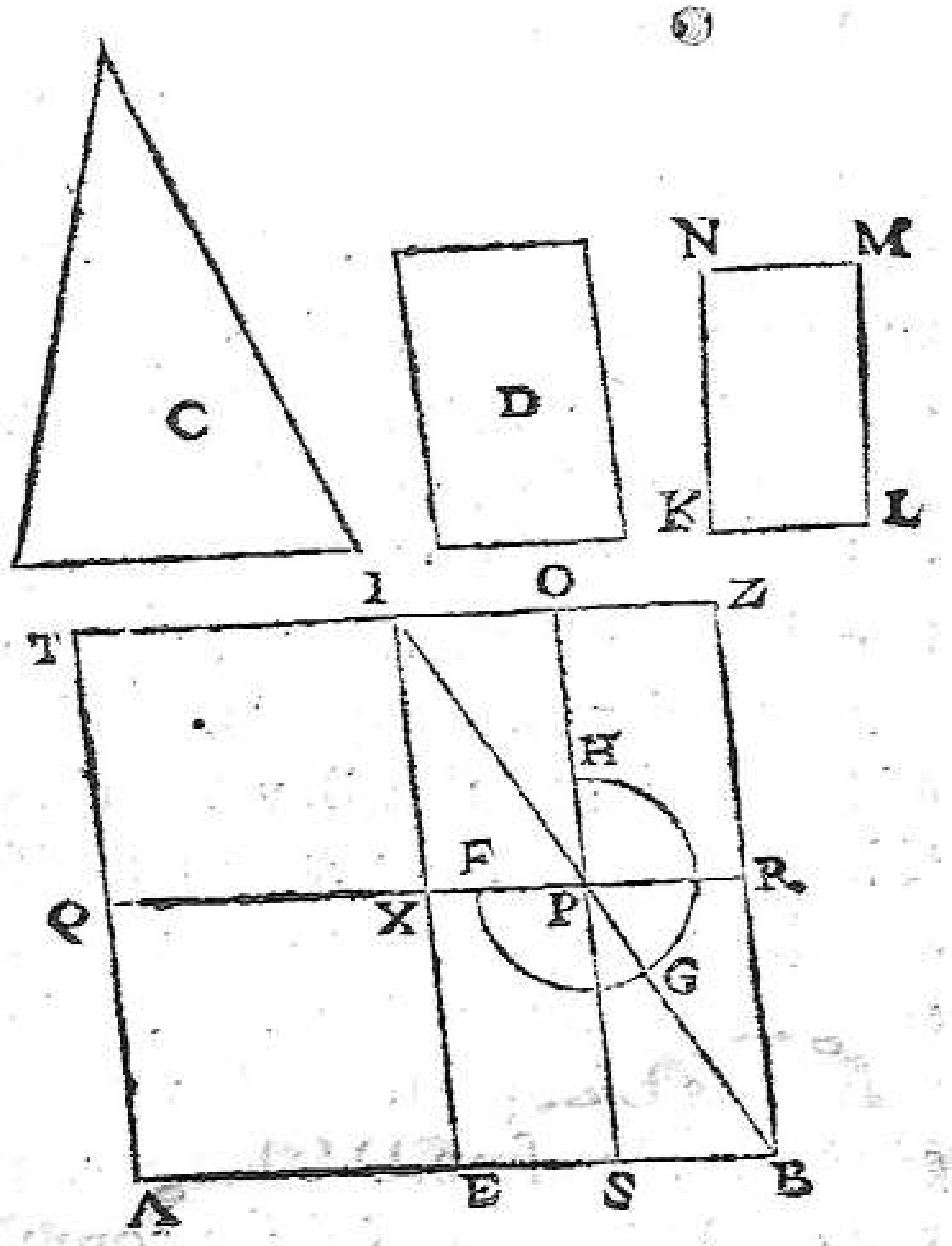
Problema.8, Proposicion.28.

¶Sobre vna linea recta aplicar vn parallelogrãmo falto en figura parallelograma semejãte a vno dado,y ygual a vn rectilineo dado

Pero

Pero conuiene que el rectilineo dado a quien conuiene dar otro ygual, no sea mayor que el hecho dela mitad, siendo semejátes los toma dos,a aquel que de la mitad,y semejáte al que conuiene que falte.

Sea la linea recta dada.A B . y el rectilineo dado a quien conuiene assentar otro ygual sobre la. A B.sea. C,que no sea mayor q̃ aquel que se hizo de la mitad,siendo tomados seme jantes al que es necessario q̃ le falte vn semejáte al parallelo grãmo. D. Cõuiene pues sobre la linea recta dada A B.hazer vn parallelo- grãmoygual al rectilineo dado,C,y q̃ falte por vna figura parallelogrãma q̃ sea semejáte al parallelo grãmo, D.Cortese la, AB por medio(por la,10,del 1,) enel puncto, E,y des- cribase(por la.18,del,6,) dela,E B, el parallelogrã mo,E B Z I,semejante al parallelográmo, D,y se- mejantemẽte puesto,ycũ plase el parallelogrãmo, A I,Aora pues o el para- llelogrémo,A I. es ygual al rectilineo.C.o mayor q̃ el(por la determinació.y si,A I, es ygual al,C,ya esta echo lo q̃ buscamos,porq̃ estaria assẽtado sobre la linea recta. A B.el parallelogrãmo.A I.ygual al recti lineo dado.E y falto por la figura parallelogrãma . I B.seme- jante al parallelogramo. D.Pero si es mayor.E T.que no.C.y el parallelogrãmo.T E.es ygual al parallelogramo.I B.luego



