

# 周易与多重复数

苑广明

二〇一二年十二月二十一日

《易经》也称《周易》或《易》，是中国传统思想文化中自然哲学与伦理实践的根源，对中国文化产生了巨大的影响。多重复数是演绎物质世界运动本质的数学工具。完善的多重复变函数理论可以演绎完整的理论物理学体系。本文的目的就是揭示两者本质的关系。

结论易经的数学模型就是多重复数。

关键词：易经，多重复数，理论物理。

## 1 多重复数系

多重复数系  $Z_n$  定义如下：

令  $Z_0$  为实数系。对每个  $n > 0$ 。

令  $i_n$  的平方等于  $-1$ ，然后  $i_0 = 1$ 。

即有多重复数系中  $i_n i_m = i_m i_n$  符合（交换律）。

说明多重复数系是数系的一元扩展。即 1-形式：

$$Z_n = X_n + Y_n i_n : X_n, Y_n \in Z_{n-1} \quad Z_n \text{ 为多重复数。}$$

这样  $Z_0$  就是实数系， $Z_1$  就是复数系， $Z_2$  是双复数系， $Z_3$  是三复数系，

而  $Z_n$  是  $n$  阶的多重复数。

每个  $Z_n$  形成一个巴拿赫代数。

多重复数系不能和克利福德代数混淆。因为克利福德代数里-1 的平方根是反交换的 ( $i_n i_m + i_m i_n = 0$ )。克利福德代数是数系的多元扩张, 是 2-形式。

与子代数  $Z_k$  的关系 ( $k = 0, 1, \dots, n-1$ ): 多重复数系  $Z_n$  在  $Z_k$  上的维数为  $2^{n-k}$ 。当  $k=0$  时  $Z_n$  的维数为  $2^n$ 。

也就是说  $Z_n \in Z_{n-1}$ 。数系的一元扩展始终是前一多重复数空间的二维线性空间。

具体的多重复数:

$$Z_1 = X_1 + Y_1 i_1 \quad : \quad X_1, Y_1 \in Z_0 (R^*) \text{ 这里 } R \text{ 为超实数系集合。} \quad Z_1 \in R^2$$

$$Z_2 = X_2 + Y_2 i_2 \quad : \quad X_2, Y_2 \in Z_1 \quad Z_2 \text{ 为双重复数。} \quad Z_2 \in Z_1^2$$

$$Z_3 = X_3 + Y_3 i_3 \quad : \quad X_3, Y_3 \in Z_2 \quad Z_3 \text{ 为三重复数。} \quad Z_3 \in Z_2^2$$

$$Z_n = X_n + Y_n i_n \quad : \quad X_n, Y_n \in Z_{n-1} \quad Z_n \in Z_{n-1}^2 \quad Z_n \text{ 为多重复数。}$$

演绎单独物质的多重复数满足  $SZ_n$  的模等于 1。即  $\|SZ_n\| = 1$ 。

同时我们不要忽略每一个  $X_n$  和  $Y_n$  都有无穷小的结构。并且属于不同级别的无穷小。

$$\text{即真实的多重复物质函数} \quad Z_n = A_n X_n + B_n Y_n i_n$$

$$A_n, B_n \in (R^*) \text{ 这里 } R \text{ 为超实数系集合。} \quad X_n, Y_n \in Z_{n-1}, \quad i_n^2 = -1。$$

对区别于克利福德代数  $i_n i_m = i_m i_n$  的交换性说明, 同一物质的不同形态之间的顺序是可以交换的, 而不同物质之间的代数规则是反交换的。

**博特周期性定理**描述了酉群的同伦群和正交群同伦群的周期性。

简单的讲:

$$\begin{aligned}\pi_k(U) &= \pi_{k+2}(U) \\ \pi_k(O) &= \pi_{k+4}(Sp) \\ \pi_k(Sp) &= \pi_{k+4}(O), \quad k = 0, 1, \dots.\end{aligned}$$

注意第 2 和第 3 个等式蕴涵了正交群的同伦群具有周期 8。

$$\begin{aligned}\pi_k(O) &= \pi_{k+8}(O) \\ \pi_k(Sp) &= \pi_{k+8}(Sp), \quad k = 0, 1, \dots\end{aligned}$$

