ROMPECABEZAS GEOMÉTRICOS[1]

Ana Bressan

"El proceso de visualización es usual en el trabajo con muchos de los elementos considerados para las matemáticas; constituye un recurso fundamental para promover la actividad intelectual ya que sirve de puente entre el mundo real y la actividad mental de los individuos.
[…]
Un buen modelo pictórico es necesariamente generativo, ha de ser capaz de generar un ilimitado número de sentencias partiendo de un número limitado de reglas; estos modelos son genuinamente utilizados en el desarrollodel pensamiento productivo"[2]

"La geometría de Euclides continúa sorprendiéndonos y entreteniéndonos. Los elementos de la geometría plana - puntos, líneas, círculos - son los ladrillos de muchas estructuras maravillosas"[3]

Los rompecabezas geométricos juntan ambas propiedades: son estimuladores de la actividad intelectual y generadores de problemas. Además de entretener, pueden ser explotados por los docentes desafiando a los alumnos para que visualicen formas y propiedades, mejorando sus representaciones mentales; incrementen su vocabulario geométrico a través de descripciones correctas y prueben propiedades geométricas y métricas encerradas en ellos.

Podemos considerar distintos tipos de rompecabezas geométricos: por unión (dadas las piezas se compone una figura) y por disección (implica cortar de manera específica, cualquier figura geométrica para obtener otras). Dentro de esta última clase además están aquellos rompecabezas que buscan dividir la pieza original en un número finito de piezas, reacomodándolas luego para obtener otra figura.

A continuación, y a título de ejemplo, presentamos un rompecabezas exagonal (correspondiente al primer tipo) y una serie de actividades para trabajarlo (una vez armado por los mismos alumnos, lo cual ya de por sí posee una riqueza importante).

Ellas permitirán profundizar y probar propiedades de los ángulos, lados, bases medias, simetrías y semejanzas de triángulos y polígonos, implicando también el uso de instrumentos de medida y geometria.

A medida que se avanza en el nivel de escolaridad de los alumnos lo que se ve y trata al principio lúdica e intuitivamente, puede exigirse que se justifique y pruebe usando distintas formas de argumentación, hasta incluso la demostración matemática

Posteriormente a este trabajo se añaden otras propuestas, vinculadas a exágonos, que pueden completar otras miradas (aritméticas y algebraicas) respecto del tema. Queda al docente la selección de las actividades en función de su planificación y la realidad de sus alumnos.

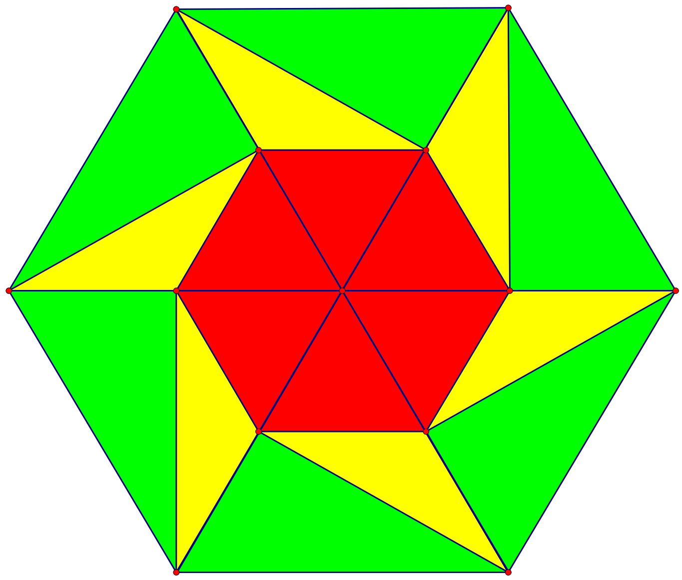
---

[1] En materiales para el aula, en esta misma página, colgamos una Galería de Puzzles Geométricos muy interesantes para trabajar con los alumnos.
[2] Castro Martínez E.: "Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones figurales". Colección Mathema. Ed. COMARES. España. 1995, p. 30
[3] Gardner M.: "The Colossal Book of Short Puzzles and Problems". Editado por Dana Richards. 2006, p. 107.

EL ROMPECABEZAS EXAGONAL: ¿DÓNDE ESTÁ LA MATEMÁTICA?

Extraído de Ivan Moscovich, *Deviously Difficult Mind-Bending Puzzles,* 2004, Nueva York: Sterling Publishing.

Adaptación B. Zolkower y participantes del GPDM



Existen dos maneras de trabajar con este rompecabeza: dándoselo para hacer antes de trabajar con las preguntas sugeridas, o bien dándoles el rompecabeza armado y que vayan directamente a contestar las preguntas.

Optamos por la primera

Se reparten las piezas en colores a los alumnos para que armen libremente un exágono regular. Luego de realizado esto, los alumnos pueden copiar los distintos diseños que hayan surgido en papeles afiches para tenerlos a la vista de toda la clase. Posteriormente, los alumnos pasan a contestar las siguientes preguntas - que podrán seleccionarse de acuerdo al año escolar y a lo planificado curricularmente por el docente. Para poder hacer esto el docente debe realizar primero por si mismo la actividad a fin de anticipar posibles ideas y estrategias de sus alumnos y pensar su acción didáctica para llevarlos al máximo de sus posibilidades de razonamiento, comunicación y resolución de porblemas, de acuerdo al tópico involucrado en cada pregunta. El pedido de justificación de las afirmaciones que surjan, posiblemente primero de la visualización del rompecabezas y luego del uso de la medida, llevará a los alumnos a intentar pruebas basadas en las propiedades geométricas de las figuras y a la posibilidad de discutir condiciones necesarias y suficientes para la construcción de este rompecabeza.