I B,

I B.es mayor que.C.Y en quanto es mayor.I B.que no. C.en tal exceſſo ſe hara el paralelogrāmo.K L M N.(por la.25.del 6.)ygual al parallelogrāmo.D.y ſemejante y ſemejantemente pueſto.Y porque el paralelogrāmo.D.es ſemejante a. I B. luego tambien.K M. es ſemejante al miſmo.I B. Sea pues de ſemejante razon.K L,con.I E.y.L M.cō . I Z , y porque es ygual.I B.alos dos.C.K M.luego.I B.mayor es que.K M.luego mayor es.I E.que no.K L.y.I Z.que no.L M.pōgaſe pues por la,3.del.1.)la.I X.ygual ala.K L.y la.I O.ygual ala L M,y cumplaſe el paralelogrāmo.X I O P.luego.I P.es ygual y ſemejāte ala.K M.Pero.K M.es ſemejante a.I B.luego tambien.I P. es ſemejante al.I B.luego (por la.26.del.6.)I P.eſta con.I B.ſobre vna miſma diagonal,ſea ſu diagonal.I P B.y hagaſe la figura.Pues porque.B I.es ygual a los dos.C,K M.de los quales.I P.es ygual con.K M.luego el gnomō.F G H.es ygual cō C.que reſta.Y porque.O R.es ygual con.X S.luego todo.O B es ygual con.X B.pero.X B.es ygual con.Q E. Porque el lado.A E.es ygual al lado.E B.luego Q E.es ygual con.O B.pōgaſe por comun.X S.luego todo.Q S,es ygual a todo el gnomon.F GH.y eſta demoſtrado q̃ el gnomō.F GH.es ygual al rectilineo.C.luego.Q S.es ygual al rectilineo.C. luego ſobre la linea recta dada.A B.ſe aſento el palelogramo.Q S.ygual al rectilineo,C.y falto por vna figura paralelograma. P B.q̃ es ſemejante al paralelogramo.D.porque el paralelogramo P B,es ſemejāte al parallelogramo.K M, q̃ era lo propueſto.

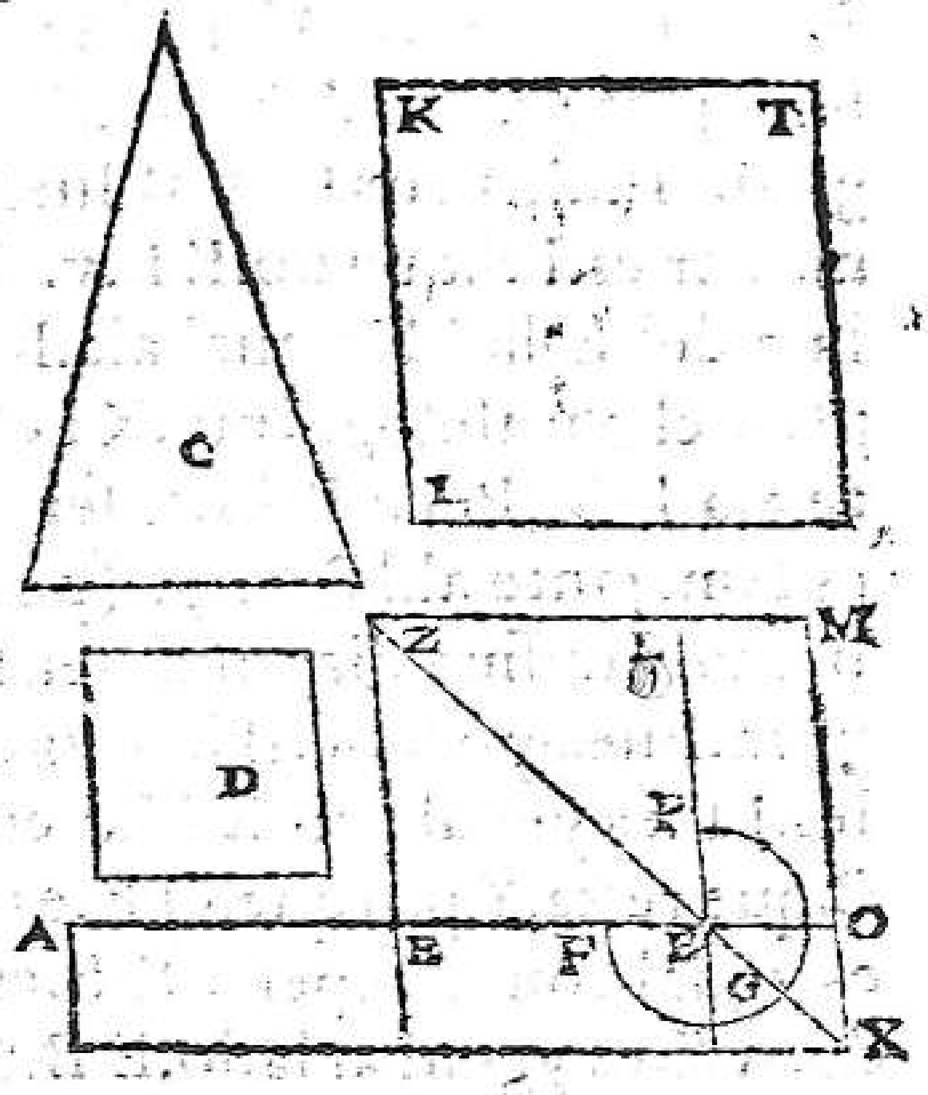
Problema.9. Propoſicion. 29.

¶ Sobre vna linea recta dada acommodar vn parallelogrāmo ygual a vn rectilineo dado,y que exceda en vna figura parallelograma ſemejante a vno dado.

