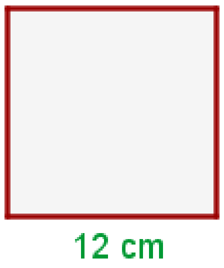
Geometría plana. Ejercicios resueltos

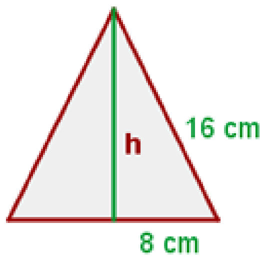
1 Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 12 cm de lado. ¿Serán iguales sus áreas?

$P_{cuadrado} = 12 \cdot 4 = 48$

$P_{triángulo} = 48$ $l = 48 : 3 = 16$



$A = 12^2 = 124$ m²



$$h^2 = 16^2 - 8^2$$

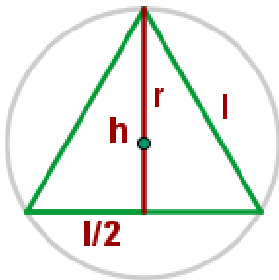
$$h = \sqrt{256 - 64} = 13.86$$

$$A_{\blacktriangle} = \frac{16 \cdot 13.86}{2} = 110.88 \text{ m}^2$$

2 Calcular el área de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio 6 cm.

El centro de la circunferencia es el baricentro. Por tanto:

$$r = \frac{2 \cdot h}{3} \qquad 6 = \frac{2 \cdot h}{3} \qquad h = 9 \text{ cm}$$



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \qquad h^2 = \frac{3l^2}{4}$$

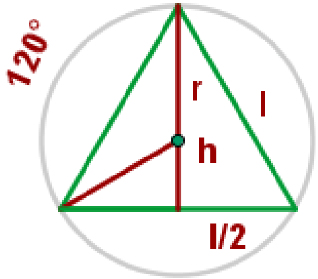
$$l = \frac{2h}{\sqrt{3}} \qquad l = \frac{2 \cdot 9}{\sqrt{3}} = 10.39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{10.39 \cdot 9}{2} = 46.77 \text{ cm}$$

Geometría plana. Ejercicios resueltos

3 Dado un triángulo equilátero de 6 m de lado, hallar el área de uno de los sectores determinado por la circunferencia circunscrita y por los radios que pasan por los vértices.

El centro de la circunferencia es el baricentro. Por tanto: $r = \frac{2 \cdot h}{3}$



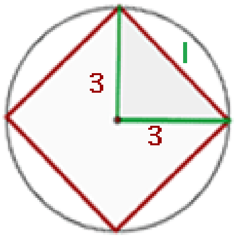
$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5.17 \text{ cm}$$

$$r = \frac{2}{3} \cdot 5.17 = 3.46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 3.46^2 \cdot 120}{360} = 12.57 \text{ cm}^2$$

4

Determinar el área del cuadrado inscrito en una circunferencia de longitud 18.84 m.

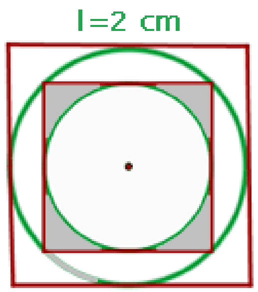


$$18.84 = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad r = \frac{18.84}{2 \cdot \pi} = 3 \text{ cm}$$

$$l = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$$

$$A = \left(\sqrt{18}\right)^2 = 18 \text{ cm}^2$$

5 En un cuadrado de 2 m de lado se inscribe un círculo y en este círculo un cuadrado y en este otro círculo. Hallar el área comprendida entre el último cuadrado y el último círculo.