Contesten (individualmente o por grupos):

1. ¿Qué clases de triángulos hacen este rompecabezas?
2. ¿Cómo están relacionados unos con otros?
3. ¿Cómo construirías el rompecabezas con transportador?

4. ¿Cómo construirías el rompecabezas con regla y compás?
5. ¿Qué propiedades del exágono regular han usado en cada tipo de construcción?
6. Encuentren otras formas de hacer un exágono con estas piezas (¡existen al menos 15 maneras!)
7. ¿Qué relaciones conoces de los tres tipos de triángulos entre sí que te ayudan a encontrar maneras de unirlos para construir el rompecabeza? ¿De cuántas maneras puedes hacerlo?
8. ¿Cuáles de esas formas son simétricas? ¿Cuáles no?
9. ¿Qué tipos de simetrías pudiste encontrar al solucionar el rompecabezas?
10. ¿Qué fracción del rompecabezas es roja (o está hecha con triángulos equiláterosrectángulos)? (Lo mismo para la amarilla -triángulos isósceles- y la verde -triángulos rectángulos).
11. a) Agranda el rompecabezas 4 veces es tamaño actual.
    b) Reduce el rompecabezas a ¼ del actual.
    c) Encuentra una regla para ampliar o reducir este rompecabezas a cualquier tamaño.

- Sobre la base del estudio de este rompecabezas, diseña uno propio que sea:

a) un rompecabezas exagonal diferente (con piezas diferentes)
b) un octógono
c) un pentágono

A estos problemas podemos enriquecerlos presentando otros afines como los siguientes:

MÁS SOBRE HEXÁGONOS:

a) Hexágono: ¿Se puede cortar un pedazo de cartón con la forma de un hexágono regular dentro de 8 cuadriláteros congruentes?

b) Diseños hexagonales

♥

♥ ♥
♥ ♥ ♥
♥ ♥

♥ ♥ ♥
♥ ♥ ♥ ♥
♥ ♥ ♥ ♥ ♥
♥ ♥ ♥ ♥
♥ ♥ ♥

a) Dibuje el próximo diseño.
b) ¿Cuántos corazones tiene?
c) ¿Cuántos corazones tendría el décimo diseño? ¿Cómo lo sabe?

Encuentre una fórmula que nos permita obtener el número de corazones de cualquier diseño como los de arriba.

c) Hexágonos y triángulos: Un triángulo equilátero y un hexágono regular tienen igual perímetro. Encontrar la razón entre sus áreas.

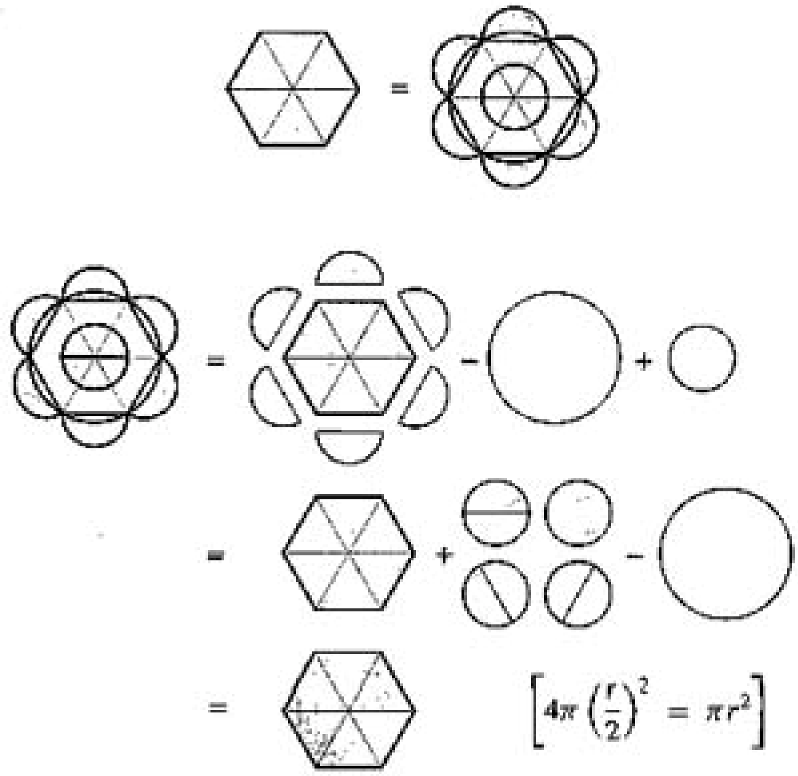
d) Dos hexágonos regulares: Sin usar raíces, encontrar la razón de las áreas de los hexágonos inscriptos y circunscriptos en un mismo círculo.

E) Lúnulas y hexágonos: Extraído de LUNES AND THE REGULAR HEXAGON (Mathematics Magazine, Vol. 75, Number 4, October 2002)

Teorema:
Si un hexágono regular es inscripto en un círculo y seis semicículos son construidos sobre sus lados, el área del hexágono es igual al área de los seis semicírculos más el área del círculo cuyo diámetro es de igual longitud que un lado del hexágono (Hipócrates de Quío, a. 440 a.C.)

THEOREM. If a regular hexagon is inscribed in a circle and six semicircles constructed on its sides, then the area of the hexagon equals the area of the six lunes plus the area of a circle whose diameter is equal in length to one of the sides of the hexagon. [Hippocrates of Chios, ca. 440 B.C.E]

Proof.



$$\left[4\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \pi r^2\right]$$

REFERENCE

1. William Dunham, *Journey through Genius*, John Wiley and Sons, New York, 1990, Chapter 1.

—ROGER B. NELSEN
LEWIS AND CLARK COLLEGE
PORTLAND, OR 97219