Sea la linea recta dada . A B . y el rectilineo dado a cuyo

Q. ygual

ygual conuiene acõmodar vn otro parallelogramo sobre. A B. sea. C. y semejante al qual conuiene acõmodar le, sea. D. cõ uiene aora sobre la linea recta. A B. acõmodar vn parallelogramo ygual al rectilineo. C. y q̃ exceda é vna figura parallelagrãma semejante al mismo. D cortese (por la. 10 d̃l. 1.). la. AB por medio é. E. y hagase (por la 6. del. 6.) de la. E B. el parallelogrãmo. B Z. semejante al, D. y semejãtemẽte puesto, y hagase el pallelogrãmo. l T. ygual a los dos. B Z. C. y semejãte a D. y semejantemente puesto Luego. l T. semejante es a. BZ y sea. K T. de semejante razõ cõ la linea, Z L. q̃ la. K I. cõ la Z E. Y porque es mayor. l T. que no. Z B. luego mayor es. K T. q̃. Z L. y la. K I. que la. Z E. Estienda se. Z L. Z E, y sea. Z L M. ygual a la. K T. y tãbien. Z E N. sea ygual a la. K I. y cumplase. M N, luego. M N. es ygual y semejante al. l T. pero. l T. es semejante a. E L. luego (por la. 26. del. 6.) M N. es semejãte a. E L luego sobre vna misma diagonal estã. E L. M N. Saquese su diagonal. Z X. y describase la figura. Pues porq̃ es ygual. l T. a los dos. E L C. pero. l T. es ygual a. M N. luego tãbien. M N. es ygual a los mismos. E L C. quitese el comũ. E L. luego el gnomon q̃ resta. F G P. es ygual al mismo. C. y porque la. A E. es ygual a la. E B. tãbien es ygual (por la. 36. del primero). A N. al mismo. N B. esto es (por la. 43. del. 1.) al parallelogrãmo. L O. pongase comun. E X. luego todo. A X. es ygual al gnomõ. P G F. y el gnomõ. P G F. es ygual al mismo. C. luego. A X. es ygual al mismo. C. luego sobre la linea recta dada. A B. se acõmodo el parallelogrãmo. A X. ygual al triangulo dado. C. y q̃ excede por la figura pallelogrãma. BX. q̃ es semejãte al mismo D porq̃. D. es semejante al mismo. BZ. y B Z. es semejãte a. BX por q̃ estã sobre vna misma diagonal. Lo qual cõuino hazerse.

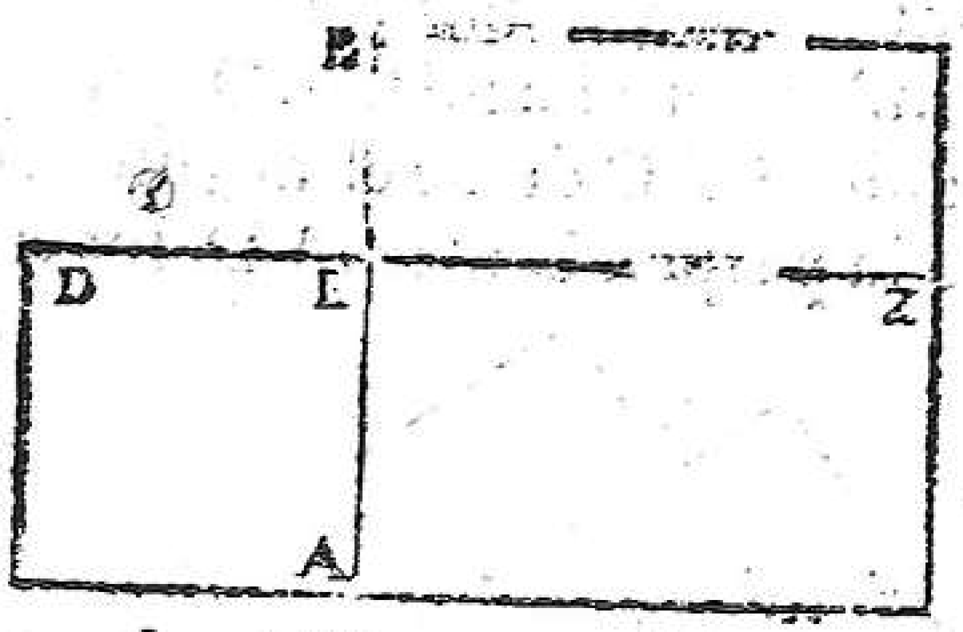


Proble

Problema.10. Propoſicion,30.

¶Diuidir vna linea recta dada terminada cõ extrema y media razon.

Sea la linea recta dada terminada, A B. cõuiene diuidir cõ extrema y media razõ la linea recta. A B. hagaſe el q̃drado de la. AB (por la. 46. del. 1.) y ſea. BC. y (por la. 29, del. 6) aſſiẽte ſe ſobre la. A C. el parallelogrãmo. C D. ygual al miſmo. B C. y q̃ ẽ figura parallelograma exceda por el. A D. ſemejante al quadrado. B C, y es quadrado. B C. luego tãbien es quadrado. A D. y porque, B C. es ygual al miſmo. C D. quite ſe el comũ C E. luego el B Z. q̃ reſta es ygual al