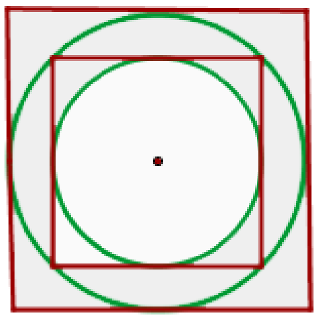
$l_1 = d_2 \qquad 2^2 = l_2^2 + l_2^2 \qquad 4 = 2l_2^2 \qquad l_2 = \sqrt{2}\ cm$

$r_2 = \frac{l_2}{2} \qquad r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\ cm$

$A_{\square} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2\ cm^2 \qquad A_{\bigcirc} = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1.57\ cm^2$

$A = 2 - 1.57 = 0.43\ cm^2$

6 Calcular el área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de 8 m de diagonal.



$l_1 = 8 \qquad R = 4\ cm$

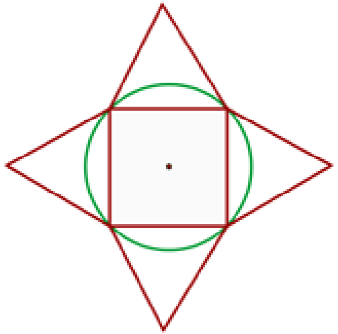
$l_1 = d_2 \qquad 8^2 = l_2^2 + l_2^2 \qquad 64 = 2l_2^2 \qquad l_2 = \sqrt{32}\ cm$

$r_2 = \frac{l_2}{2} \qquad r_2 = \frac{\sqrt{32}}{2}\ cm$

$A = \pi \cdot \left(4^2 - \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2\right) = \pi \cdot \left(16 - \frac{32}{4}\right) = 25.13\ cm^2$

Geometría plana. Ejercicios resueltos

7 En una circunferencia de radio igual a 4 m se inscribe un cuadrado y sobre los lados de este y hacia el exterior se construyen triángulos equiláteros. Hallar el área de la estrella así formada.



$$8^2 = l_\square^2 + l_\square^2 \qquad 64 = 2l_\square^2 \qquad l_\square = \sqrt{32}\ cm$$

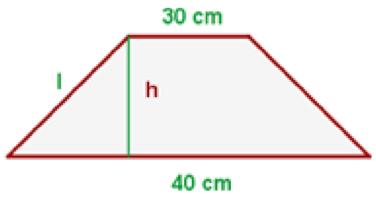
$$h_\triangle = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \qquad h_\triangle = \sqrt{32 - \frac{32}{4}} = \sqrt{24}\ cm$$

$$A_\square = \left(\sqrt{32}\right)^2 = 32\ cm^2 \qquad A_\triangle = \frac{\sqrt{32}\cdot\sqrt{24}}{2} = 13.86\ cm^2$$

$$A = A_\square + 4A_\triangle \qquad A = 32 + 4\cdot 13.86 = 87.43\ cm^2$$

8 El perímetro de un trapecio isósceles es de 110 m, las bases miden 40 y 30 m respectivamente. Calcular los lados no paralelos y el área.

$$110 = 40 + 30 + 2l \qquad l = 20\ m$$

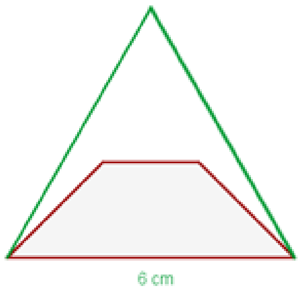


$$h = \sqrt{20^2 - 5^2} = 19.36\ m$$

$$A = \frac{(40+30)\cdot 19.36}{2} = 677.77\ m^2$$

Geometría plana. Ejercicios resueltos

9 Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, quedaría formado un triángulo equilátero de 6 cm de lado. Sabiendo que el trapecio tiene la mitad de la altura del triángulo, calcular el área del trapecio.



$$h_{\triangle} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5.20 \text{ cm}$$

$$h_{\square} = \frac{h_{\triangle}}{2} \qquad h_{\square} = \frac{5.20}{2} = 2.60 \text{ cm}$$

