

质数具有关于正整数对称分布规律的提出依据和推理过程

兼谈命题：“当 $n \geq 4$ 时，必两个不同的奇素数 p 和 q 满足 $n-p = q-n$ ”的深层次意义

关于素数分布规律的研究与精确表述，是数论的经典问题之一。虽然这个问题仍然没有得到根本性的解决，但是，我们已经得到了许多有价值的结果。这其中，一个著名的结论是 **Bertrand 公设**：当 $n \geq 1$ 时，必有一个素数 q 满足 $n < q \leq 2n$ 。该定理对素数的分布加以粗略描述，但给出了严格的密度下限。从该定理出发，可以得出结论：当 $n \geq 4$ 时，必有一个奇素数 q 满足 $n < q < 2n$ 。

对于任给整数 $n \geq 4$ ，恒有最小奇素数 3 满足 $3 < n$ ，综合以上，可以得出一个更深层的结果：当 $n \geq 4$ 时，必有两个不同奇素数 p 和 q 满足 $3 \leq p < n < q < 2n$ 。

在正整数中，对于任给两个不同的奇素数 p 和 q ，从 p 计数到 q ，得出的数值一定为奇数，设为 $2d+1$ ，有 $d \geq 1$ 。因此，有且必有一个整数 $n \geq 4$ 满足关系式 $n-p = q-n$ 。并且 $n-p = d$ ； $q-n = d$ ，即：任意两个不同奇素数一定对称分布于一个正整数 (≥ 4)。在此基础上，我们很自然地提出如下猜测：(是不是)对于每一个整数 $n \geq 4$ ，在区间 $[1, 2n]$ 上，都至少存在两个(一对或者称为一组)不同奇素数 p 和 q 满足 $n-p = q-n$ ，其中 $3 \leq p < n < q < 2n$ ，即：对于任给正整数 (≥ 4)，至少存在两个(一对或者称为一组)不同奇素数对称分布于该正整数 (≥ 4)。

又 $n-p = q-n \Leftrightarrow n = (p+q)/2$ ，该命题蕴含的完备性为每个正整数 (≥ 4) 和两个不同的奇素数确立了一个明确的数量关系：每个正整数 (≥ 4) 可表为两个不同奇素数的算术平均数。

应当指出，在正整数中，该命题并不是孤立存在的，下面是四个具有数理逻辑上的对称和递进意义的命题：

- (1) 当 $n \geq 2$ 时，必两个不同的奇数 a_1 和 a_2 满足 $n-a_1 = a_2-n$ 。
- (2) 当 $n \geq 3$ 时，必两个不同的偶数 b_1 和 b_2 满足 $n-b_1 = b_2-n$ 。
- (3) 当 $n \geq 4$ 时，必两个不同的奇素数 c_1 和 c_2 满足 $n-c_1 = c_2-n$ 。
- (4) 当 $n \geq 5$ 时，必两个不同的偶合数 d_1 和 d_2 满足 $n-d_1 = d_2-n$ 。

以上就是提出质数具有关于正整数对称分布这一规律的依据和推理过程，当然，这一命题也只是反映艰深复杂的素数分布状况的一个侧面，为进一步深入研究素数的分布规律提供一个新的观察角度和研究方向。