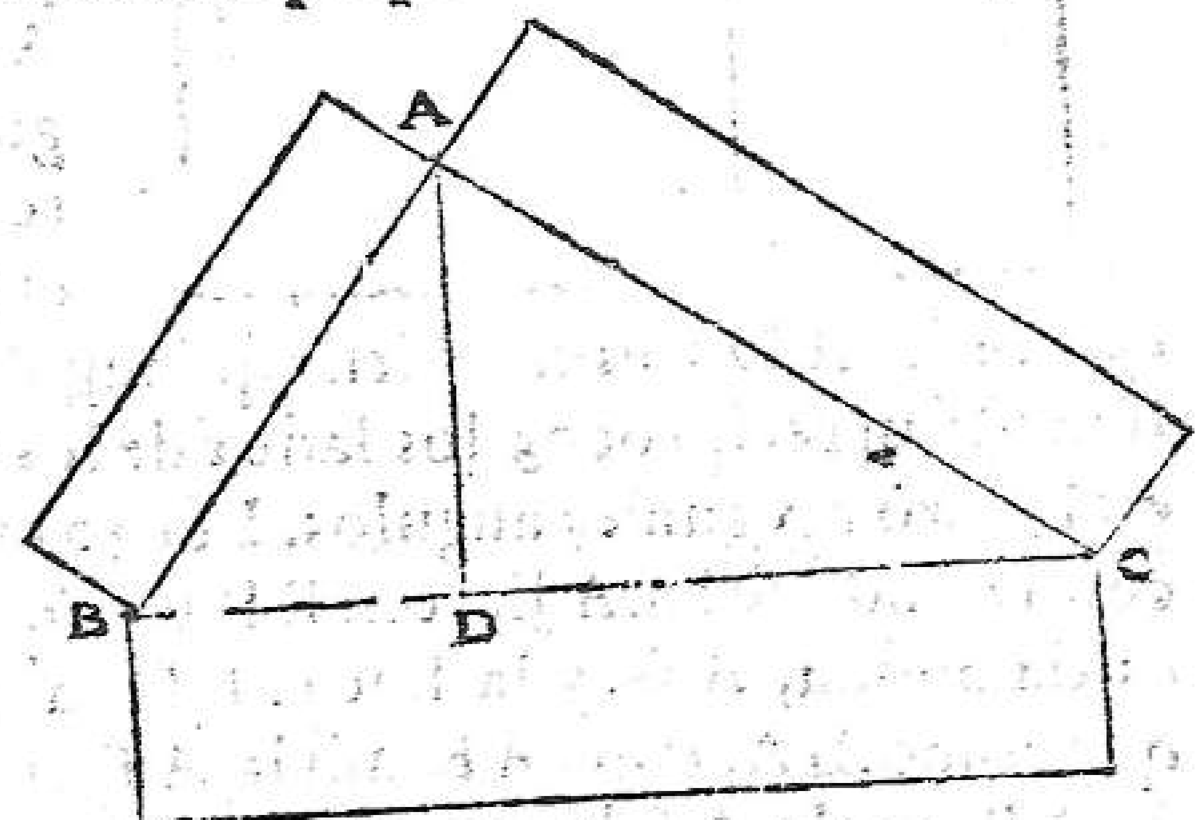
que reſta. A D. y es tambien equiangulo, luego (por la. 14. del ſexto) ſon reciprocos los lados de los miſmos. B Z. D A. que eſtã junto a yguales angulos. Luego es que como ſe ha. Z E. con. D E. aſſi ſe ha. A E. con. E B. y es Z E. ygual a la, A C. eſto es ala miſma, A B. y la linea. E D. a la linea. A E. luego es que como. B A. con. A E. aſſi la, A E. con la, E B. y es mayor la. A B. que la, A E. luego mayor es la. A E. que la. E B, luego la linea recta. A B. es diuidida en el puncto. E. con razõ extrema y media y ſu mayor parte es. A E. lo q̃l cõuino hazerſe

¶De otra manera. Sea la linea recta dada. A B. cõuiene diuidir la miſma, A B, cõ razõ extrema y media, Corteſe la, A B, en, E (por la, 11, del, 2.) de manera q̃ el rectangulo comprehendido debaxo dela, A B, y dela, B E, ſea ygual al quadrado de la, E A, Pues porq̃ el rectangulo que es contenido debaxo dela, A B, y dela, B E, es ygual al quadrado de la, E A, luego (por la, 17, de eſte) como la B A. cõ la, A E, aſſi la, A E, con la E B. luego la, A B, es diuidida con razon eſtrema y media, Lo qual conuenia hazerſe.

Theorema.21. Proposicion. 31.

¶En los triágulos rectágulos la figura q̃ se haze del lado opuesto al angulo recto es ygual a las figuras semejátes y semejátemente hechas delos lados que cóprehé den al angulo recto

Sea el triangulo. A B C, que tiene el angulo recto, B A C. digo que la figura que se haze dela. B C. es ygual a aquellas figuras semejantes y semejantemente hechas dela. B A, y dela A C. Saquese. (por la. 12. del. 1.) la perpédicular. A D. pues por que enel triangulo rectangulo, A B C. desde el angulo recto A. sobre la basis. B C. se tiro la perpendicular. A D. los triangulos. A B D. A D C de junto a la perpé dicular son semejá tes al todo. A B C. y tábien entre si (por la. 8. dl. 6). Y porq̃s semejante. A B C. al mismo. ABD. luego es q̃ como. C B. con B A. afsi. A B. có. B D y porq̃ tres lineas



rectas son proporcionales luego (porel corelario. 2, dela. 20 del. 6.) es que como la, primera con la tercera asi la figura que es descripta dela primera có aquella que dela segúda, semejante y semejantemente. Luego como. C B. có, B D. asi la figura que dela. B C, con la que es descripta de la. B A. semejante y semejantemente, Y tambien por lo mismo como. B C con. C D. asi la figura que es dela, B C. con la que de la. C A, Por lo qual como la, B C, con la, B D, y la, D C, asi la figura que se haze dela, B C, con aquellas que debajo de, B A, y de, A C, son descriptas semejantes y semejantemente, Pero es ygual la, B C. a, B D, y, D C, luego es ygual la figura que se ha ze de la.B C.a aquellas figuras ſemejantes y ſemejantemen-te hechas de la,B A,y de la,A C.Luego en los triangulos re-ctangulos la figura que ſe haze de el lado opueſto al angulo recto es ygual a las figuras ſemejantes y ſemejantemente he chas de los lados que comprehenden al angulorecto,lo qual conuino demoſtrarſe,