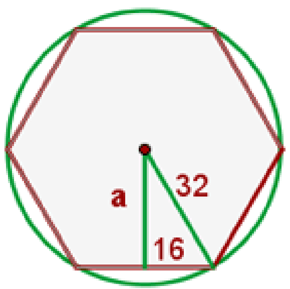
$$A_{\square} = \frac{(6+3)\cdot 2.60}{2} = 11.70 \text{ cm}^2$$

10 El área de un cuadrado es 2304 cm². Calcular el área del hexágono regular que tiene su mismo perímetro.

$$2304 = l_c^2 \qquad l_c = \sqrt{2304} = 48 \text{ cm}$$

$$P_c = 4\cdot 48 = 192 \text{ cm}$$

$$192 = 6\cdot l \qquad l = 32 \text{ cm}$$

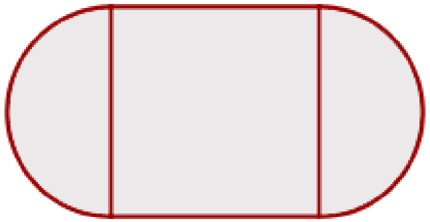


$$a = \sqrt{32^2 - 16^2} = 27.71 \text{ cm}$$

$$A = \frac{192\cdot 27.71}{2} = 2660.43 \text{ cm}^2$$

Geometría plana. Ejercicios resueltos

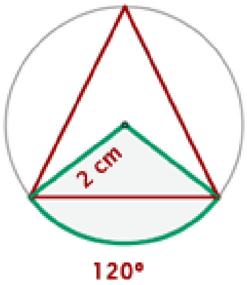
11 La superficie de una mesa está formada por una parte central cuadrada de 1 m de radio y dos semicírculos adosados en dos lados opuestos. Calcula el área.



$l = 1\,m \qquad r = \frac{1}{2}\,m$

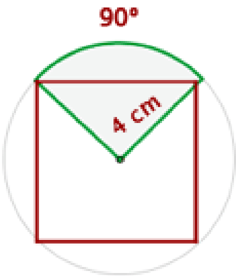
$$A = 1^2 + 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4.14m$$

12 Hallar el área de un sector circular cuyo cuelga es el lado del triángulo equilátero inscrito, siendo 2 cm el radio de la circunferencia.



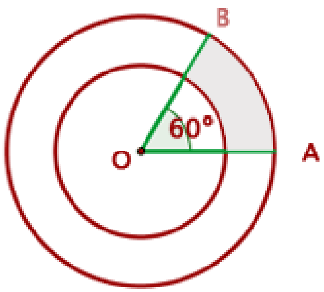
$$A = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 120}{360} = 4.19 \;\; cm$$

13 Hallar el área del sector circular cuyo cuerda es el lado del cuadrado inscrito, siendo 4 cm el radio de la circunferencia.



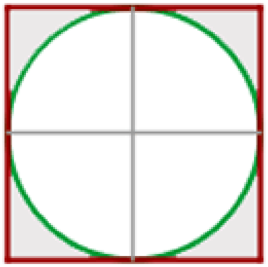
$$A = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 90}{360} = 12.57 \text{ cm}$$

14 Dadas dos circunferencias concéntricas de radio 8 y 5 cm, respectivamente, se trazan los radios OA y OB, que forman un ángulo de 60°. Calcular el área del trapecio circular formado.



$$A = \frac{\pi \cdot \left(8^2 - 5^2\right) \cdot 60}{360} = 20.42 \text{ cm}^2$$

15 Calcula el área sombreada, sabiendo que el lado de cuadrado es 8 cm y el radio del círculo mide 2 cm.

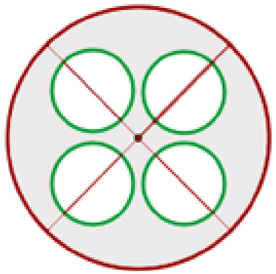


$$A_{\circ} = \pi \cdot 3^2 = 28.26\ cm^2$$

$$A_{\square} = 6^2 = 36\ cm^2$$

$$A = 36 - 28.26 = 7.74\ cm^2$$

16 Calcula el área de la parte sombreada, si el radio del círculo mayor mide 6 cm y el radio de los círculos pequeños mide 2 cm.