多重复数的展开形式为标准的辛结构，所以多重复数的同伦周期为 8。在物理意义上同伦的概念可以和性质相似等同。

## 2 易經

易经的内容以“卦”组成，共有六十四卦。每一卦由六层组成，每一层称为“爻”。每一爻以一条长的横线“—”代表阳，称为“阳爻”；或以两条断开的横线“--”代表阴，称为“阴爻”。从最底层数起，总共有六爻，而六爻以不同的阴、阳配搭，形成六十四种不同的组合。

六爻可以分为上半部分和下半部分，而每一部分的三个“爻”以不同的阴、阳配搭，形成多种不同的组合，称为卦。六爻由下而上解最下为：《初、二、三、四、五及上》，由三爻所生的卦“由上而下”为之（上卦）或“外卦”、在下方为之“下卦”或“内卦”。

每一卦代表一种状态或过程。

亦有一个说法为伏羲氏所创先划出三画的爻出来再推出（乾）、（坤）、（震）、（离）、（巽）、（坎）、（艮）、（兑）的卦。

后人以“无极生太极、太极生两仪、两仪生四象、四象生八卦、

八卦生六十四卦”来解释的卦的构成。

### 3 多重复数与易经的关系

对于  $Z_n = X_n + Y_n i_n$  :  $X_n, Y_n \in Z_{n-1}$        $Z_n \in Z_{n-1}^2$   $Z_n$  为多重复数。

用  $\overline{\text{☰}}$  及  $\overline{\text{☷}}$  替代 X 和 Y 的基，则多重复数的形式为：

$$Z_n = X_n \overline{\text{☰}}_n + Y_n \overline{\text{☷}}_n。$$

在这里  $\overline{\text{☷}}_n^2 = -1$ ，我们展开  $Z_n$  有：

$$Z_1 = X_1 \overline{\text{☰}}_1 + Y_1 \overline{\text{☷}}_1$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= X_2 \overline{\text{☰}}_2 + Y_2 \overline{\text{☷}}_2 = (X_{11} \overline{\text{☰}}_1 + Y_{11} \overline{\text{☷}}_1) \overline{\text{☰}}_2 + (X_{21} \overline{\text{☰}}_1 + Y_{21} \overline{\text{☷}}_1) \overline{\text{☷}}_2 \\ &= X_{11} \overline{\text{☰}}_{\text{太阳}} + Y_{11} \overline{\text{☷}}_{\text{少阳}} + X_{21} \overline{\text{☷}}_{\text{少阴}} + Y_{21} \overline{\text{☰}}_{\text{太阴}} \end{aligned}$$

注意下面一横代表 1。同理：

$$\begin{aligned} Z_3 &= X_3 \overline{\text{☰}}_3 + Y_3 \overline{\text{☷}}_3 = (X_{111} \overline{\text{☰}}_{\text{太阳}} + Y_{111} \overline{\text{☷}}_{\text{少阳}} + X_{211} \overline{\text{☷}}_{\text{少阴}} + Y_{211} \overline{\text{☰}}_{\text{太阴}}) \overline{\text{☰}}_3 + \\ &\quad (X_{311} \overline{\text{☰}}_{\text{太阳}} + Y_{311} \overline{\text{☷}}_{\text{少阳}} + X_{321} \overline{\text{☷}}_{\text{少阴}} + Y_{321} \overline{\text{☰}}_{\text{太阴}}) \overline{\text{☷}}_3 \\ &= X_{111} \overline{\text{☰}}_{\text{☰}} + Y_{111} \overline{\text{☷}}_{\text{☰}} + X_{211} \overline{\text{☷}}_{\text{☰}} + Y_{211} \overline{\text{☰}}_{\text{☰}} + X_{311} \overline{\text{☰}}_{\text{☷}} + Y_{311} \overline{\text{☷}}_{\text{☷}} + X_{321} \overline{\text{☷}}_{\text{☷}} + Y_{321} \overline{\text{☰}}_{\text{☷}} \end{aligned}$$

根据博特周期性定理：多重复数的同伦周期为 8。所以八卦是客观世界最基本的客观规律。同理客观规律下一个完整的周期为 64。所以多重复数和易经有着同样的结构内涵。只是周易的表示符号要比单纯的基底要形象 and 深刻。而多重复数是现代数学和物理学体系的演绎和发展。

结论：多重复数是易经的数学表示形式。通过对多重复数的深入研究可以进一步揭示客观世界的规律。