De otra manera,

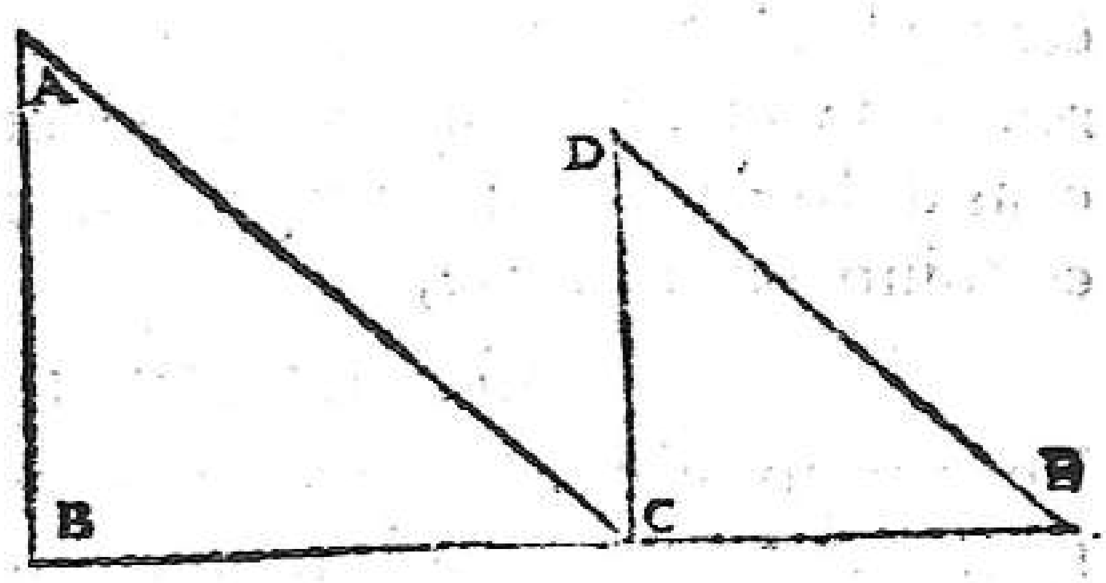
Porque por el corelario primero de la,20.del.6.) ſemejantes figuras eſtan en doblada razon de los lados de ſemejante ra-zon,la figura dela.B C.a aquella que es de la,BA.tiene dobla da razon que la.C B.a la B A.Y el quadrado d̃ la. B C. al qua-drado dela,B A.tiene doblada razon que la.C B.a la.B A.lue go como la figura que es de la.C B,a aquella figura que es de la,B A.aſſi el quadrado dela, C B,al quadrado de la.B A.y tã-bien por tanto como la figura que es de la, B.C.a la figura de la,C A.aſſi el quadrado dela. B C.a los quadrados de la. B A. y de la.A C,Pero el quadrado de la, B C. es ygual a los qua-drados de la.B A.y dela.A C(por la.47.del.1.)luego la figura de la.B C.es ygual a aquellas figuras que ſon ſemejantes y ſe mejantemente hechas dela.B A.y de la .A C.

Theorema.22. Propoſicion.32,

¶Si dos triangulos ſe cõponen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados,en manera que los lados que ſonde ſemejante razon ſean tambienparalellos,eſta ran en linea recta los de mas lados de los miſ mos triangulos.

Sean los dos triãgulos.A B C.D CE.q̃ tengã los dos lados B A.A C.proporcionales a los dos lados.D C,D E.q̃ como ſe ha la.A B.cõ la.A C.aſſi la.D C,cõ la.D E.y parallela la. A B.

a la.D C.y la.A C.a la.D E.Digo que. B C. esta en linea recta cō.CE.porque la.A B.es parallela a la. D C. y sobre ellas cae la linea recta.A C.luego (por la.29.del.1.) los angulos alternos.B A C.A C D.son yguales entre si Y por tanto tambien el angulo, C D E. es ygual al angulo,A C D,por lo qual el angulo. B A C. es