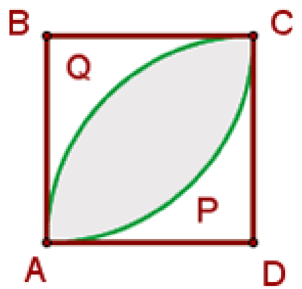
$$A_{\circ} = \pi \cdot 6^2 = 113.04\ cm^2$$

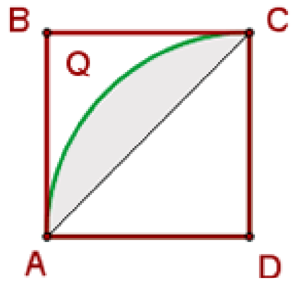
$$A_{\circ} = \pi \cdot 2^2 = 12.56\ cm^2$$

$$A = 113.04 - 4 \cdot 12.56 = 62.8\ cm^2$$

Geometría plana. Ejercicios resueltos

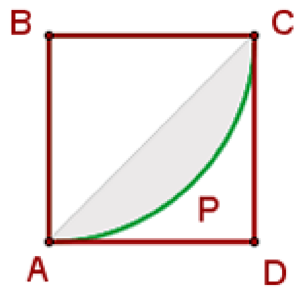
17 Calcula el área de la parte sombreada, siendo AB = 10 cm, ABCD un cuadrado y APC Y AQC arcos de circunferencia de centros B y D.





Área del segmento circular = Área del sector circular − Área del triángulo.

La parte sombreada se compone de dos segmentos circulares



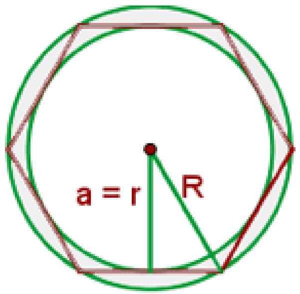
$$A_{sector} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 90}{360} = 78.5 \ cm^2$$

$$A_{triángulo} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \ cm^2$$

$$A_{segmento} = 78.5 - 50 = 28.5 \ cm^2$$

$$A = 28.5 \cdot 2 = 57 \ cm^2$$

18 A un hexágono regular 4 cm de lado se le inscribe una circunferencia y se le circunscribe otra. Hallar el área de la corona circular así formada.

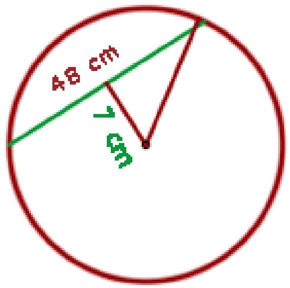


$$R = l = 4 \ cm$$

$$r = a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} \ cm$$

$$A = \pi\left(4^2 - \sqrt{12}^2\right) = 4 \cdot \pi = 12.567 \ cm$$

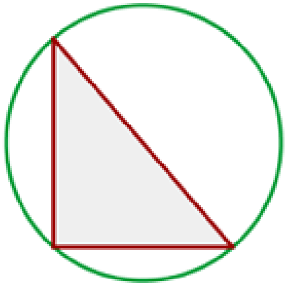
19 En una circunferencia una cuerda de 48 cm dista 7 cm del centro. Calcular el área del círculo.



$$r = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$A = \pi \cdot 25^2 = 1963.50\ cm^2$$

20 Los catetos de un triángulo inscrito en una circunferencia miden 22.2 cm y 29.6 cm respectivamente. Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo.



$$d = \sqrt{22.2^2 + 29.6^2} = 37\ cm$$

$$r = \frac{37}{2} = 18.5\ cm$$

$$A = \pi \cdot 18.5^2 = 1075.21\ cm^2$$