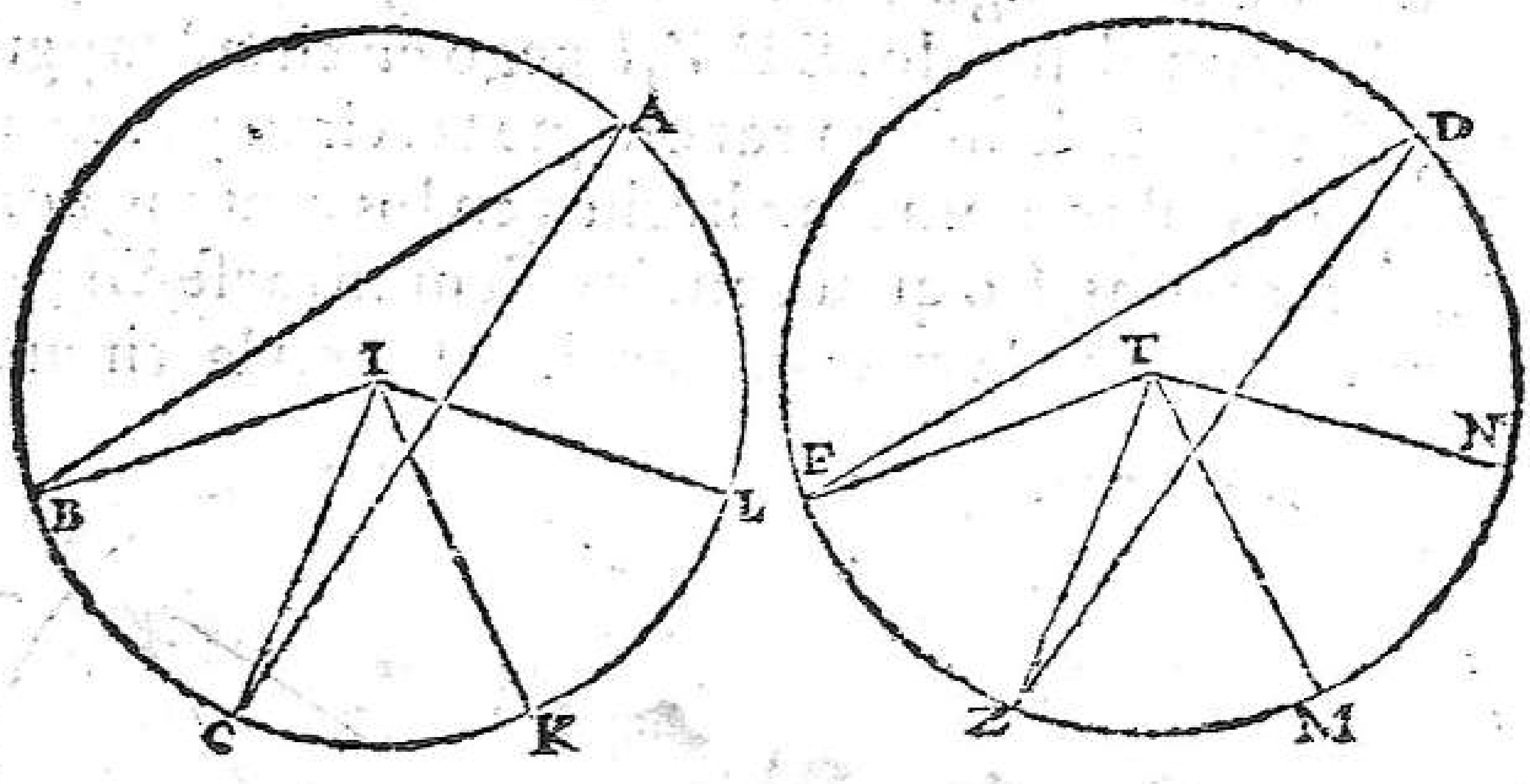


ygual al angulo,C D E.y porque son dos triāgulos, A B C. C D E.q̄ tienen el vn angulo. A,ygual al vn angulo,D.y los lados de junto a yguales angulos proporcionales que como. B A. con.A C.assi,C D.con.D E.luego(por la.6.del.6.)el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo.D C E, Luego el angulo. A B C.es ygual al angulo,D C E.y demostrose el angulo,A C D ser ygual(por la.29.del.1.)al angulo.B A C.luego todo el angulo.A C E.es ygual a los dos.A B C.B A C.pongase comū el angulo.A C B.luego los angulos.A C E, A C B, son yguales a los angulos.C A B.A C B.C B A,pero los angulos.B A C.CBA A C B(por la.32.del.1.)son yguales a dos rectos,luego los angulos.A C E.A C B.son yguales a dos rectos. Y desde vna linea recta,A C.y de vn puncto en ella,C. tiradas dos lineas.B C.C E.no hazia vnas mismas partes,de vn cabo y otro hazen los dos āgulos.A C E.A C B.yguales a dos rectos, luego(por la.14.del.1.)en vna linea recta esta la,B C.con la.C E.luego si dos triangulos se componen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados, en manera que los lados que son de semejante razon sean tambiē parallelos, estaran en linea recta los demas lados de los mismos triangulos lo qual conuino demostrarse.

Theorema.23. Proposicion.33

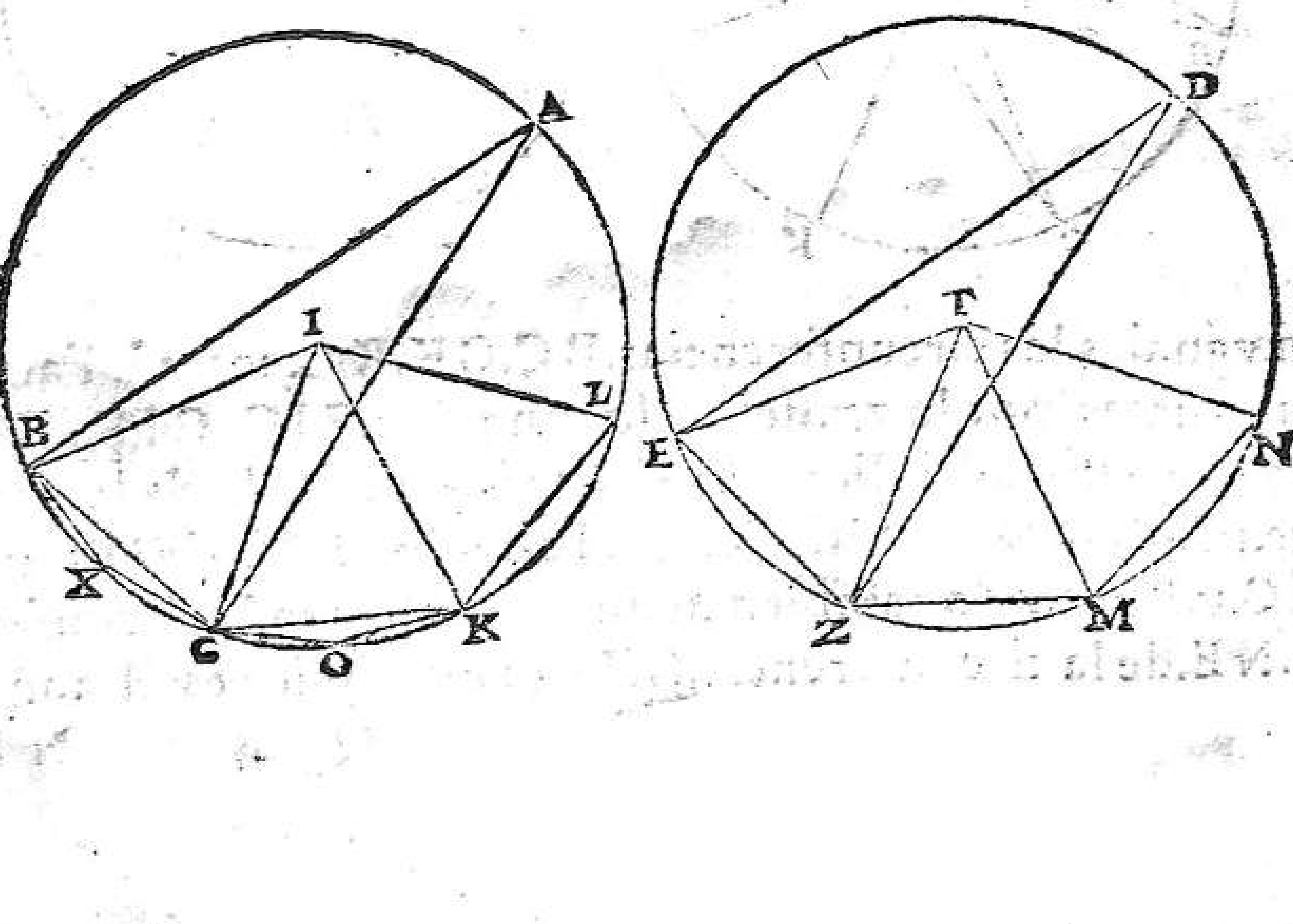
¶En circulos yguales los angulos tienē la mi ma razon que las circunferēcias ſobre lasqua les eſtan, aora ſean hechos en los centros aora en las circunferencias: y tambien los ſectores que ſon los hechos en los centros.

Sean los circulos yguales. A B C. D E Z, y en ſus centros. I.T, eſten los angulos. B I C, E T Z. y en ſus circunferencias eſten los angulos. B A C. E D Z. Digo que como ſe ha la circunferencia. B C. con la circunferencia. E Z. aſſi es el angulo. B I C con el āgulo. E T Z y el angulo, B A C. con el angulo. E D Z y de mas deſto el ſector. I B C. con el ſector. T E Z. pongan ſe (por la veynte y ocho del. 3.) por orden algunas circunferencias yguales a la circunferencia. B C. y ſean. C K. K L. y algunas circunferencias. Z M. M N, yguales a la circunferencia E Z. y tiren ſe las lineas rectas, I K. I L. T M. T N. Pues porque



ſon yguales las circunferencias. B C. C K. K L. entre ſi. Tambiē ſon yguales (por la. 27. del. 3,) los angulos. B I C. C I K. K I L Luego quan multiplice es la circunferencia. B L. de la circunferencia. B C, tan multiplice es el angulo. B I L. de el angulo B I C. y Por tanto tambien quan multiplice es la circunferencia. N E. de la circunferencia, E Z, tan multiplice es el angulo

NTE.del angulo.E T Z,Luego si la circūferēcia.B L.es ygual a la circūferencia. E N.ygual es tambien el angulo,B I L.al angulo.E T N,y si la circunferencia. B L.es mayor que la circūferencia.E N.tābien es mayor el angulo.B I L.q̄ el angulo . E T N.y si menor menor.Luego siēdo quatro quantidades,dos circunferencias,B C.E Z.y dos angulos que son.B I C. E T Z. se toman de la circunferencia.B C.y del angulo.B I C. los ygualmente multiplices que son la circūferēcia,B L . y el angulo B I L.y dela circūferencia.E Z.y del āgulo.E T Z.la circūferēcia.E N.y el angulo.E T N,y esta demostrado que si la circunferencia.B L,excede a la circunferēcia. E N,tābien el angulo B I L .excede al angulo,E T N, y si ygual , ygual , y si menor menor,luego sera,por la.6.definicion del.5,q̄como la circunferencia.B C,se ha con la circunferencia.E Z.assi el angulo.B I C.con el angulo,E T Z,Pero como se ha el angulo.B I C. cō el angulo,E T Z,assi el angulo.B A C , con el angulo, E D Z, porque cada vno(por la,20,del,3,)es duplo de cadaqual,luego sera que como se ha la circunferencia,B C,con la circunferencia.E Z.assi el angulo,B I C,con el angulo,E T Z,y el angulo,B A C,con el angulo, E D Z,Luego en circulos yguales los angulos tienen la misma razon que las circunferencias sobre las quales estan,aora sean hechos en los centros,aora en las circunferencias,Lo qual conuino demostrarse,Digo tambien que como se ha la circunferencia.B C,con la circunferē



cia

cia.T Z.assi el sector.I B C,con el sector,T E Z,Tiren se las lineas,B C,C K,y tomados sobre las circunfer encias, B C,C K los punctos, X.O,tirense las lineas,B X,X C,C O,O K,ypor que(por la.15,definicion del,1.)las dos,B I,I C,son yguales a las dos,C I,I K,y abraçan yguales angulos,Luego(por la, 4, del,1,)la basis,B C,es ygual a la basis,C K,y el triangulo, I B C.es ygual al triãgulo,I C K,y porque es ygual la circunferencia.B C.a la circunferencia. C K. luego la circunferencia que resta,y cumple todo el circulo.A B C.es ygual a la circunferẽcia que resta,y cumple todo el cir culo mismo. A B C.Por lo qual tambien el angulo.B X C.es ygual al angulo.C O K.Luego(por la.10.difinició del.3.)el segmento.B X C. es semejãte al segmento.C O K.y estan en la s lineas rectas yguales. B C K C.y los segmentos de circulos semejantes que estan ẽyguales lineas rectas,ellos entre si son yguales(por la,24.del. 3.) luego el segmento.B X C.es ygual al segmento.C O K. Pero el triangulo.I B C.es ygual al triangulo .I C K. luego todo el sector.I B C.es ygual a todo el sector.I C K.(por la primera comun sentencia)y por tanto tambien el sector. I K L. es ygual a cada vno de los dos.I B C.I C K. Luego los tres sectores.I B C, I C K.I K L.son yguales entre si,y por tanto tãbien son yguales entre si los sectores.T E Z.T Z M.T M N. luego quan multiplice es la circunferencia. B L. de la circunferencia.B C.tan multiplice es el sector.L I B. de el sector. I B C.y tambien por lo mismo quan multiplice es la circunferencia. N E.de la circunferencia.E Z.tã multiplice es el sector.T F N de el sector.T E Z,Luego si la circunferencia.B L. es ygual a la circunferencia.E N.ygual es tambien el sector.B I L, al sector,E T N.y si la circunferencia.B L.excede a la circunferẽcia.E N.excede tambien el sector.B I L.al sector. T E N. y si falta,falta.luego siendo quatro quantidades,dos circunferẽcias.B C.E Z.y dos sectores.I B C,E T Z.son tomados los ygualmente multiplices de la circunferencia.B C.y del sector I B C.la circunferencia.B L.y el sector.I B L.y dela circunferencia.E Z.y de el sector,T E Z. la circunferencia. E N. y el ſector.T E N.y eſta demoſtrado que ſi la circunferencia.B L excede a la circunferencia.EN.que tambien excede el ſector B I L.al ſector.E T N.y ſi ygual,ygual,y ſi falta,falta . Luego ſera(por la conuerſion de la primera definicion del ſexto) q̃ como ſe ha la circunferencia. B C. con la . E Z . aſſi el ſector. I B C.con el ſector.T E Z.Lo qual ſe auia de demoſtrar.

Corelario.

Y manifieſta coſa es que como ſe ha el ſector con ſector,aſſi el angulo con elangulo ,

¶Finis.

¶Fin del libro ſexto.

Folio	Plana,	Ringlon.	Quiteſe	Pongaſe
7	1	22	ran	tan
7	2	12	pareciẽdo	pareciendo
10	1	21	8	28
12	1	1	ſon	
12	2	27	ſabricado	fabricado
13	2	6	meuor	menor
14	1	19	triaugulo	triangulo
14	2	4	DEZ	DZE
15	1	26	baſ	baſis
16	2	2	EZ	ZD
17	1	10	corte ſe	corteſe en
19	2	13	z	3
23	1	8	pribera	primera
23	1	18	yor el	yor q̄ el
24	1	1	FZ	EZ
24	1	8	EDC	EDZ
26	1	11	BET	BI T
26	2	15	EAD. AD C:	ZAD, ADB
27	2	6	BCD	BDC
29	2	1	y en	y eſtan en
30	1	23	eſten	y eſten
31	1	16	ZECI	ZEIC
32	1	13	eſtiendeſe	eſtiendaſe
32	2	16	ITL	TIL
33	1	2	KZ.LM	KZML
33	2	8	BDCE	BDEC
34	1	1	y eſta	y eſtan
34	2	16	dos del	del
36	2	29	ZD	ZC
37	1	1	ſe B D etc. haſta do dize gonal B D. en, quiteſe todo eſto.	
37	2	17	BC	y BC

430.000
Raro

Folio	Plana	Ringlon.	Quite se	Pongase.
40	1	35	SQE	SQF
40	2	4	y son	son
42	1	35	gual	ygual
43	1	27	CB	CA
43	1	28	de la.B.	dela BA
44	2	2	a la.E	a la.ED
50	1	15	cirulo	circulo
53	2	13	CD	ZD
55	1	19	y por la	por la
57	2	22	CAB	EAB
60	1	11	DE	DC
62	1	20	BC	BCD
66	1	13	y d̃ la	y dela
69	1	18	tar a vna	tar vna
69	2	31	EDC	EDZ
75	1	18	T	TI
76	2	6	LMC	LMI
82	1	18	FZ	EZ
91	1	18	M.la.	M.de la
92	2	12	dos vna,	dos envna
96	1	8	la punta	su punto mas alto
99	2	4	la punta	el punto
107	1	13	el porq̃ es q̃ es.	porq̃ el q̃ es
108	1	17	AIB	IAB
108	1	18	CZD	ZGD
108	1	19	DCZ	DZC
110	1	4	ITK	LTK

Eratas delas figuras

en la figura dela.27.del.1.enla linea.AEE diga.AEB.enla figura dela.41.tire se vna linea dela·A.hasta la.C.enla.24,del.3 en el circulo.AB.pongase vna.E.enla.18.del.6.enla figura.EZ DD.pon EZCD.

Cme